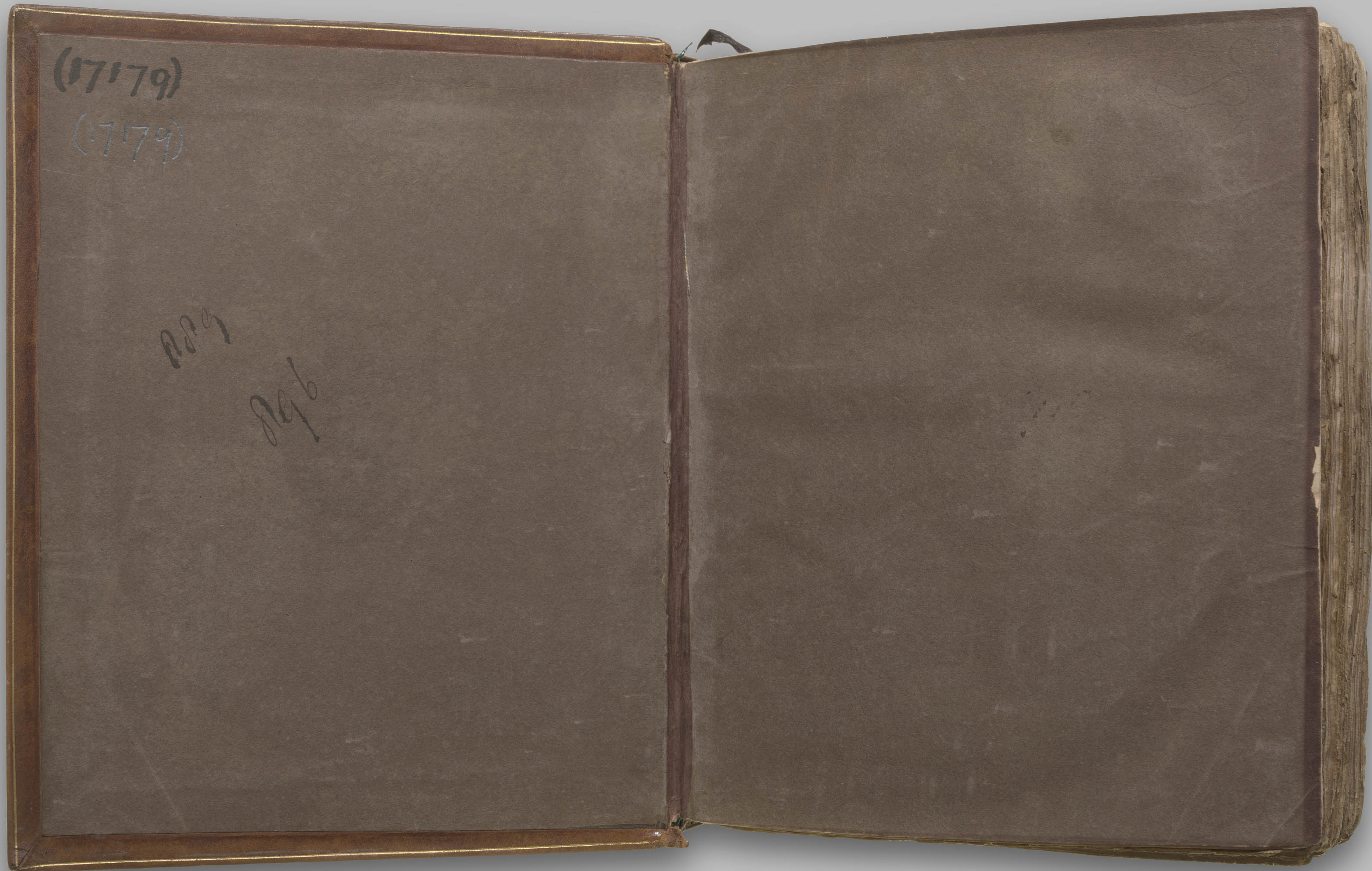
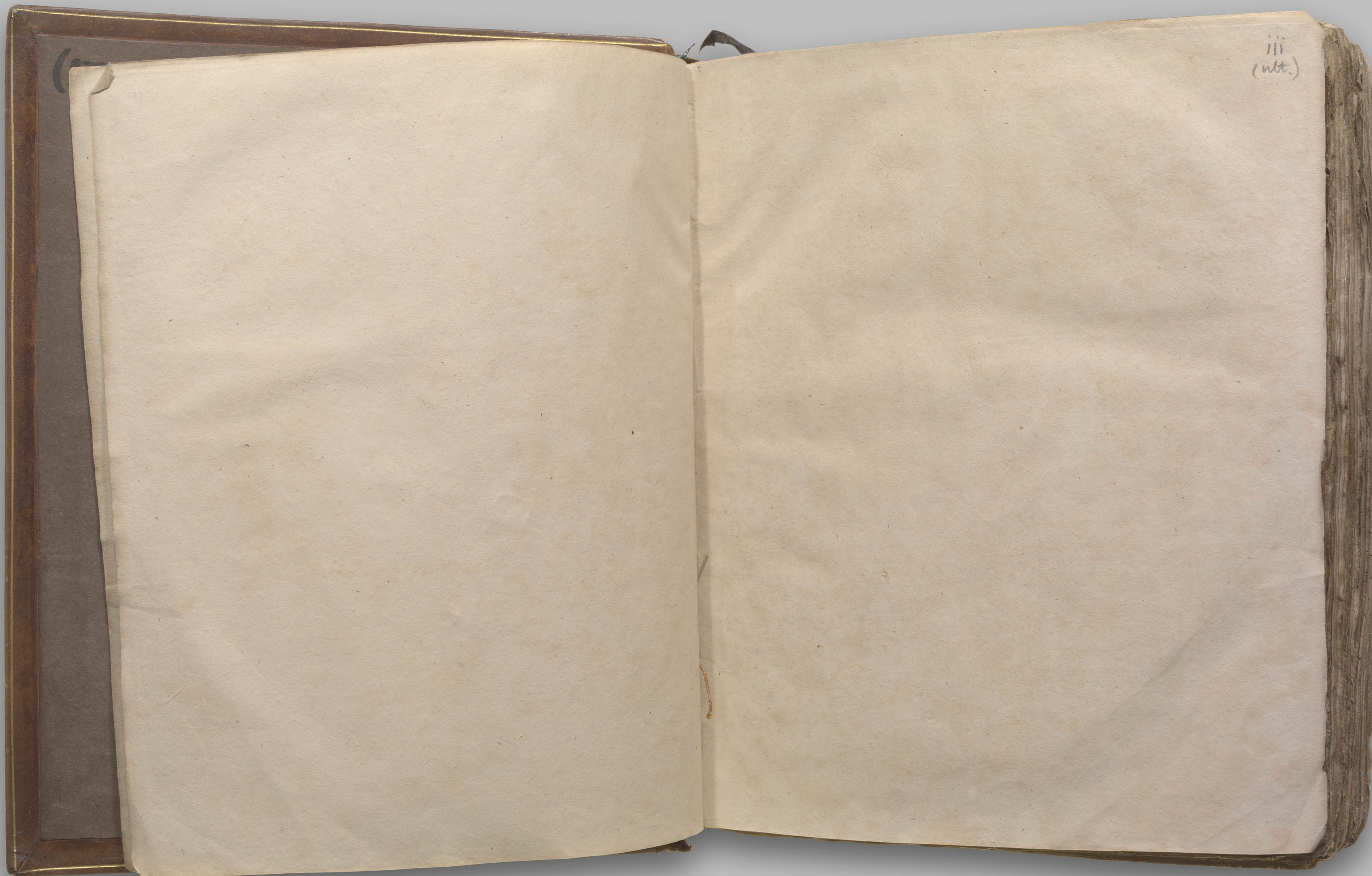


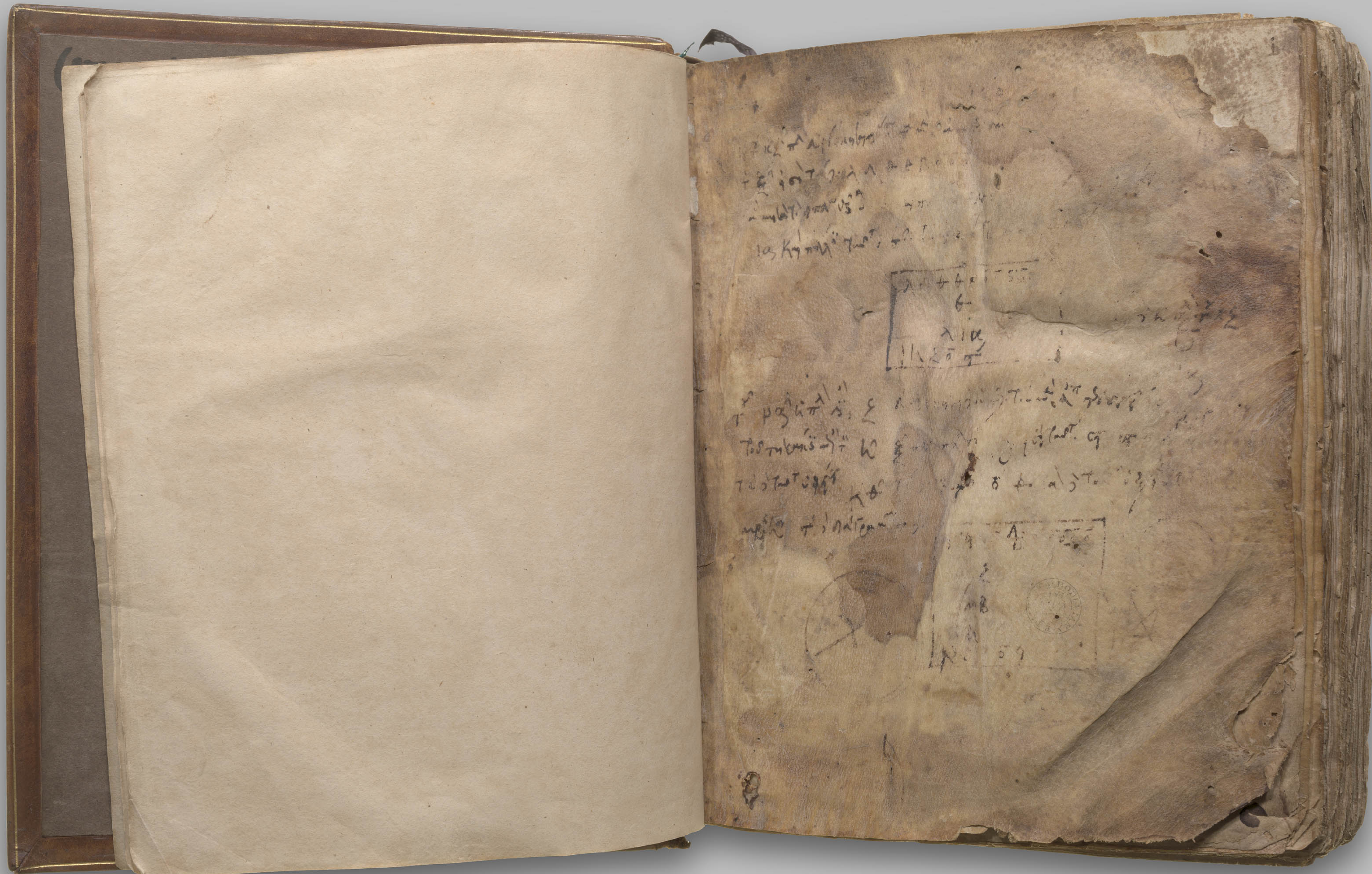
EUCLID *Elementa* BYZANTINE, 888 THE BODLEIAN LIBRARY Octavo



MS. D'Orville 301

[kept as Arch. F.d. 9]


iii
(ult.)



Euclides

[illegible]

τῶν ἀλόγων.

αἱ μὲν κατὰ γεωμετρικὴν [illegible] μεσότητα· αἱ μέσαι

αἱ δὲ κατὰ ἀριθμητικὴν αἱ κατὰ σύνθεσιν ἄλογοι.

αἱ δὲ κατὰ ἁρμονικὴν αἱ κατὰ ἀφαίρεσιν ἄλογοι.

Ὅτι ἀδύνατον ἑκάστην τῶν ἀλόγων ἐπ' ἄπειρον λαμβάνειν:

πῶς ἐστιν ἀδιάφορος ἡ θέσις σημείου τε καὶ [illegible]:

[illegible] τὸ δὲ ἰσοσκελὲς ἢ ὀρθογώνιον [illegible]

[illegible]

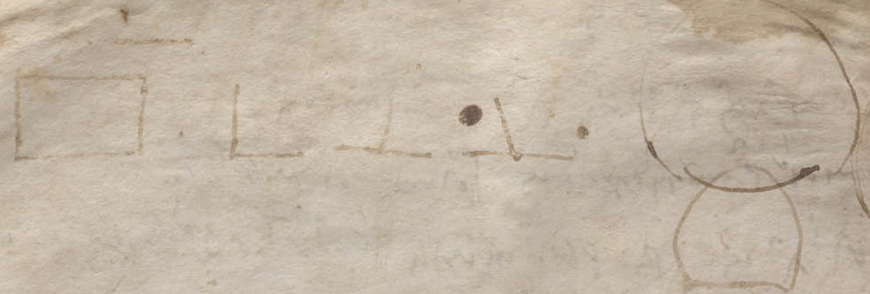
[illegible] ἀλλ' οὐδὲ ἰσοπλεύρου τριγώνου ὀρθογωνίου τὴν ὑποτείνουσαν [illegible] ἔχον:

ῥητὰ μεγέθη λέγει ὅσα ἀλλήλοις σύμμετρα· ὅσα δὲ ἀσύμμετρα, ἄλογα ἤτοι μὴ ἔχοντα λόγον πρὸς ἄλληλα:

[illegible]

[illegible]







Σημεῖόν ἐστιν οὗ μέρος οὐθέν. Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές.
Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα. Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς
ἐφ᾽ ἑαυτῆς σημείοις κεῖται. Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν ὃ μῆκος καὶ πλάτος
μόνον ἔχει. Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί. Ἐπίπεδος ἐπιφάνεια
ἐστὶν ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ᾽ ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται. Ἐπίπεδος δὲ
γωνία ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ᾽ εὐθείας
κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις. Ὅταν δὲ αἱ
περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος
καλεῖται ἡ γωνία. Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς
ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα
τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστι, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα γραμμὴ κάθετος καλεῖται
ἐφ᾽ ἣν ἐφέστηκεν. Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν ἡ μείζων ὀρθῆς.
Ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς. Ὅρος ἐστὶν ὅ τινός ἐστι
πέρας. Σχῆμά ἐστι τὸ ὑπό τινος ἤ τινων ὅρων
περιεχόμενον. Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς
γραμμῆς περιεχόμενον, ἣ καλεῖται
περιφέρεια, πρὸς ἣν ἀφ᾽ ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ
σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι
πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ἴσαι ἀλλήλαις
εἰσί. Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται.

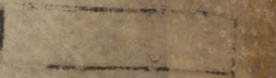
διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖά
τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη καὶ περατου-
μένη ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου
περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον·
ἡμικύκλιον δέ ἐστι, τὸ περιεχόμενον σχῆμα
ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης
ὑπ᾽ αὐτῆς τοῦ κύκλου περιφερείας· τμῆμα
κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας
καὶ κύκλου περιφερείας ἢ τοι μείζονος ἢ ἐλάττονος
ἡμικυκλίου· εὐθύγραμμα σχήματά ἐστι, τὰ
ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα· τρίπλευρα
μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν· τετράπλευρα δὲ
τὰ ὑπὸ τεσσάρων· πολύπλευρα δέ,



τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα· τῶν δὲ
τριπλεύρων σχημάτων ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ τὰς τρεῖς
ἴσας ἔχον πλευράς· ἰσοσκελὲς δέ, τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον
πλευράς· σκαληνὸν δέ, τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς·
ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ ἔχον
ὀρθὴν γωνίαν· ἀμβλυγώνιον δέ, τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον
÷ τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν· ὀξυγώνιον δέ,
γωνίας· τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων, τετράγωνον μέν ἐστιν, ὃ ἰσόπλευ-
ρόν τέ ἐστι καὶ ὀρθογώνιον· ἑτερόμηκες δέ, ὃ ὀρθογώνιον μέν,
οὐκ ἰσόπλευρον δέ· ῥόμβος δέ, ὃ ἰσόπλευρον μέν, οὐκ ὀρθο-
γώνιον δέ· ῥομβοειδὲς δέ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς
τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν, οὔτε
ὀρθογώνιον· τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα, τραπέζια κα-
λείσθω· παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ
ἐπιπέδῳ οὖσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ
μέρη, ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις. — Αἰτήματα
[illegible] αʹ. ἠιτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον
εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. βʹ. καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν
κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ᾽ εὐθείας ἐκβαλεῖν. γʹ. καὶ παντὶ κέντρῳ











διαστήματι κύκλον γράφεσθαι. δ΄. Καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι. ε΄. Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς δύο εὐθείας ἐπ᾽ ἄπειρον συμπίπτειν, ἐφ᾽ ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες.

Κοιναὶ ἔννοιαι. Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα. Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα. Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα. Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. Καὶ τὰ ἡμίση τοῦ αὐτοῦ ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ᾽ ἄλληλα ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν ἐστι. Καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν.

α΄. Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι. Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ. δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς ΑΒ εὐθείας τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι. Κέντρῳ μὲν τῷ Α διαστήματι δὲ τῷ ΑΒ κύκλος γεγράφθω ὁ ΒΓΔ· καὶ πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ Β διαστήματι δὲ τῷ ΒΑ κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΓΕ· καὶ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου, καθ᾽ ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι, ἐπὶ τὰ Α, Β σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΓΑ, ΓΒ. Καὶ ἐπεὶ τὸ Α σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΒ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ· πάλιν, ἐπεὶ τὸ Β σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΑΕ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΑ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΓΑ τῇ ΑΒ ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΓΑ, ΓΒ τῇ ΑΒ ἐστιν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἡ ΓΑ ἄρα τῇ ΓΒ ἐστιν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΓΑ, ΑΒ, ΒΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. Ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. καὶ συνέσταται ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τῆς ΑΒ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι. Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ Α, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΒΓ· δεῖ δὴ πρὸς τῷ Α σημείῳ τῇ ΒΓ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι. Ἐπεζεύχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Α σημείου ἐπὶ τὸ Β σημεῖον εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ συνεστάτω ἐπ᾽ αὐτῆς τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΔΑΒ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ᾽ εὐθείας ταῖς ΔΑ, ΔΒ εὐθεῖαι αἱ ΑΕ, ΒΖ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Β διαστήματι δὲ τῷ ΒΓ κύκλος

γεγράφθω ὁ ΓΗΘ· καὶ πάλιν κέντρῳ τῷ Δ διαστήματι
τῷ ΔΗ κύκλος γεγράφθω ὁ ΗΚΛ. ἐπεὶ οὖν τὸ Β σημεῖον
κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΗΘ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ. πάλιν ἐπεὶ τὸ
Δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΗΚΛ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΔΛ τῇ
ΔΗ, ὧν ἡ ΔΑ τῇ ΔΒ ἴση ἐστί· λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΛ λοιπῇ τῇ ΒΗ ἐστιν
ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΛ
ΒΓ τῇ ΒΗ ἐστὶν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν
ἴσα· καὶ ἡ ΑΛ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση. πρὸς ἄρα τῷ δοθέντι
σημείῳ τῷ Α τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ
ΒΓ ἴση εὐθεῖα κεῖται ἡ ΑΛ· ὅπερ
ἔδει ποιῆσαι.

γ

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων
ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην
εὐθεῖαν ἀφελεῖν. ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ
ΑΒ, Γ, ὧν μείζων ἔστω ἡ ΑΒ. δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΒ
τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν· κείσθω πρὸς τῷ Α σημείῳ
τῇ Γ εὐθείᾳ ἴση ἡ ΑΔ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Α διαστήματι
δὲ τῷ ΑΔ κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΕΖ. καὶ ἐπεὶ

τὸ Α σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ
ΑΔ· ἀλλὰ καὶ ἡ Γ τῇ ΑΔ ἐστὶν ἴση. ἑκατέρα ἄρα τῶν
ΑΕ, Γ τῇ ΑΔ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΑΕ
τῇ Γ ἐστὶν ἴση. δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν
ἀνίσων τῶν ΑΒ, Γ, ἀπὸ τῆς μείζονος
τῆς ΑΒ τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴση ἀφῄρηται
ἡ ΑΕ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

δ

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας
ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ
ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν
τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ
αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα
ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἔστω δύο
τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς
δυσὶ πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ,
τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ, καὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ
ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴσην. λέγω ὅτι καὶ βάσις ἡ ΒΓ



βάσις ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ. ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν Α σημείου ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον, τῆς δὲ ΑΒ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΔΕ, ἐφαρμόσει καὶ τὸ Β σημεῖον ἐπὶ τὸ Ε διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΒ τῇ ΔΕ. ἐφαρμοσάσης δὲ τῆς ΑΒ ἐπὶ τὴν ΔΕ, ἐφαρμόσει καὶ ἡ ΑΓ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν ΔΖ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΕΔΖ. ὥστε καὶ τὸ Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Ζ σημεῖον ἐφαρμόσει διὰ τὸ ἴσην εἶναι πάλιν τὴν ΑΓ τῇ ΔΖ. ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ Β ἐπὶ τὸ Ε ἐφηρμόκει. ὥστε βάσις ἡ ΒΓ ἐπὶ βάσιν τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει. εἰ γὰρ τοῦ μὲν Β ἐπὶ τὸ Ε ἐφαρμόσαντος τοῦ δὲ Γ ἐπὶ τὸ Ζ ἡ ΒΓ βάσις ἐπὶ τὴν ΕΖ οὐκ ἐφαρμόσει, δύο εὐθεῖαι χωρίον περιέξουσιν. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ἐφαρμόσει ἄρα ἡ ΒΓ βάσις ἐπὶ τὴν ΕΖ καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται. ὥστε καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἐπὶ ὅλον τὸ ΔΕΖ τρίγωνον ἐφαρμόσει καὶ ἴσον αὐτῷ ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι

ἐπὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἐφαρμόσουσι καὶ ἴσαι αὐταῖς ἔσονται, ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ. ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε. Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται. ἔστω τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ ΑΒΓ ἴσην ἔχον τὴν ΑΒ πλευρὰν τῇ ΑΓ πλευρᾷ, καὶ προσεκβεβλήσθωσαν ἐπ' εὐθείας ταῖς ΑΒ, ΑΓ εὐθεῖαι αἱ ΒΔ, ΓΕ. λέγω ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἴση ἐστίν, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΒΓΕ. εἰλήφθω ἐπὶ

τῆς ΒΔ τυχὸν σημεῖον τὸ Ζ, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΕ τῇ ἐλάσσονι τῇ ΑΖ ἴση ἡ ΑΗ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΓ, ΗΒ εὐθεῖαι. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΖ τῇ ΑΗ, ἡ δὲ ΑΒ τῇ ΑΓ, δύο δὴ αἱ ΖΑ, ΑΓ δυσὶ ταῖς ΗΑ, ΑΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνίαν κοινὴν περιέχουσι τὴν ὑπὸ ΖΑΗ· βάσις ἄρα ἡ ΖΓ βάσει τῇ ΗΒ ἴση ἐστί, καὶ τὸ ΑΖΓ τρίγωνον τῷ ΑΗΒ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, ἡ μὲν ὑπὸ ΑΓΖ τῇ ὑπὸ ΑΒΗ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΖΓ τῇ ὑπὸ ΑΗΒ. καὶ ἐπεὶ ὅλη ἡ ΑΖ ὅλῃ τῇ ΑΗ ἐστιν ἴση, ὧν ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ ἐστιν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΖ λοιπῇ τῇ ΓΗ ἐστιν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΖΓ τῇ ΗΒ ἴση· δύο δὴ αἱ ΒΖ, ΖΓ δυσὶ ταῖς ΓΗ, ΗΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΖΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΗΒ ἴση, καὶ βάσις αὐτῶν κοινὴ ἡ ΒΓ· καὶ τὸ ΒΖΓ ἄρα τρίγωνον τῷ ΓΗΒ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΖΒΓ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΓΖ τῇ ὑπὸ ΓΒΗ. ἐπεὶ οὖν ὅλη ἡ ὑπὸ ΑΒΗ γωνία ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΓΖ γωνίᾳ ἐδείχθη ἴση, ὧν ἡ ὑπὸ ΓΒΗ τῇ ὑπὸ ΒΓΖ ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἐστιν ἴση· καί εἰσι πρὸς τῇ βάσει τοῦ ΑΒΓ

τριγώνου. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΒΓ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ ἴση· καί εἰσιν ὑπὸ τὴν βάσιν. τῶν ἄρα ἰσοσκελῶν τριγώνων αἵ τε πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί, καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ς

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται. ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ἴσην ἔχον τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΑΓΒ γωνίᾳ· λέγω ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ ΑΒ πλευρᾷ τῇ ΑΓ ἐστιν ἴση. εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ, ἡ ἑτέρα αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ΑΒ, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΒ τῇ ἐλάσσονι τῇ ΑΓ ἴση ἡ ΔΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΒ τῇ ΑΓ, κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, δύο δὴ αἱ ΔΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΑΓ, ΓΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἐστιν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΔΓ βάσει τῇ ΑΒ ἴση ἐστί, καὶ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΓΒ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, τὸ ἔλασσον τῷ μείζονι· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ· ἴση ἄρα. ἐὰν ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι

ἑκατέρᾳ ἑκατέρᾳ, οὐ συσταθήσονται πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις. εἰ γὰρ δυνατόν, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς αβ δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ταῖς αγ γβ ἄλλαι δύο εὐθεῖαι αἱ αδ δβ ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ συνεστάτωσαν πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ τῷ τε γ καὶ δ, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν γα τῇ δα τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν αὐτῇ τὸ α, τὴν δὲ γβ τῇ δβ τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν αὐτῇ τὸ β· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ γδ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ αγ τῇ αδ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αγδ τῇ ὑπὸ αδγ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ αδγ τῆς ὑπὸ δγβ· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ γδβ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ δγβ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ γβ τῇ δβ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ γδβ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δγβ. ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῷ μείζων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ συσταθήσονται πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

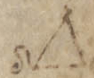
η Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.



ἔστω δύο τρίγωνα τὰ αβγ δεζ τὰς δύο πλευρὰς τὰς αβ αγ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς δε δζ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν αβ τῇ δε, τὴν δὲ αγ τῇ δζ· ἐχέτω δὲ καὶ βάσιν τὴν βγ βάσει τῇ εζ ἴσην· λέγω ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βαγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εδζ ἐστὶν ἴση. ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ αβγ τριγώνου ἐπὶ τὸ δεζ τρίγωνον καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν β σημείου ἐπὶ τὸ ε σημεῖον, τῆς δὲ βγ εὐθείας ἐπὶ τὴν εζ, ἐφαρμόσει καὶ τὸ γ σημεῖον ἐπὶ τὸ ζ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν βγ τῇ εζ· ἐφαρμοσάσης δὴ τῆς βγ ἐπὶ τὴν εζ ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ βα γα ἐπὶ τὰς εδ δζ. εἰ γὰρ βάσις μὲν ἡ βγ ἐπὶ βάσιν τὴν εζ ἐφαρμόσει, αἱ δὲ βα αγ πλευραὶ ἐπὶ τὰς εδ δζ οὐκ ἐφαρμόσουσιν ἀλλὰ παραλλάξουσιν ὡς αἱ εη ηζ, συσταθήσονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι. οὐ συνίστανται δέ· οὐκ ἄρα ἐφαρμοζομένης τῆς βγ βάσεως ἐπὶ τὴν εζ βάσιν οὐκ ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ βα αγ πλευραὶ ἐπὶ τὰς εδ δζ. ἐφαρμόσουσιν ἄρα· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βαγ ἐπὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ εδζ ἐφαρμόσει καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται.



ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.







πρὸς ὀρθὰς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος
σημείου τοῦ Γ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΓΖ·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι —

ιβ Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου ὃ μή
ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐ-
θεῖα ἄπειρος ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς τὸ
Γ· δεῖ δὴ ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν ΑΒ ἀπὸ
τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον
εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τὰ ἕτερα
μέρη τῆς ΑΒ εὐθείας τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ
κέντρῳ τῷ Γ, διαστήματι δὲ τῷ ΓΔ κύκλος γεγράφθω ὁ
ΕΖΗ, καὶ τετμήσθω ἡ ΕΗ δίχα κατὰ τὸ Θ, καὶ ἐπε-
ζεύχθωσαν αἱ ΓΗ ΓΘ ΓΕ· λέγω ὅτι ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν
εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν ΑΒ ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου
τοῦ Γ ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετος ἦκται ἡ ΓΘ. ἐπεὶ
ἴση ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΘΕ, κοινὴ δὲ ἡ
ΘΓ, δύο δὴ αἱ ΗΘ ΘΓ δύο ταῖς
ΕΘ ΘΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκα-

τέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΓΗ βάσει τῇ ΓΕ ἐστὶν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΘΗ
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΘΓ ἐστὶν ἴση. καί εἰσιν ἐφεξῆς. ὅταν δὲ εὐ-
θεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας
ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστι· καὶ
ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.
ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν ΑΒ ἀπὸ
τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετος
ἦκται ἡ ΓΘ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι —

ιγ Ἐὰν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι
δύο ὀρθάς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει. εὐθεῖα γάρ
τις ἡ ΑΒ ἐπ' εὐθεῖαν τὴν ΓΔ σταθεῖσα γωνίας ποιείτω
τὰς ὑπὸ ΓΒΑ ΑΒΔ· λέγω ὅτι αἱ ὑπὸ ΓΒΑ ΑΒΔ γωνίαι ἤτοι
δύο ὀρθαί εἰσιν, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν
ἡ ὑπὸ ΓΒΑ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ, δύο ὀρθαί εἰσιν. εἰ δὲ οὔ, ἤχθω
ἀπὸ τοῦ Β σημείου τῇ ΓΔ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΕ· αἱ ἄρα ὑπὸ
ΓΒΕ ΕΒΔ δύο ὀρθαί εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΓΒΕ δυσὶ ταῖς ὑπὸ
ΓΒΑ ΑΒΕ ἴση ἐστί, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΕΒΔ· αἱ ἄρα
ὑπὸ ΓΒΕ ΕΒΔ τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ ΑΒΕ ΕΒΔ ἴσαι εἰσί. πο-

μὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΑΕΔ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΕΑ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΕΒ ἴση ἐστίν· ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ ΓΕΒ ΔΕΑ ἴσαι εἰσίν· ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

ις

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστίν· ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ. καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ. λέγω ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ μείζων ἐστὶν ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ ΓΒΑ ΒΑΓ γωνιῶν· τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Ε. καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΕ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ζ. καὶ κείσθω τῇ ΒΕ ἴση ἡ ΕΖ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ καὶ διήχθω ἡ ΑΓ ἐπὶ τὸ Η· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΕ τῇ ΕΓ. ἡ δὲ ΒΕ τῇ ΕΖ. δύο δὴ αἱ ΑΕ ΕΒ. δυσὶ ταῖς ΓΕ ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΕΓ ἴση ἐστί· κατὰ κορυφὴν γάρ· βάσις ἄρα ἡ ΑΒ. βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστί· καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΖΕΓ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΕ τῇ ὑπὸ ΕΓΖ. μείζων δέ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΕΓΔ τῆς ὑπὸ ΕΓΖ·

ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν ὁσαιδηποτοῦν εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας. τὰς πρὸς τῇ τομῇ γωνίας τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσουσιν :-

μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῆς ὑπὸ ΒΑΕ· ὁμοίως δὴ τῆς ΒΓ τμηθείσης δίχα. δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΑΓΔ μείζων καὶ τῆς ὑπὸ ΑΒΓ· παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης. ἡ ἐκτὸς γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

ιζ

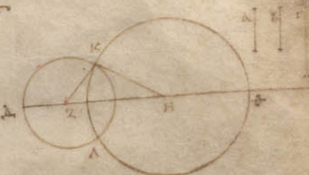
Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι. δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ. λέγω ὅτι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου αἱ δύο γωνίαι. δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ ἐκτός ἐστι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ. μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίας τῆς ὑπὸ ΑΒΓ. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ ΑΓΒ. τῶν ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΑ μείζονές εἰσιν· ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΓΔ ΑΓΒ. δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΑ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΑΓΒ. δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι καὶ ἔτι αἱ ὑπὸ ΓΑΒ ΑΒΓ· παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι. δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

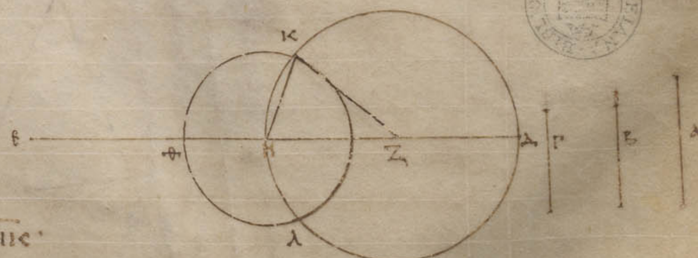
ιη

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει· ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ. μείζονα

τοῦ ΑΒΓ ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς ΒΓ ἀπὸ τῶν περά-
των τῶν Β Γ. δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συνέσταται αἱ ΒΔ
ΔΓ. λέγω ὅτι αἱ ΒΔ ΔΓ. τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο
πλευρῶν τῶν ΒΑ ΑΓ ἐλάσσονές εἰσι, μείζονα δὲ
γωνίαν περιέχουσι τὴν ὑπὸ ΒΔΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ. διή-
χθω γὰρ ἡ ΒΔ ἐπὶ τὸ Ε. καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ
δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι. τοῦ ΑΒΕ ἄρα
τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ αἱ ΑΒ ΑΕ τῆς ΒΕ μείζονές
εἰσι. κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΓ. αἱ ἄρα ΒΑ ΑΓ. τῶν ΒΕ
ΕΓ μείζονές εἰσι. πάλιν ἐπεὶ τοῦ ΓΕΔ τριγώνου αἱ δύο
πλευραὶ αἱ ΓΕ ΕΔ τῆς ΓΔ μείζονές εἰσι. κοινὴ προ-
σκείσθω ἡ ΔΒ. αἱ ΓΕ ΕΒ ἄρα τῶν ΓΔ ΔΒ μείζονές
εἰσιν. ἀλλὰ τῶν ΒΕ ΕΓ μείζονες ἐδείχθησαν αἱ ΒΑ ΑΓ.
πολλῷ ἄρα αἱ ΒΑ ΑΓ τῶν ΒΔ ΔΓ μείζονές εἰσι. πά-
λιν ἐπεὶ παντὸς τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία τῆς ἐν-
τὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστί. τοῦ ΓΔΕ ἄρα τριγώ-
νου ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΒΔΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑ-
πὸ ΓΕΔ. διὰ ταὐτὰ τοίνυν καὶ τοῦ ΑΒΕ τριγώνου ἡ
ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΓΕΒ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ.
ἀλλὰ τῆς ὑπὸ ΓΕΒ μείζων ἐδεί-
χθη ἡ ὑπὸ ΒΔΓ. πολλῷ ἄρα
ἡ ὑπὸ ΒΔΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑ-
πὸ ΒΑΓ. ἐὰν ἄρα τριγώνου
ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ
τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐν-
τὸς συσταθῶσιν. αἱ συστα-

θεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μὲν
ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:
κβ Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθεί-
αις, τρίγωνον συστήσασθαι. δεῖ δὴ τὰς δύο τῆς λοιπῆς
μείζονας εἶναι πάντῃ μεταλαμβανομένας. διὰ τὸ καὶ
παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς τῆς λοιπῆς μεί-
ζονας εἶναι πάντῃ μεταλαμβανομένας. ἔστωσαν αἱ δο-
θεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ Α Β Γ. ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μεί-
ζονες ἔστωσαν πάντῃ μεταλαμβανόμεναι. αἱ μὲν Α Β
τῆς Γ. αἱ δὲ Α Γ τῆς Β. καὶ ἔτι αἱ Β Γ τῆς Α. δεῖ δὴ ἐκ τῶν
ἴσων ταῖς Α Β Γ τρίγωνον συστήσασθαι. ἐκκείσθω τις
εὐθεῖα ἡ ΔΕ πεπερασμένη μὲν κατὰ τὸ Δ. ἄπειρος δὲ
κατὰ τὸ Ε. καὶ κείσθω τῇ μὲν Α ἴση ἡ ΔΖ. τῇ δὲ Β ἴση
ἡ ΖΗ. τῇ δὲ Γ ἴση ἡ ΗΘ. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Ζ. διαστή-
ματι δὲ τῷ ΖΔ. κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΚΛ. πάλιν
κέντρῳ μὲν τῷ Η. διαστήματι δὲ τῷ ΗΘ. κύκλος γε-
γράφθω ὁ ΚΛΘ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΖ ΚΗ. λέγω ὅτι
ἐκ τριῶν εὐθειῶν τῶν ἴσων ταῖς Α Β Γ τρίγωνον συνέ-
σταται τὸ ΚΖΗ. ἐπεὶ γὰρ τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΚΛ
κύκλου. ἴση ἐστὶν ἡ ΖΔ
τῇ ΖΚ. ἀλλὰ ἡ ΖΔ τῇ
Α ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ΚΖ ἄρα
τῇ Α ἐστὶν ἴση. πάλιν
ἐπεὶ τὸ Η σημεῖον κέν-
τρον ἐστὶ τοῦ ΛΚΘ κύ-
κλου. ἴση ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΗΚ.





τῆς ὑπὸ ΕΗΖ· καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΕΖΗ μείζονα ἔχον
τὴν ὑπὸ ΕΖΗ γωνίαν τῆς ὑπὸ ΕΗΖ, ὑπὸ δὲ τὴν μείζο-
να γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· μείζων ἄρα
καὶ πλευρὰ ἡ ΕΗ τῆς ΕΖ. ἴση δὲ ἡ ΕΗ τῇ ΒΓ· μείζων
ἄρα καὶ ἡ ΒΓ τῆς ΕΖ. ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο
πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέ-
ρᾳ· τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν
ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· καὶ τὴν βάσιν
τῆς βάσεως μείζονα ἕξει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴ-
σας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ· τὴν δὲ βάσιν τῆς
βάσεως μείζονα ἔχῃ· καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας
μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομέ-
νην. ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ τὰς δύο πλευ-
ρὰς τὰς ΑΒ ΑΓ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς ΔΕ ΔΖ ἴσας
ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ· τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ·
τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ· βάσις δὲ ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ
μείζων ἔστω· λέγω ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίας
τῆς ὑπὸ ΕΔΖ μείζων ἐστίν. εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν
αὐτῇ ἢ ἐλάσσων· ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ
τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· ἴση
γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις
ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ·
οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄ-
ρα ἴση ἐστὶ γωνία
ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ

ΕΔΖ· οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ· ἐ-
λάσσων γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ· οὐκ ἔστι δέ·
οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ· ἐ-
δείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἴση· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ
τῆς ὑπὸ ΕΔΖ. ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευ-
ρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ·
τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ· καὶ τὴν γωνί-
αν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθει-
ῶν περιεχομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κϛ

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας
ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ· καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευ-
ρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις ἢ τὴν
ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν· καὶ τὰς λοι-
πὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκα-
τέραν ἑκατέρᾳ· καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοι-
πῇ γωνίᾳ. ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ· τὰς
δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΑ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΔΕΖ
ΕΖΔ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ· τὴν μὲν ὑπὸ
ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· τὴν δὲ ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ·
ἐχέτω δὲ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, πρότε-
ρον τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις
γωνίαις τὴν
ΒΓ τῇ ΕΖ· λέγω ὅτι
καὶ τὰς λοιπὰς πλευ-
ρὰς ταῖς λοιπαῖς
πλευραῖς ἴσας ἕξει

[illegible]

[illegible]


BIBLIOTHECA BODLEIANA

γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι. Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς ΑΒ ΓΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΕΖ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΕΖ ΕΖΔ ἴσας ἀλλήλαις ποιείτω· λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. Εἰ γὰρ μή, ἐκβαλλόμεναι αἱ ΑΒ ΓΔ συμπεσοῦνται ἤτοι ἐπὶ τὰ Β Δ μέρη ἢ ἐπὶ τὰ Α Γ. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν ἐπὶ τὰ Β Δ μέρη κατὰ τὸ Η. τριγώνου δὴ τοῦ ΗΕΖ ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΖ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΕΖΗ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα αἱ ΑΒ ΓΔ ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ Β Δ μέρη. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τὰ Α Γ. αἱ δὲ ἐπὶ μηδέτερα τὰ μέρη συμπίπτουσαι παράλληλοί εἰσιν· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι. Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς ΑΒ ΓΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΕΖ τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἴσην ποιείτω ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ὑπὸ ΒΗΘ ΗΘΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας· λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ὑπὸ ΑΗΘ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΘ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστὶν ἴση· καί εἰσιν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. Πάλιν ἐπεὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΘ ΗΘΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΑΗΘ ΒΗΘ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΗΘ ΒΗΘ ταῖς ὑπὸ ΒΗΘ ΗΘΔ ἴσαι εἰσίν· κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΘ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστὶν ἴση· καί εἰσιν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας. Εἰς γὰρ παραλλήλους εὐθείας τὰς ΑΒ ΓΔ εὐθεῖα ἐμπιπτέτω ἡ ΕΖ.

ἡ ὑπὸ ΔΑΕ. καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας τῇ ΕΑ εὐθεῖα ἡ ΑΖ. καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς ΒΓ ΕΖ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΑΔ. τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΕΑΔ ΑΔΓ ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκεν· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΑΖ τῇ ΒΓ. διὰ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου τοῦ Α τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ παράλληλος εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΕΑΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :–

λβ

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί· καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ. λέγω ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ ΓΑΒ ΑΒΓ. καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΑ ΓΑΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ ΓΕ· καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΕ καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΑΓ. αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΑΓΕ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί· πάλιν ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΕ καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΒΔ. ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΕΓΔ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΑΒΓ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΔ ἐκτὸς γωνία

Α Ε Β Γ Δ

ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ ΒΑΓ ΑΒΓ· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ ΑΓΒ τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΑ ΒΑΓ ἴσαι εἰσίν· ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΓΔ ΑΓΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΓΒ ΓΒΑ ΓΑΒ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί· καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :–

λγ

Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· ἔστωσαν ἴσαι τε καὶ παράλληλοι αἱ ΑΒ ΓΔ καὶ ἐπιζευγνύτωσαν αὐτὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη εὐθεῖαι αἱ ΑΓ ΒΔ. λέγω ὅτι καὶ αἱ ΑΓ ΒΔ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΓ. αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ. δύο δὴ αἱ ΑΒ ΒΓ δυσὶ ταῖς ΒΓ ΓΔ ἴσαι εἰσί· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΒΔ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΒΓΔ τριγώνῳ ἴσον ἐστί· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι

Α Β Γ Δ

πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία τῇ ὑπὸ
ΓΒΔ. καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς ΑΓ, ΒΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα
ἡ ΒΓ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλ-
λήλαις πεποίηκεν, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ
ΒΔ. ἐδείχθη δὲ αὐτῇ καὶ ἴση. αἱ ἄρα τὰς ἴσας τε καὶ παρα-
λλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι καὶ
αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λδ Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευ-
ραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ
δίχα τέμνει. Ἔστω παραλληλόγραμμον χωρίον τὸ ΑΓΔΒ,
διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΒΓ. λέγω ὅτι τοῦ ΑΓΔΒ παραλ-
ληλογράμμου αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴ-
σαι ἀλλήλαις εἰσί, καὶ ἡ ΒΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει.
ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμ-
πέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ,
ΒΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. πάλιν ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν
ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλ-
λὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. δύο δὴ
τρίγωνά ἐστι τὰ ΑΒΓ, ΒΓΔ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ
ΑΒΓ, ΒΓΑ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΒΓΔ, ΓΒΔ ἴσας ἔχοντα ἑκατέ-
ραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν
πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ
ἴσην τὴν πρὸς ταῖς ἴ-
σαις γωνίαις κοινὴν
αὐτῶν τὴν ΒΓ· καὶ τὰς
λοιπὰς ἄρα πλευρὰς

ταῖς λοιπαῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν λοιπὴν
γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΑΒ πλευρὰ
τῇ ΓΔ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΒΔ, καὶ ἔτι ἴση ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑ-
πὸ ΓΔΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑ-
πὸ ΒΓΔ, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ
ΑΒΔ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἐστὶν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ
ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΓΔΒ ἴση. Τῶν ἄρα παραλληλογράμμων
χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλ-
λήλαις εἰσί. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα
τέμνει. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ,
δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΓΔ, ΒΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα
ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ
ΒΓΔ ἴση. καὶ βάσις ἄρα ἡ ΑΓ τῇ ΔΒ ἐστὶν ἴση. καὶ τὸ
ΑΒΓ ἄρα τρίγωνον τῷ ΒΓΔ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν.
ἡ ἄρα ΒΓ διάμετρος δίχα τέμνει τὸ ΑΒΓΔ παραλ-
ληλόγραμμον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λε Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄν-
τα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.
Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΒΓΖ ἐπὶ τῆς αὐ-
τῆς βάσεως τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ταῖς ΑΖ, ΒΓ· λέγω ὅτι
ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ τῷ
ΕΒΓΖ. ἐπεὶ γὰρ παρα-
λληλόγραμμόν ἐστι
τὸ ΑΒΓΔ, ἴση ἐστὶν ἡ
ΑΔ τῇ ΒΓ. διὰ τὰ αὐτὰ

τῇ δὲ ΕΖ τὴν ΒΓ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΕΖ ἐστὶν ἴση· καὶ κοινὴ ἡ ΔΕ· ὅλη ἄρα ἡ ΑΕ ὅλῃ τῇ ΔΖ ἐστὶν ἴση· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ ἴση· δύο δὴ αἱ ΕΑ ΑΒ δυσὶ ταῖς ΖΔ ΔΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΖΔΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΑΒ ἐστὶν ἴση ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντός· βάσις ἄρα ἡ ΕΒ βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστί· καὶ τὸ ΕΑΒ τρίγωνον τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ ἴσον ἔσται· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΔΗΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒΗΔ τραπέζιον λοιπῷ τῷ ΕΗΓΖ τραπεζίῳ ἐστὶν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ ΗΒΓ τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστί· τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

λϛ

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ ΕΖΗΘ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα τῶν ΒΓ ΖΗ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΘ ΒΗ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΖΗΘΕ· ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΕ ΓΘ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΖΗ· ἀλλὰ ἡ ΖΗ τῇ ΕΘ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΒΓ ἄρα τῇ ΕΘ ἐστὶν ἴση· εἰσὶ δὲ καὶ παράλληλοι καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς αἱ ΕΒ ΘΓ· αἱ δὲ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι· καὶ αἱ ΕΒ ΘΓ ἄρα ἴσαι τέ εἰσι καὶ παράλληλοι· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΒΓΘ· καὶ ἐστὶν ἴσον τῷ ΑΒΓΔ· βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει τὴν ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶν αὐτῷ ταῖς ΒΓ ΑΘ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΕΖΗΘ τῷ αὐτῷ τῷ ΕΒΓΘ ἐστὶν ἴσον· ὥστε καὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΖΗΘ ἐστὶν ἴσον· τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

λζ

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΒΓ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΔ ΒΓ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ· ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Ε Ζ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΕ· διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΒΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΖ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΕΒΓΑ ΔΒΓΖ· καὶ ἴσον τὸ ΕΒΓΑ τῷ ΔΒΓΖ· ἐπί γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς εἰσι τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ ΕΖ· καὶ ἐστι τοῦ μὲν ΕΒΓΑ

παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΑΒ διά-
μετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τοῦ δὲ ΔΒΓΖ παραλληλογράμ-
μου ἥμισυ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΔΓ διάμετρος αὐτὸ
δίχα τέμνει· τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ·
τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ
ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅ
περ ἔδει δεῖξαι :-

λη Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς
παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἔστω τρίγωνα τὰ
ΑΒΓ ΔΕΖ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ ΕΖ καὶ ἐν ταῖς αὐ-
ταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ ΑΔ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ
ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· ἐκβεβλήσθω
γὰρ ἡ ΑΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Η Θ· καὶ διὰ
μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΗ· διὰ δὲ τοῦ Ζ
τῇ ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΘ· παραλληλόγραμ-
μον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΗΒΓΑ ΔΕΖΘ· καὶ ἴσον τὸ
ΗΒΓΑ τῷ ΔΕΖΘ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν
ΒΓ ΕΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ ΗΘ· καὶ
ἐστὶ τοῦ μὲν ΗΒΓΑ πα-
ραλληλογράμμου ἥ-
μισυ τὸ ΑΒΓ τρίγω-
νον· ἡ γὰρ ΑΒ διά-
μετρος αὐτὸ δίχα
τέμνει· τοῦ δὲ ΔΕΖΘ
παραλληλογράμμου

ἥμισυ τὸ ΖΕΔ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΖΔ διάμετρος αὐτὸ δίχα
τέμνει· τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἴσον ἄρα
ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· τὰ ἄρα
τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς
παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

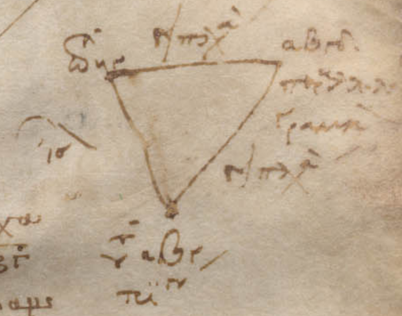
λθ Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν
ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ
ΑΒΓ ΔΒΓ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα τῆς ΒΓ· λέγω ὅ-
τι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ἐπεζεύχθω γὰρ
ἡ ΑΔ· λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ· εἰ γὰρ μή,
ἤχθω διὰ τοῦ Α σημείου τῇ ΒΓ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ ΑΕ
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ
ΕΒΓ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶν αὐ-
τῷ τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις· ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ
τῷ ΔΒΓ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΔΒΓ ἄρα τῷ ΕΒΓ ἴσον ἐστί
τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονι· ὅ-
περ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄ-
ρα παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΕ
τῇ ΒΓ· ὁμοίως δὴ δείξο-
μεν ὅτι οὐδ' ἄλλη τις πλὴν
τῆς ΑΔ· ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΒΓ
ἐστὶ παράλληλος· τὰ ἄρα
ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς
αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

μ Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς

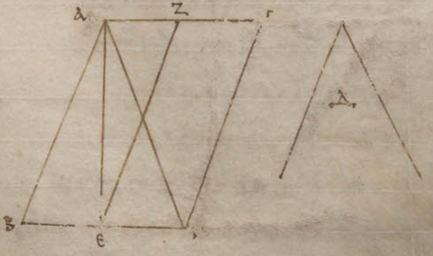
αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΓΔΕ. ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ ΓΕ. λέγω ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΔ. λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΕ. εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ Α τῇ ΒΕ παράλληλος ἡ ΑΖ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΕ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΖΓΕ τριγώνῳ. ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΓ ΓΕ. καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΕ ΑΖ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΔΓΕ τριγώνῳ. καὶ τὸ ΔΓΕ ἄρα τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΖΓΕ τριγώνῳ. τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονι. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα παράλληλος ἡ ΑΖ τῇ ΒΕ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδ' ἄλλη τις πλὴν τῆς ΑΔ. ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΒΕ ἐστὶ παράλληλος. τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα. καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

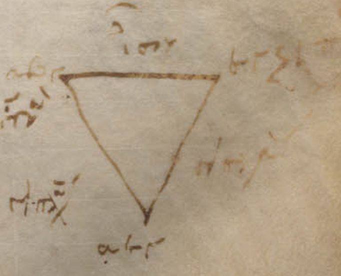
ΜΑ Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ. διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου. παραλληλόγραμμον γὰρ τὸ ΑΒΓΔ τριγώνῳ τῷ ΕΒΓ. βάσιν τε ἐχέτω τὴν αὐτὴν τὴν ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἔστω ταῖς ΒΓ ΑΕ. λέγω ὅτι διπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τοῦ ΒΕΓ τριγώνου. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΓ. ἴσον δή ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ. ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ ΑΕ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον. διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. ἡ γὰρ ΑΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει. ὥστε τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον καὶ τοῦ ΕΒΓ τριγώνου ἐστὶ διπλάσιον. ἐὰν ἄρα παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ. διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.





ΜΒ Τῷ δοθέντι τριγώνῳ. ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ. ἔστω τὸ μὲν δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ. ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Δ. δεῖ δὴ τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ. ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν ἴσῃ τῇ Δ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ. τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Ε. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ. καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΕΓ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Ε τῇ Δ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΓΕΖ. καὶ διὰ μὲν τοῦ Α τῇ ΕΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΗ. διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΖΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΗ. παραλλη-





λόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΕΓΗ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΓ· ἴ-
σον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΑΕΓ τριγώνῳ· ἐπί τε
γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΕ ΕΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς πα-
ραλλήλοις ταῖς ΒΓ ΑΗ· διπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τοῦ
ΑΕΓ τριγώνου· ἔστι δὲ καὶ τὸ ΖΕΓΗ παραλληλόγραμμον
διπλάσιον τοῦ ΑΕΓ τριγώνου· βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν
αὐτὴν ἔχει καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ἐστὶν αὐτῷ παραλλήλοις·
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΕΓΗ παραλληλόγραμμον τῷ ΑΒΓ τρι-
γώνῳ· καὶ ἔχει τὴν ὑπὸ ΓΕΖ γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ
τῇ Δ· τῷ ἄρα δοθέντι τριγώνῳ ΑΒΓ ἴσον παραλ-
ληλόγραμμον συνέσταται τὸ ΖΕΓΗ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ
ΖΕΓ ἥτις ἐστὶν ἴση τῇ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :—

ΜΓ

Παντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διάμετρον πα-
ραλληλογράμμων· τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλή-
λοις ἐστίν· ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ· διάμε-
τρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ· περὶ δὲ τὴν ΑΓ παραλληλόγραμ-
μα μὲν ἔστω τὰ ΕΘ ΖΗ· τὰ δὲ λεγόμενα παραπλη-
ρώματα τὰ ΒΚ ΚΔ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΚ παρα-
πλήρωμα τῷ ΚΔ παραπληρώματι· ἐπεὶ γὰρ πα-
ραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ
ΑΒΓΔ διάμετρος δὲ αὐ-
τοῦ ἡ ΑΓ· ἴσον ἐστὶ τὸ
ΑΒΓ τρίγωνον τῷ
ΑΓΔ τριγώνῳ· πά-
λιν ἐπεὶ παραλληλόγραμ-
μόν ἐστι τὸ ΕΘ διάμετρος δὲ

αὐτοῦ ἐστὶν ἡ ΑΚ· ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΕΚ τρίγωνον τῷ ΑΘΚ τριγώ-
νῳ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΚΖΓ τρίγωνον τῷ ΚΗΓ ἐστὶν ἴσον·
ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΑΕΚ τρίγωνον τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ ἐστὶν
ἴσον· τὸ δὲ ΚΖΓ τῷ ΚΗΓ· τὸ ΑΕΚ τρίγωνον μετὰ τοῦ ΚΗΓ
ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ μετὰ τοῦ ΚΖΓ· ἔστι δὲ καὶ ὅλον
τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ὅλῳ τῷ ΑΔΓ ἴσον· λοιπὸν ἄρα τὸ
ΒΚ παραπλήρωμα λοιπῷ τῷ ΚΔ παραπληρώματι
ἐστὶν ἴσον· παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου χωρίου τῶν πε-
ρὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων· τὰ παραπλη-
ρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—

ΜΔ

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴ-
σον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ
γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ· ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ·
τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ Γ· ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύ-
γραμμος ἡ Δ· δεῖ δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν
ΑΒ τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλό-
γραμμον παραβαλεῖν ἐν ἴσῃ τῇ Δ γωνίᾳ· συνεστάτω
τῷ Γ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΕΖΗ
ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΒΗ ἥ ἐστιν ἴση τῇ Δ· καὶ κείσθω ὥστε
ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν
ΒΕ τῇ ΑΒ· καὶ διήχθω
ἡ ΖΗ ἐπὶ τὸ Θ· καὶ διὰ
τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν
ΒΗ ΕΖ παράλληλος
ἤχθω ἡ ΑΘ· καὶ ἐπε-
ζεύχθω ἡ ΘΒ· καὶ ἐπεὶ

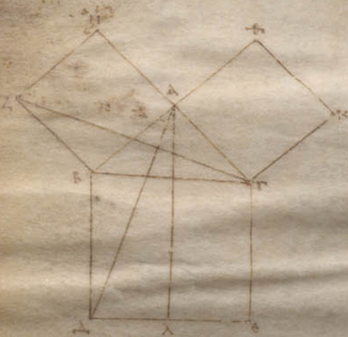
ζ παραλλήλους τὰς ΑΘ ΕΖ εὐθείας ἐμπέπτωκεν ἡ ΘΖ· αἱ
ἄρα ὑπὸ ΑΘΖ ΘΖΕ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς εἰσὶν ἴσαι· αἱ ἄρα
ὑπὸ ΒΘΗ ΗΖΕ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ δὲ ἀπὸ
ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι συμ-
πίπτουσιν· αἱ ΘΒ ΖΕ ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται·
ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Κ· καὶ διὰ
τοῦ Κ σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ΕΑ ΖΘ παράλληλος ἤ-
χθω ἡ ΚΛ· καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΘΑ ΗΒ ἐπὶ τὰ Λ Μ ση-
μεῖα· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΛΚΖ· διάμετρος
δὲ αὐτοῦ ἡ ΘΚ· περὶ δὲ τὴν ΘΚ παραλληλόγραμμα
μὲν τὰ ΑΗ ΜΕ· τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα τὰ ΛΒ
ΒΖ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΒ τῷ ΒΖ· ἀλλὰ τὸ ΒΖ τῷ Γ τρι-
γώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΛΒ ἄρα τῷ Γ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἐπεὶ
ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΜ· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ
ΗΒΕ τῇ Δ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΜ τῇ Δ γωνίᾳ ἐστὶν
ἴση· παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δο-
θέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον πα-
ραβέβληται τὸ ΛΒ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΜ ἥ ἐστιν ἴση
τῇ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

ΜΕ

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συ-
στήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ· ἔσ-
τω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ ΑΒΓΔ· ἡ δὲ δοθεῖσα γω-
νία εὐθύγραμμος ἡ Ε· δεῖ δὴ τῷ ΑΒΓΔ εὐθυγράμμῳ
ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν ἴσῃ γωνί-
ᾳ τῇ Ε· ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ καὶ συνεστάτω τῷ ΑΒΔ τρι-
γώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΖΘ ἐν τῇ ὑπὸ

ΘΚΖ γωνίᾳ ἥ ἐστιν ἴση τῇ Ε· καὶ παραβεβλήσθω παρὰ
τὴν ΗΘ εὐθεῖαν τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμ-
μον τὸ ΗΜ ἐν τῇ ὑπὸ ΗΘΜ γωνίᾳ ἥ ἐστιν ἴση τῇ Ε· καὶ
ἐπεὶ ἡ Ε γωνία ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΘΚΖ ΗΘΜ ἐστὶν ἴση·
καὶ ἡ ὑπὸ ΘΚΖ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΜ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσ-
κείσθω ἡ ὑπὸ ΚΘΗ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΖΚΘ ΚΘΗ ταῖς ὑπὸ
ΚΘΗ ΗΘΜ ἴσαι εἰσίν· ἀλλ᾽ αἱ ὑπὸ ΖΚΘ ΚΘΗ δυσὶν ὀρ-
θαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΚΘΗ ΗΘΜ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς
ἴσαι εἰσίν· πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΗΘ καὶ τῷ πρὸς αὐ-
τῇ σημείῳ τῷ Θ δύο εὐθεῖαι αἱ ΚΘ ΘΜ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ
μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴ-
σας ποιοῦσιν· ἐπ᾽ εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΘ τῇ ΘΜ· καὶ
ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΚΜ ΖΗ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ
ΘΗ· αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΜΘΗ ΘΗΖ ἴσαι ἀλλήλαις
εἰσί· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΘΗΛ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΜΘΗ
ΘΗΛ ταῖς ὑπὸ ΘΗΖ ΘΗΛ ἴσαι εἰσίν· ἀλλ᾽ αἱ ὑπὸ ΜΘΗ
ΘΗΛ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· [margin: καὶ αἱ ὑπὸ ΘΗΖ ΘΗΛ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·] ἐπ᾽ εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ
ΖΗ τῇ ΗΛ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΚ τῇ ΘΗ ἴση τέ ἐστι καὶ παράλληλος·
ἀλλὰ καὶ ἡ ΘΗ τῇ ΜΛ· καὶ ἡ ΚΖ ἄρα τῇ ΜΛ ἴση τε
καὶ παράλληλος
ἐστί· καὶ ἐπιζευγνύ-
ουσιν αὐτὰς εὐ-
θεῖαι αἱ ΚΜ ΖΛ·
καὶ αἱ ΚΜ ΖΛ ἴσαι
τε καὶ παράλληλοί
εἰσι· παραλληλό-

ἴση. καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΑΒ ΒΔ δυσὶ ταῖς ΖΒ ΒΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΒΓ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΖΓ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΖΒΓ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον. καὶ τοῦ μὲν ΑΒΔ τριγώνου διπλάσιον τὸ ΒΛ παραλληλόγραμμον· βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν ΒΔ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς ΒΔ ΑΛ· τοῦ δὲ ΖΒΓ τριγώνου διπλάσιον τὸ ΗΒ τετράγωνον· βάσιν τε γὰρ πάλιν τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν ΖΒ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς ΖΒ ΗΓ. τὰ δὲ τῶν ἴσων διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΒΛ παραλληλόγραμμον τῷ ΗΒ τετραγώνῳ. ὁμοίως δὴ ἐπιζευγνυμένων τῶν ΑΕ ΒΚ, δειχθήσεται καὶ τὸ ΓΛ παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ ΘΓ τετραγώνῳ· ὅλον ἄρα τὸ ΒΔΕΓ τετράγωνον δυσὶ τοῖς ΗΒ ΘΓ τετραγώνοις ἴσον ἐστί. καὶ ἐστι τὸ μὲν ΒΔΕΓ τετράγωνον ἀπὸ τῆς ΒΓ ἀναγραφέν· τὰ δὲ ΗΒ ΘΓ ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ πλευρῶν τετραγώνοις. ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—



ΜΗ

Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστι. τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τὸ ἀπὸ μιᾶς τῆς ΒΓ πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἔστω τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ πλευρῶν τετραγώνοις· λέγω ὅτι ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Α σημείου τῇ ΑΓ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΔ. καὶ κείσθω τῇ ΒΑ ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΑ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ τετραγώνοις. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ· ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ὑπόκειται γάρ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΔΓ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΔΓ τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΓ, δύο δὴ αἱ ΔΑ ΑΓ δυσὶ ταῖς ΒΑ ΑΓ ἴσαι εἰσί· καὶ βάσις ἡ ΔΓ βάσει τῇ ΒΓ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ. ἐὰν ἄρα τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—







6 33

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

[illegible]

Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν. παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ παραλληλογράμμων ἓν ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι γνώμων καλείσθω.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις. ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ α, βγ, καὶ τετμήσθω ἡ βγ ὡς ἔτυχε κατὰ τὰ δ, ε σημεῖα· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν α, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν α, βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ὑπὸ α, δε καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ α, εγ. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ β τῇ βγ πρὸς ὀρθὰς ἡ βζ, καὶ κείσθω τῇ α ἴση ἡ βη, καὶ διὰ μὲν τοῦ η τῇ βγ παράλληλος ἤχθω ἡ ηθ, διὰ δὲ τῶν δ, ε, γ τῇ βη παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ δκ, ελ, γθ. ἴσον δή ἐστι τὸ βθ τοῖς βκ, δλ, εθ. καί ἐστι τὸ μὲν βθ τὸ ὑπὸ τῶν α, βγ· περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ηβ, βγ, ἴση δὲ ἡ βη τῇ α· τὸ δὲ βκ τὸ ὑπὸ τῶν α, βδ· περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ηβ, βδ, ἴση δὲ ἡ βη τῇ α· τὸ δὲ δλ τὸ ὑπὸ τῶν α, δε· ἴση γὰρ ἡ δκ, τουτέστιν ἡ βη, τῇ α· καὶ ὁμοίως τὸ εθ τὸ ὑπὸ τῶν α, εγ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α, βγ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ α, βδ καὶ τῷ ὑπὸ α, δε καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ α, εγ. ἐὰν ἄρα ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ. εὐθεῖα γὰρ ἡ αβ τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ σημεῖον· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ὑπὸ βα, αγ περιεχομένου ὀρθογωνίου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ τετραγώνῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον τὸ αδεβ, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ γ ὁποτέρᾳ τῶν αδ, βε παράλληλος ἡ γζ. ἴσον δή ἐστι τὸ αε τοῖς αζ, γε. καί ἐστι τὸ μὲν αε τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον, τὸ δὲ αζ τὸ ὑπὸ τῶν βα, αγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον· περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν δα, αγ, ἴση δὲ ἡ αδ τῇ αβ· τὸ δὲ γε τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ· ἴση γὰρ ἡ βε τῇ αβ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν βα, αγ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν αβ, βγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ τετραγώνῳ. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ὑπὸ τῆς

ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώ-
νια ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

Γ. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχεν. τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης
καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογω-
νίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώ-
νῳ. εὐθεῖα γὰρ ἡ ΑΒ τετμήσθω ὡς ἔτυχεν κατὰ τὸ Γ. λέ-
γω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴ-
σον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετρα-
γώνου. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον
τὸ ΓΔΒΕ καὶ διήχθω ἡ ΕΔ ἐπὶ τὸ Ζ. καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ
τῶν ΓΔ ΒΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΖ. ἴσον δή ἐστι τὸ ΑΕ
τοῖς ΑΔ ΓΕ. καί ἐστι τὸ μὲν ΑΕ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχό-
μενον ὀρθογώνιον. περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΕ.
ἴση δὲ ἡ ΒΕ τῇ ΒΓ. τὸ δὲ ΑΔ. τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ. ἴση
γὰρ ἡ ΔΓ τῇ ΓΒ. τὸ δὲ ΔΒ. τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον.
τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον. ἴσον
ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ μετὰ
τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνου. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμ-
μὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχεν.
τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς
τῶν τμημάτων περιεχό-
μενον ὀρθογώνιον ἴσον
ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμη-
μάτων περιεχομένῳ
ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ

τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

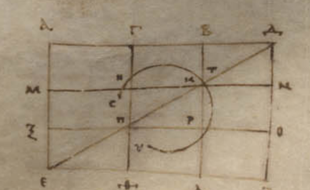
Δ. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχεν. τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης
τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώ-
νοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθο-
γωνίῳ. εὐθεῖα γὰρ γραμμὴ ἡ ΑΒ τετμήσθω ὡς ἔτυχε
κατὰ τὸ Γ. λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς
τε ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ
περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ
τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΑΔΕΒ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ. καὶ διὰ
μὲν τοῦ Γ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΔ ΕΒ. παράλληλος ἤχθω ἡ
ΓΖ. διὰ δὲ τοῦ Η ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ ΔΕ. παράλληλος ἤχθω
ἡ ΘΚ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΓΖ τῇ ΑΔ καὶ εἰς αὐτὰς
ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΔ. ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΓΗΒ ἴση
ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΑΔΒ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ
ΑΔΒ. τῇ ὑπὸ ΑΒΔ ἐστὶν ἴση. ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ ΒΑ τῇ
ΑΔ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ ΓΗΒ ἄρα γωνία, τῇ ὑπὸ ΗΒΓ
ἐστὶν ἴση. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΒΓ. πλευρᾷ τῇ ΓΗ ἐστὶν ἴση.
ἀλλ' ἡ μὲν ΓΒ. τῇ ΗΚ ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ ΓΗ. τῇ ΚΒ. καὶ
ἡ ΗΚ ἄρα τῇ ΚΒ ἐστὶν ἴση. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΗΚΒ.
λέγω δὴ ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός
ἐστιν ἡ ΓΗ τῇ ΒΚ καὶ εἰς
αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΓΒ αἱ
ἄρα ὑπὸ ΚΒΓ ΗΓΒ
γωνίαι δύο ὀρθαῖς
εἰσὶν ἴσαι. ὀρθὴ δὲ
ἡ ὑπὸ ΚΒΓ. ὀρθὴ ἄρα

θογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ. εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον τὸ ΓΕΖΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ ὁποτέρᾳ τῶν ΓΕ, ΒΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΗ, διὰ δὲ τοῦ Θ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΕΖ παράλληλος πάλιν ἤχθω ἡ ΚΜ, καὶ πάλιν διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΓΛ, ΒΜ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΚ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΘ παραπλήρωμα τῷ ΘΖ παραπληρώματι, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΔΜ. ὅλον ἄρα τὸ ΓΜ ὅλῳ τῷ ΔΖ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ ΓΜ τῷ ΑΛ ἴσον ἐστίν, ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ ἐστὶν ἴση. καὶ τὸ ΑΛ ἄρα τῷ ΔΖ ἴσον ἐστί. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΘ. ὅλον ἄρα τὸ ΑΘ τῷ ΔΖ, ΔΛ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΘ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ ἐστίν· ἴση γὰρ ἡ ΔΘ τῇ ΔΒ· τὸ δὲ ΖΔΛ ἐστὶν ὁ ΜΝΞ γνώμων· καὶ ὁ ΜΝΞ ἄρα γνώμων ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΑΔ, ΔΒ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΛΗ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ. ὁ ἄρα ΜΝΞ γνώμων καὶ τὸ ΛΗ ἴσα ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ. ἀλλὰ ὁ ΜΝΞ γνώμων καὶ τὸ ΛΗ ὅλον ἐστὶ τὸ ΓΕΖΒ τετράγωνον ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΓΒ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ. εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΔ. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετράγωνον τὸ ΓΕΖΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Β σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ΕΓ, ΔΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΗ, διὰ δὲ τοῦ Θ σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΜ, καὶ ἔτι διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΓΛ, ΔΜ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΚ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΛ

β





μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου ἴσον ἐστὶ
τῷ ἀπό τε τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος ὡς ἀπὸ μιᾶς
ἀναγραφέντι τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :–

θ΄ Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν
ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα διπλάσιά ἐστι
τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν το-
μῶν τετραγώνου. Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω εἰς μὲν ἴ-
σα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ
τῶν ΑΔ, ΔΒ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ,
ΓΔ τετραγώνων. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Γ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρ-
θὰς ἡ ΓΕ, καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρᾳ τῶν ΑΓ, ΓΒ, καὶ ἐπεζεύχθω-
σαν αἱ ΕΑ, ΕΒ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ τῇ ΕΓ παράλληλος ἤχθω
ἡ ΔΖ, διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΑΒ ἡ ΖΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ. καὶ ἐπεὶ
ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΕ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΕΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ
ΑΕΓ. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ Γ, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ ΕΑΓ
ΑΕΓ μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσί, καί εἰσιν ἴσαι· ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς
ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΕΓ, ΕΑΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκα-
τέρα τῶν ὑπὸ ΓΕΒ, ΕΒΓ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ὅλη ἄρα ἡ
ὑπὸ ΑΕΒ ὀρθή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΗΕΖ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς,
ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΕΗΖ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον
τῇ ὑπὸ ΕΓΒ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΖΗ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς·
ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΕΖ γωνία τῇ ὑπὸ [illegible]
ρὰ ἡ ΕΗ τῇ ΗΖ ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἡ [illegible] γωνία,
ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ Ζ[illegible]
[illegible] ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον [illegible]
ρα ἡ ὑπὸ ΒΖΔ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἴση [illegible]

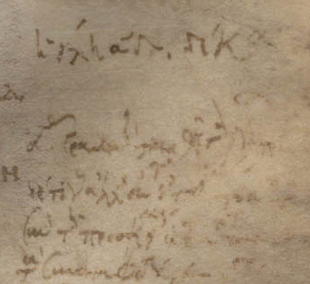
[illegible]

ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ι Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου.

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ. προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθείας ἡ ΒΔ. λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΓΕ, καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρᾳ τῶν ΑΓ, ΓΒ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ, ΕΒ. καὶ διὰ μὲν τοῦ Ε τῇ ΑΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΕΖ· διὰ δὲ τοῦ Δ τῇ ΓΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΖ. καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς ΕΓ, ΖΔ εὐθεῖά τις ἐνέπεσεν ἡ ΕΖ, αἱ ὑπὸ ΓΕΖ, ΕΖΔ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. αἱ ἄρα ὑπὸ ΖΕΒ, ΕΖΔ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. αἱ δὲ ἀπὸ ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι συμπίπτουσιν. αἱ ἄρα ΕΒ, ΖΔ ἐκβαλλόμεναι ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΕ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΑΓ τῇ ὑπὸ ΑΕΓ, καὶ ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ Γ. ἡμίσεια

ἄρα ὀρθῆς ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΕΑΓ, ΑΕΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΕΒ, ΕΒΓ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς. ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ. καὶ ἐπεὶ ἡμίσεια ὀρθῆς ἐστιν ἡ ὑπὸ ΕΒΓ, ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς καὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΗ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΗ ὀρθή· ἴση γάρ ἐστι τῇ ὑπὸ ΔΓΕ· ἐναλλὰξ γάρ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΗΒ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς. ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΗΒ τῇ ὑπὸ ΔΒΗ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΒΔ πλευρᾷ τῇ ΗΔ ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΖ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ Ζ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ἀπεναντίον τῇ πρὸς τῷ Γ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΕΗ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΗΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΕΗ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΗΖ πλευρᾷ τῇ ΕΖ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΓ τῇ ΓΑ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΓ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς ΓΑ τετραγώνῳ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΕΓ, ΓΑ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΑ τετραγώνου. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΕΓ, ΓΑ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΑ τετράγωνον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνου. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΖ τῇ ΕΖ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΕ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΗΖ, ΖΕ διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΗΖ, ΖΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ. ἴση δὲ ἡ ΕΖ τῇ ΓΔ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΗ τετράγωνον δι-



διπλάσιον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ· ἴσον δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΔ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΕΔ, ΔΗ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΗ τετραγώνοις ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΗ τετράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΔΗ διπλάσιόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΔΗ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΑΗ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΗ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων. ἴση δὲ ἡ ΔΗ τῇ ΔΒ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων. Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ. ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ τὴν ΑΒ τεμεῖν ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ, καὶ τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Ε σημεῖον, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ, καὶ διήχθω ἡ ΓΑ ἐπὶ τὸ Ζ, καὶ κείσθω τῇ ΒΕ ἴση ἡ ΕΖ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΑΖ

τετράγωνον τὸ ΖΘ, καὶ διήχθω ἡ ΗΘ ἐπὶ τὸ Κ· λέγω ὅτι ἡ ΑΒ τέτμηται κατὰ τὸ Θ ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΘ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ποιεῖν τῷ ἀπὸ τῆς ΑΘ τετραγώνῳ. ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ ΑΓ τέτμηται δίχα κατὰ τὸ Ε, πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ ΖΑ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΑ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΕ τετραγώνου [illegible] τετραγώνῳ [illegible] τῶν ΓΖ, ΖΑ περιεχόμενον ὀρθογώνιον [illegible] ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον [illegible] ΖΗ [illegible] ΔΑ κοινὸν ἀφῃρήσθω [illegible] ΑΘ ἴσον ἐστὶ [illegible] ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΘ [illegible] ὀρθογώνιον ἴσον [illegible] τετραγώνῳ [illegible] εὐθεῖα ἡ ΑΒ [illegible]

ιβ

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ. Ἔστω ἀμβλυγώνιον τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ἀμβλεῖαν ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΑΓ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β σημείου ἐπὶ τὴν ΓΑ ἐκβληθεῖσαν κάθετος ἡ ΒΔ. λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ τετραγώνων τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ ΓΔ τέτμηται ὡς ἔτυχεν κατὰ τὸ Α σημεῖον, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΔΓ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΑ ΑΔ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΔΒ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΓΑ ΑΔ ΔΒ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Δ γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΓΑ ΑΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον τῶν ἀπὸ τῶν ΓΑ ΑΒ τετραγώνων μεῖζόν ἐστι τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. Ἐν ἄρα τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ

Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ. Ἔστω ὀξυγώνιον τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ὀξεῖαν ἔχον τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α σημείου ἐπὶ τὴν ΒΓ κάθετος ἡ ΑΔ· λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΓΒ ΒΑ τετραγώνων τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΒ ΒΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ ΓΒ τέτμηται ὡς ἔτυχεν κατὰ τὸ Δ, τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΓΒ ΒΔ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν ΓΒ ΒΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΔΑ τετράγωνον·









† ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΤΡΙΤΟΝ :–

Ἴσοι κύκλοι εἰσίν, ὧν αἱ διάμετροι ἴσαι εἰσίν, ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσίν· εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη οὐ τέμνει τὸν κύκλον· κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους· ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν ἀπὸ τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσιν· μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει· τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας· τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας· ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστίν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος ληφθῇ τι σημεῖον καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥ ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν· ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία· τομεὺς δὲ κύκλου ἐστίν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ τοῦ κύκλου συσταθῇ γωνία, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας· ὅμοια τμήματα κύκλων ἐστὶ τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν :–

α. Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν· ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ· δεῖ δὴ τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν· διήχθω τις εἰς αὐτὸν ὡς ἔτυχεν εὐθεῖα ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Δ σημεῖον· καὶ ἀπὸ τοῦ Δ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΔΓ· καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Ε· καὶ τετμήσθω ἡ ΓΕ δίχα κατὰ τὸ Ζ· λέγω ὅτι τὸ Ζ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου· μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Η· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΑ, ΗΔ, ΗΒ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΔΗ, δύο δὴ αἱ ΑΔ, ΔΗ δυσὶ ταῖς ΗΔ, ΔΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΗΑ βάσει τῇ ΗΒ ἐστὶν ἴση· ἐκ κέντρου γάρ· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΗ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΔΒ ἴση ἐστίν· ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΔΒ· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΔΒ ὀρθή· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΔΒ τῇ ὑπὸ ΗΔΒ, ἡ μείζων τῇ ἐλάττονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τὸ Η κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδ' ἄλλο τι πλὴν τοῦ Ζ· τὸ Ζ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου·

πόρισμα. ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις εὐθεῖάν τινα δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνῃ, ἐπὶ τῆς τεμνούσης ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :–

Γ
Α Δ Ζ Η Β
Ε

β. Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ καὶ ἐπὶ τῆς

ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ εἰλήφθω δύο τυχόντα σημεῖα τὰ Α Β·
λέγω ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐν-
τὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατὸν πιπτέ-
τω ἐκτὸς ὡς ἡ ΑΕΒ· καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύ-
κλου καὶ ἔστω τὸ Δ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΑ ΔΒ καὶ διήχθω
ἡ ΔΖΕ· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΔΒ· ἴση ἄρα καὶ γω-
νία ἡ ὑπὸ ΔΑΕ τῇ ὑπὸ ΔΒΕ· καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΔΑΕ
μία πλευρὰ προσεκβέβληται ἡ ΑΕΒ· μείζων ἄρα
ἡ ὑπὸ ΔΕΒ γωνία τῆς ὑπὸ ΔΑΕ· ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΔΑΕ
τῇ ὑπὸ ΔΒΕ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΒ τῆς ὑπὸ ΔΒΕ·
ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει·
μείζων ἄρα ἡ ΔΒ τῆς ΔΕ· ἴση δὲ ἡ ΔΒ τῇ ΔΖ·
μείζων ἄρα ἡ ΔΖ τῆς ΔΕ ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β
ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκτὸς
πεσεῖται τοῦ κύκλου· ὁμοίως
δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἐπ' αὐ-
τῆς τῆς περιφερείας· ἐν-
τὸς ἄρα· ἐὰν ἄρα κύκλου
ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφ-
θῇ δύο τυχόντα σημεῖα
ἡ ἐπὶ ταῦτα σημεῖα ἐπι-
ζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι
γ' Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου εὐθεῖάν τινα
μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει·
κἂν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ καὶ

δίχα αὐτὴν τέμνῃ· ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ καὶ ἐν αὐτῷ εὐθεῖά τις διὰ
τοῦ κέντρου ἡ ΓΔ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν ΑΒ δί-
χα τεμνέτω κατὰ τὸ Ζ σημεῖον· λέγω ὅτι καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐ-
τὴν τέμνει· εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου καὶ
ἔστω τὸ Ε καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ ΕΒ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ
τῇ ΖΒ· κοινὴ δὲ ἡ ΖΕ· δύο δὴ δυσὶν ἴσαι εἰσίν·
καὶ βάσις ἡ ΕΑ βάσει τῇ ΕΒ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΖΕ
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΖΕ ἴση ἐστίν· ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν
σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ·
ὀρθὴ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν· ἑκατέρα ἄρα
τῶν ὑπὸ ΑΖΕ ΒΖΕ ὀρθή ἐστιν· ἡ ΓΔ ἄρα διὰ τοῦ κέντρου
οὖσα τὴν ΑΒ μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαν δίχα τέμνουσα
καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει· ἀλλὰ δὴ ἡ ΓΔ τὴν ΑΒ πρὸς ὀρ-
θὰς τεμνέτω· λέγω ὅτι καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει· τουτέστιν
ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ· τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασ-
θέντων, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΑ τῇ ΕΒ· ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ
ὑπὸ ΕΑΖ τῇ ὑπὸ ΕΒΖ· ἔστι δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΑΖΕ ὀρθῇ
τῇ ὑπὸ ΒΖΕ ἴση· δύο τρίγωνά ἐστι τὰ ΕΑΖ ΕΖΒ τὰς
δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν
μιᾷ πλευρᾷ ἴσην· κοινὴν αὐ-
τῶν τὴν ΕΖ ὑποτείνουσαν ὑπὸ
μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν· καὶ τὰς
λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοι-
παῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει· ἴση
ἄρα ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ· ἐὰν ἄρα ἐν κύ-
κλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου καὶ
τὰ ἑξῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

δ

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ ΒΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι· λέγω ὅτι οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα. εἰ γὰρ δυνατόν, τεμνέτωσαν ἀλλήλας δίχα ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΑΕ τῇ ΕΓ, τὴν δὲ ΒΕ τῇ ΕΔ· καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου καὶ ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὸ Ε ἐπεζεύχθω ἡ ΖΕ. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΖΕ εὐθεῖάν τινα τὴν ΑΓ δίχα τέμνει, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΕΑ. πάλιν, ἐπεὶ εὐθεῖά τις ἡ ΖΕ εὐθεῖαν τινα τὴν ΒΔ δίχα τέμνει, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΕΒ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΑ ὀρθή· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΕΑ τῇ ὑπὸ ΖΕΒ, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα αἱ ΑΓ ΒΔ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα. ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ε

Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. δύο γὰρ κύκλοι οἱ ΑΒΓ ΓΔΗ τεμνέτωσαν ἀλλήλους κατὰ τὰ Β Γ σημεῖα· λέγω ὅτι οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ, καὶ διήχθω ἡ ΕΖΗ ὡς ἔτυχεν. καὶ ἐπεὶ τὸ Ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΕΓ τῇ ΕΖ. πάλιν ἐπεὶ τὸ Ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΗ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΕΓ τῇ ΕΗ· ἐδείχθη δὲ ἡ ΕΓ καὶ τῇ ΕΖ ἴση· καὶ ἡ ΕΖ ἄρα τῇ ΕΗ ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῶν ΑΒΓ ΓΔΗ κύκλων. ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔστιν αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ϛ

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. δύο γὰρ κύκλοι οἱ ΑΒΓ ΓΔΕ ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων κατὰ τὸ Γ σημεῖον· λέγω ὅτι οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ, καὶ διήχθω ὡς ἔτυχεν ἡ ΖΕΒ. ἐπεὶ οὖν τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΖΓ τῇ ΖΒ. πάλιν ἐπεὶ τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΕ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΖΓ τῇ ΖΕ. ἐδείχθη δὲ ἡ ΖΓ τῇ ΖΒ ἴση· καὶ ἡ ΖΕ ἄρα τῇ ΖΒ ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῶν ΑΒΓ ΓΔΕ κύκλων. ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

ζ

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον

προσπίπτωσιν εὐθεῖαί τινες, μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή· τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί· δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ ΑΔ, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΔ εἰλήφθω τι σημεῖον τὸ Ζ, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, κέντρον δὲ τοῦ κύκλου ἔστω τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον προσπιπτέτωσαν εὐθεῖαί τινες αἱ ΖΒ ΖΓ ΖΗ· λέγω ὅτι μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ΖΑ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΖΔ, τῶν δὲ ἄλλων ἡ μὲν ΖΒ τῆς ΖΓ μείζων, ἡ δὲ ΖΓ τῆς ΖΗ. ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΕ ΓΕ ΗΕ. καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν, αἱ ἄρα ΕΒ ΕΖ τῆς ΒΖ μείζονές εἰσιν. ἴση δὲ ἡ ΑΕ τῇ ΒΕ· αἱ ἄρα ΒΕ ΕΖ ἴσαι εἰσὶ τῇ ΑΖ· μείζων ἄρα ἡ ΑΖ τῆς ΒΖ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΓΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΖΕ, δύο δὴ αἱ ΒΕ ΕΖ δυσὶ ταῖς ΓΕ ΕΖ ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΕΖ γωνίας τῆς ὑπὸ ΓΕΖ μείζων· βάσις ἄρα ἡ ΒΖ βάσεως τῆς ΓΖ μείζων ἐστίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΓΖ τῆς ΖΗ μείζων ἐστί. πάλιν ἐπεὶ αἱ ΗΖ ΖΕ τῆς ΕΗ μείζονές εἰσιν, ἴση δὲ ἡ ΕΗ τῇ ΕΔ, αἱ ἄρα ΗΖ ΖΕ τῆς ΕΔ μείζονές εἰσι. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΕΖ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΗΖ λοιπῆς τῆς ΖΔ μείζων ἐστί. μεγίστη μὲν ἄρα ἡ ΖΑ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΖΔ, μείζων δὲ ἡ μὲν ΖΒ τῆς ΖΓ, ἡ δὲ ΖΓ τῆς ΖΗ.

λέγω δὲ ὅτι καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου δύο μόνον ἴσαι προσπεσοῦνται πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ΖΔ ἐλαχίστης. συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ ΕΖ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Ε τῇ ὑπὸ ΗΕΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΖΕΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΘ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΗΕ τῇ ΕΘ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΗΕ ΕΖ δυσὶ ταῖς ΘΕ ΕΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΘΕΖ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΖΗ βάσει τῇ ΖΘ ἴση ἐστίν. λέγω δὴ ὅτι τῇ ΖΗ ἄλλη ἴση οὐ προσπεσεῖται πρὸς τὸν κύκλον ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου. εἰ γὰρ δυνατόν, προσπιπτέτω ἡ ΖΚ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΚ τῇ ΖΗ ἴση ἐστίν, ἀλλὰ ἡ ΖΘ τῇ ΖΗ ἴση ἐστίν, καὶ ἡ ΖΚ ἄρα τῇ ΖΘ ἐστιν ἴση, ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῇ ἀπώτερον ἴση· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου ἑτέρα τις προσπεσεῖται πρὸς τὸν κύκλον ἴση τῇ ΗΖ· μία ἄρα μόνη. ἐὰν ἄρα κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον, καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε, τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεγίστη μέν ἐστιν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον



διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί· τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου· τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων· δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ᾽ ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης· ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ· καὶ τοῦ ΑΒΓ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ Δ· καὶ ἀπ᾽ αὐτοῦ διήχθωσαν εὐθεῖαί τινες πρὸς τὸν κύκλον αἱ ΔΑ ΔΕ ΔΖ ΔΓ· ἔστω δὲ ἡ ΔΑ διὰ τοῦ κέντρου· λέγω ὅτι τῶν μὲν πρὸς τὴν ΑΕΖΓ κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεγίστη μέν ἐστιν ἡ διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΔΑ· ἐλαχίστη δὲ ἡ μεταξὺ τοῦ Δ σημείου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς ΑΗ· μείζων δὲ ἡ μὲν ΔΕ τῆς ΔΖ· ἡ δὲ ΔΖ τῆς ΔΓ· τῶν δὲ πρὸς τὴν ΘΛΚΗ κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ΔΗ ἐλαχίστης ἐλάττων ἐστὶ τῆς ἀπώτερον· ἡ μὲν ΔΚ τῆς ΔΛ· ἡ δὲ ΔΛ τῆς ΔΘ· εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου καὶ ἔστω τὸ Μ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΜΕ ΜΖ ΜΓ ΜΚ ΜΛ ΜΘ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΜ τῇ ΕΜ· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΜΔ· ἡ ἄρα ΑΔ ἴση ἐστὶ ταῖς ΕΜ ΜΔ· ἀλλ᾽ αἱ ΕΜ ΜΔ τῆς ΕΔ μείζονές εἰσι· καὶ ἡ ΑΔ ἄρα τῆς ΕΔ μείζων ἐστί· πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΜΕ τῇ ΜΖ· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΜΔ· αἱ ΕΜ ΜΔ ἄρα ταῖς ΖΜ ΜΔ ἴσαι εἰσί· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΜΔ γωνίας τῆς ὑπὸ ΖΜΔ μείζων ἐστί· βάσις ἄρα ἡ ΕΔ βάσεως τῆς ΖΔ μείζων ἐστίν· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ΖΔ

τῆς ΓΔ μείζων ἐστί· μεγίστη μὲν ἄρα ἡ ΔΑ· μείζων δὲ ἡ μὲν ΔΕ τῆς ΔΖ· ἡ δὲ ΔΖ τῆς ΔΓ· καὶ ἐπεὶ αἱ ΜΚ ΚΔ τῆς ΜΔ μείζονές εἰσιν· ἴση δὲ ἡ ΜΗ τῇ ΜΚ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΚΔ λοιπῆς τῆς ΗΔ μείζων ἐστίν· ὥστε ἡ ΗΔ τῆς ΚΔ ἐλάσσων ἐστί· καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΜΛΔ ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς ΜΔ δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συνεστάθησαν αἱ ΜΚ ΚΔ· αἱ ἄρα ΜΚ ΚΔ τῶν ΜΛ ΛΔ ἐλάσσονές εἰσιν· ὧν ἴση ἡ ΜΚ τῇ ΜΛ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΚ λοιπῆς τῆς ΔΛ ἐλάσσων ἐστίν· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ΔΛ τῆς ΔΘ ἐλάσσων ἐστίν· ἐλαχίστη μὲν ἄρα ἡ ΔΗ· ἐλάσσων δὲ ἡ μὲν ΔΚ τῆς ΔΛ· ἡ δὲ ΔΛ τῆς ΔΘ· λέγω ὅτι καὶ δύο μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ Δ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ᾽ ἑκάτερα τῆς ΔΗ ἐλαχίστης· συνεστάτω πρὸς τῇ ΜΔ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Μ τῇ ὑπὸ ΚΜΔ γωνίᾳ ἴση γωνία ἡ ὑπὸ ΔΜΒ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΜ τῇ ΜΚ· κοινὴ δὲ ἡ ΜΔ· δύο δὴ αἱ ΚΜ ΜΔ δυσὶ ταῖς ΒΜ ΜΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΚΜΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΜΔ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΔΚ βάσει τῇ ΔΒ ἴση ἐστί· λέγω δὴ ὅτι τῇ ΔΚ εὐθείᾳ ἄλλη ἴση οὐ προσπεσεῖται πρὸς τὸν κύκλον ἀπὸ τοῦ Δ σημείου· εἰ γὰρ δυνατόν, προσπιπτέτω καὶ ἔστω ἡ ΔΝ· ἐπεὶ οὖν ἡ ΔΚ τῇ ΔΝ ἐστὶν ἴση· ἀλλ᾽ ἡ ΔΚ τῇ ΔΒ ἐστὶν ἴση· καὶ

Ζ Γ Θ Ε Λ Κ Α Μ Η Β Ν Δ

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

ἄλλως

Κύκλος κύκλον οὐ τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο.

δίχα τεμνέσθωσαν κατὰ τὰ Κ, Λ σημεῖα· καὶ ἀπὸ τῶν Κ, Λ
ταῖς ΒΘ, ΒΗ πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσαι αἱ ΚΓ, ΛΜ διήχθωσαν
ἐπὶ τὰ Α, Ε σημεῖα· ἐπεὶ οὖν ἐν κύκλῳ τῷ ΑΒΓ εὐθεῖά τις ἡ
ΑΓ εὐθεῖάν τινα τὴν ΒΘ δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει· ἐπὶ
τῆς ΑΓ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου· πάλιν ἐπεὶ ἐν
κύκλῳ τῷ αὐτῷ τῷ ΑΒΓ εὐθεῖά τις ἡ ΝΞ εὐθεῖάν τινα τὴν
ΒΗ δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει· ἐπὶ τῆς ΝΞ ἄρα τὸ κέν-
τρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ. καὶ κα-
τ' οὐδὲν συμβάλλουσιν αἱ ΑΓ, ΝΞ εὐθεῖαι ἀλλήλαις ἢ κατὰ
τὸ Ο· τὸ Ο ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ὁμοί-
ως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ
τοῦ ΔΕΖ κύκλου κέντρον
ἐστὶ τὸ Ο· δύο ἄρα κύκλων
τεμνόντων ἀλλήλους τῶν
ΑΒΓ, ΔΕΖ τὸ αὐτό ἐστι κέν-
τρον τὸ Ο· ὅπερ ἐστὶν ἀδύ-
νατον· οὐκ ἄρα κύκλος
κύκλον τέμνει κατὰ πλεί-
ονα σημεῖα ἢ δύο· ὅπερ
ἔδει δεῖξαι :— ἄλλως :—

Κύκλος γὰρ πάλιν ὁ ΑΒΓ κύκλον τὸν ΔΕΖ τεμνέτω κατὰ
πλείονα σημεῖα ἢ δύο τὰ Β, Η, Ζ, Θ· καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον
τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ Κ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΒ, ΚΗ, ΚΖ· ἐπεὶ
οὖν κύκλου τοῦ ΔΕΖ εἴληπταί τι σημεῖον ἐντὸς τὸ Κ, καὶ
ἀπὸ τοῦ Κ πρὸς τὸν ΔΕΖ κύκλον προσπεπτώκασι πλεί-
ους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι αἱ ΚΒ, ΚΖ, ΚΗ· τὸ Κ ἄρα σημεῖον
κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου· ἔστι δὲ καὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου κέν-
τρον τὸ Κ· δύο ἄρα κύκλων τεμνόντων ἀλλήλους τὸ αὐτὸ
κέντρον ἐστὶ τὸ Κ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα κύκλος
κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—

ια Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, ἡ ἐπὶ τὰ κέν-
τρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ
τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων· δύο γὰρ κύκλοι οἱ
ΑΒΓ, ΑΔΕ ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων ἐντὸς κατὰ τὸ Α σημεῖον·
καὶ εἰλήφθω τοῦ ΑΒΓ κύκλου κέντρον τὸ Ζ· τοῦ δὲ ΑΔΕ
τὸ Η· λέγω ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Ζ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖ-
α ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὸ Α πεσεῖται· μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνα-
τόν, πιπτέτω ὡς ἡ ΖΗΘ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ, ΑΗ· ἐπεὶ
οὖν αἱ ΑΗ, ΗΖ τῆς ΖΑ τουτέστι τῆς ΖΘ μείζονές εἰσι· κοι-
νὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΖΗ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΗ λοιπῆς τῆς
ΗΘ μείζων ἐστὶν ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἀδύνα-
τον· οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὸ Η ἐπιζευγνυμένη ἐκ-
τὸς πεσεῖται τῆς κατὰ τὸ Α
συναφῆς· πεσεῖται ἄρα ἐπ' αὐτῆς·
ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται
ἀλλήλων ἐντός, καὶ ληφθῇ αὐ-
τῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέν-
τρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη
εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ
τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν
κύκλων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—
ἀλλὰ δὴ πιπτέτω ὡς ἡ ΗΖΓ, καὶ προσεκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας

ιβ Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐκτός, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

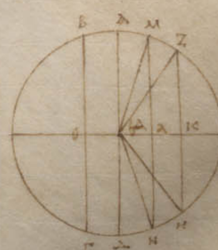
ιγ Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάν τε ἐντὸς ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται.

κύκλου οὐκ ἐφάψεται κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν· ἐάν τε ἐντὸς ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται :—

ιδ Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου, καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ ἴσαι ἀλλήλαις ἔστωσαν αἱ ΑΒ ΓΔ· λέγω ὅτι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου καὶ ἔστω τὸ Ε· καὶ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὰς ΑΒ ΓΔ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΕΖ ΕΗ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ ΕΓ. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΕΖ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν ΑΒ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει. ἴση ἄρα ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ· διπλῆ ἄρα ἡ ΑΒ τῆς ΑΖ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΓΔ τῆς ΓΗ ἐστὶ διπλῆ. καὶ ἐστὶν ἴση ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΑΖ τῇ ΓΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΓ, ἴσον καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΓ. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΕ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΖ ΕΖ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Ζ γωνία· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΕΓ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΕΗ ΗΓ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Η γωνία· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΖ ΖΕ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΗ ΗΕ· ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΗ· ἴση γάρ ἐστιν ἡ ΑΖ τῇ ΓΗ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ λοιπῷ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ ἴσον ἐστίν· ἴση ἄρα ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ. ἐν δὲ κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν ἀπὸ τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι

ὦσιν· αἱ ἄρα ΑΒ ΓΔ ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. ἀλλὰ δὴ αἱ ΑΒ ΓΔ εὐθεῖαι ἴσον ἀπεχέτωσαν ἀπὸ τοῦ κέντρου, τουτέστιν ἴση ἔστω ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ· λέγω ὅτι ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δείξομεν ὅτι διπλῆ ἐστιν ἡ μὲν ΑΒ τῆς ΑΖ, ἡ δὲ ΓΔ τῆς ΓΗ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΓΕ, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΕ· ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΕ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΕΖ ΖΑ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΓΕ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΕΗ ΗΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΕΖ ΖΑ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΗ ΗΓ· ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ ἐστὶν ἴσον· ἴση γὰρ ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΗ· ἴση ἄρα ἡ ΑΖ τῇ ΓΗ· καί ἐστι τῆς μὲν ΑΖ διπλῆ ἡ ΑΒ, τῆς δὲ ΓΗ διπλῆ ἡ ΓΔ· ἴση ἄρα ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. ἐν κύκλῳ ἄρα αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου, καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—

ιε Ἐν κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διάμετρος, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ ΑΔ, κέντρον δὲ τὸ Ε, καὶ ἔγγιον μὲν τῆς ΑΔ διαμέτρου ἔστω ἡ ΒΓ, ἀπώτερον δὲ ἡ ΖΗ· λέγω ὅτι μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ΑΔ, μείζων δὲ ἡ ΒΓ τῆς ΖΗ. ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τοῦ Ε κέντρου ἐπὶ τὰς ΒΓ ΖΗ κάθετοι αἱ ΕΘ ΕΚ. καὶ ἐπεὶ ἔγγιον μὲν τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ ΒΓ, ἀπώτερον δὲ ἡ ΖΗ, μείζων ἄρα ἡ ΕΚ τῆς ΕΘ. κείσθω τῇ ΕΘ ἴση ἡ ΕΛ, καὶ διὰ τοῦ Λ τῇ ΕΚ πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσα ἡ ΛΜ διήχθω ἐπὶ τὸ Ν.



καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΜ, ΕΝ, ΖΕ, ΕΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΘ
τῇ ΕΛ, ἴση ἐστὶν καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΜΝ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
μὲν ΑΕ τῇ ΕΜ, ἡ δὲ ΕΔ τῇ ΕΝ, ἡ ἄρα ΑΔ ταῖς ΜΕ,
ΕΝ ἴση ἐστίν· ἀλλ' αἱ ΜΕ, ΕΝ τῆς ΜΝ μείζονές εἰσιν· καὶ
ἡ ΑΔ τῆς ΜΝ μείζων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΜΕ, ΕΝ δύο
ταῖς ΖΕ, ΕΗ ἴσαι εἰσί, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΜΕΝ γωνίας
τῆς ὑπὸ ΖΕΗ μείζων ἐστί, βάσις ἄρα ἡ ΜΝ βάσεως
τῆς ΖΗ μείζων ἐστίν· ἀλλὰ ἡ ΜΝ
τῇ ΒΓ ἐδείχθη ἴση· καὶ ἡ ΒΓ τῆς
ΖΗ μείζων ἐστί. ἐν κύκλῳ ἄρα
ἡ ΑΔ διάμετρος μείζων δὲ ἡ ΒΓ
τῆς ΖΗ· ἐν κύκλῳ ἄρα μεγί-
στη μέν ἐστιν ἡ διάμετρος, τῶν
δ' ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου
τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν· ὅ-
περ ἔδει δεῖξαι.

ις Ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀ-
γομένη ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ εἰς τὸν μετα-
ξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐ-
θεῖα οὐ παρεμπεσεῖται· καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γω-
νία ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν,
ἡ δὲ λοιπὴ ἐλάττων. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ περὶ κέντρον
τὸ Δ καὶ διάμετρον τὴν ΑΒ· λέγω ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Α τῇ
ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐκτὸς πεσεῖται
τοῦ κύκλου. μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέτω ἐντὸς ὡς
ἡ ΓΑ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΔΓ,

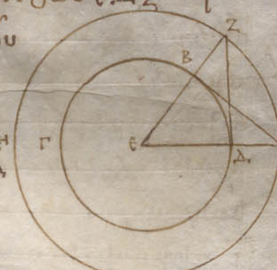
ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ·
ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΔ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΔΑΓ, ΑΓΔ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Α σημείου
τῇ ΒΑ πρὸς ὀρθὰς ἀγομένη ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.
ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τῆς περιφερείας· ἐ-
κτὸς ἄρα. πιπτέτω ὡς ἡ ΑΕ. λέγω δὴ ὅτι εἰς τὸν μεταξὺ
τόπον τῆς τε ΑΕ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ περιφερείας ἑτέ-
ρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται. εἰ γὰρ δυνατόν, παρεμ-
πιπτέτω ὡς ἡ ΖΑ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Δ σημείου ἐπὶ τὴν ΖΑ
κάθετος ἡ ΔΗ. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΗΔ, ἐλάττων
δὲ ὀρθῆς ἡ ὑπὸ ΔΑΗ, μείζων ἄρα ἡ ΑΔ τῆς ΔΗ. ἴση
δὲ ἡ ΔΑ τῇ ΔΘ· μείζων ἄρα ἡ ΔΘ τῆς ΔΗ, ἡ ἐλάττων
τῆς μείζονος· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα εἰς τὸν μεταξὺ
τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖ-
α παρεμπεσεῖται. λέγω ὅτι καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου
γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῆς ΒΑ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ
περιφερείας ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου
μείζων ἐστίν, ἡ δὲ λοιπὴ ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῆς ΓΘΑ
περιφερείας καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας ἁπάσης γωνίας εὐ-
θυγράμμου ἐλάττων ἐστίν. εἰ γὰρ
ἐστί τις γωνία εὐθύγραμμος μείζων
μὲν τῆς περιεχομένης ὑπό τε
τῆς ΒΑ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ περι-
φερείας, ἐλάττων δὲ τῆς περι-
εχομένης ὑπὸ ΓΘΑ περιφερεί-
ας καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας, εἰς τὸν μεταξὺ



τόπον τῆς τε ΓΘΑ περιφερείας καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας παρεμ-
πεσεῖται. ἥτις ποιήσει μείζονα μὲν τῆς περιεχομένης
ὑπό τε τῆς ΒΑ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ περιφερείας τὴν ὑπὸ
εὐθειῶν περιεχομένην. ἐλάττονα δὲ τῆς περιεχομέ-
νης ὑπό τε τῆς ΓΘΑ περιφερείας καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας·
οὐ παρεμπίπτει δέ· οὐκ ἄρα τῆς περιεχομένης γω-
νίας ὑπὸ τῆς ΒΑ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ περιφερείας ἔσται
μείζων ὀξεῖα ὑπὸ εὐθειῶν περιεχομένη. οὐδὲ μὴν ἐ-
λάττων τῆς περιεχομένης ὑπὸ ΓΘΑ περιφερείας
καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας· ἐκ δὴ τούτου φανερόν. ὅτι ἡ τῇ
διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομέ-
νη ἐφάπτεται τοῦ κύκλου· καὶ ὅτι εὐθεῖα κύκλου καθ' ἓν
μόνον ἐφάπτεται σημεῖον· ἐπειδήπερ καὶ ἡ κατὰ δύο αὐ-
τῷ συμβάλλουσα ἐντὸς αὐτοῦ πίπτουσα ἐδείχθη.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

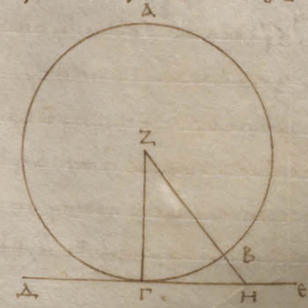
ΙΖ Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφα-
πτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν· ἔστω τὸ μὲν δο-
θὲν σημεῖον τὸ Α. ὁ δὲ δοθεὶς κύκλος ὁ ΒΓΔ· δεῖ δὴ ἀ-
πὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Α τοῦ δοθέντος κύκλου
τοῦ ΒΓΔ. ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν· εἰ-
λήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Ε· καὶ ἐπεζεύχθω
ἡ ΑΕ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Ε διαστήματι δὲ τῷ ΑΕ. κύ-
κλος γεγράφθω ὁ ΑΖΗ· καὶ ἀπὸ τοῦ Δ τῇ ΕΑ πρὸς ὀρ-
θὰς ἤχθω ἡ ΔΖ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΖ ΑΒ· λέγω ὅτι
ἀπὸ τοῦ Α σημείου τοῦ ΒΓΔ κύκλου ἐφαπτομένη ἡ-
κται ἡ ΑΒ· ἐπεὶ γὰρ τὸ Ε κέντρον ἐστὶ τῶν ΒΓΔ ΑΖΗ κύ-

κλων. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΕΔ τῇ ΕΖ· ἡ δὲ ΕΑ τῇ ΕΒ· δύο
δὴ αἱ ΑΕ ΕΒ δυσὶ ταῖς ΖΕ ΕΔ ἴσαι εἰσί· καὶ γωνίαν κοινὴν
περιέχουσι τὴν πρὸς τῷ Ε· βάσις ἄρα ἡ ΔΖ βάσει τῇ
ΑΒ ἴση ἐστί· καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον τῷ ΕΒΑ τριγώνῳ ἴσον
ἐστί· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις· ἴση ἄ-
ρα τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἡ ὑπὸ ΕΒΑ· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΕΔΖ· ὀρ-
θὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΕΒΑ· καὶ ἐστὶν ἡ ΕΒ ἐκ τοῦ
κέντρου· ἡ δὲ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου
πρὸς ὀρθὰς ἀγομένη ἐφάπτεται τοῦ
κύκλου· ἡ ΑΒ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΒΓΔ
κύκλου· ἀπὸ τοῦ δοθέντος ἄρα ση-
μείου τοῦ Α τοῦ δοθέντος κύκλου τοῦ



ΒΓΔ. ἐφαπτομένη εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΑΒ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

ΙΗ Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα· ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ
τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα. ἡ ἐπιζευχθεῖσα κά-
θετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην· κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ
ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ κατὰ τὸ Γ σημεῖον· καὶ εἰλή-
φθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ Ζ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ
τὸ Γ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ· λέγω ὅτι ἡ ΖΓ κάθετός ἐστιν ἐπὶ
τὴν ΔΕ· εἰ γὰρ μή. ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθε-
τος ἡ ΖΗ· ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΗΓ γω-
νία ὀρθή ἐστιν. ὀξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ
ὑπὸ ΖΓΗ· ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γω-
νίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· μεί-
ζων ἄρα ἡ ΖΓ τῆς ΖΗ· ἴση δὲ ἡ ΖΓ
τῇ ΖΒ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΖΒ τῆς ΖΗ·




Α
Β
Δ
Ζ



γωνίαι ἔστωσαν αἱ ὑπὸ ΒΑΔ ΒΕΔ· λέγω ὅτι αἱ ὑπὸ ΒΑΔ ΒΕΔ
γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· εἰλήφθω γὰρ τοῦ ΑΒΓΔΕ
κύκλου τὸ κέντρον καὶ ἔστω τὸ Ζ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΖ ΖΔ·
καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΔ γωνία πρὸς τῷ κέντρῳ ἐστίν· ἡ δὲ
ὑπὸ ΒΑΔ πρὸς τῇ περιφερείᾳ καὶ ἔχουσι τὴν αὐτὴν
περιφέρειαν βάσιν τὴν ΒΓΔ· ἡ ἄρα
ὑπὸ ΒΖΔ γωνία διπλασίων ἐστὶ τῆς
ὑπὸ ΒΑΔ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἡ ὑπὸ ΒΖΔ
καὶ τῆς ὑπὸ ΒΕΔ ἐστὶ διπλασίων· ἴση
ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΔ τῇ ὑπὸ ΒΕΔ· ἐν κύ-
κλῳ ἄρα αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γω-
νίαι ἴσαι ἀλλήλαις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ΚΒ Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γω-
νίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ
καὶ ἐν αὐτῷ τετράπλευρον ἔστω τὸ ΑΒΓΔ· λέγω ὅτι
αἱ ἀπεναντίον αὐτοῦ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·
ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ ΒΔ· ἐπεὶ οὖν παντὸς τριγώ-
νου αἱ τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· τοῦ ΑΒΓ
ἄρα αἱ τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΓΑΒ ΑΒΓ ΒΓΑ δυσὶν ὀρ-
θαῖς ἴσαι εἰσίν· ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ ΓΑΒ τῇ ὑπὸ ΒΔΓ·
ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματί εἰσιν τῷ ΒΑΔΓ· ἡ δὲ ὑ-
πὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΑΔΒ· ἐν γὰρ τῷ αὐ-
τῷ τμήματί εἰσιν τῷ ΑΔΓΒ· ὅλη
ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ ταῖς ὑπὸ ΒΑΓ ΑΓΒ
ἴση ἐστί· κοινὴ προσκείσθω ταῖς δύ-
ο ὁμοίου τῇ πρὸ τοῦ Α καὶ Γ καὶ χωρὶς τῇ

-ῶν τῇ πρὸς Α· ἡ ὑπὸ ΑΒΓ· αἱ ἄρα ΑΒΓ ΒΑΓ ΑΓΒ· ταῖς ὑ-
πὸ ΑΒΓ ΑΔΓ ἴσαι εἰσί· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ ΑΔΓ δυσὶν ὀρθαῖς
ἴσαι εἰσίν· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ ΒΑΔ ΔΓΒ
γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί· τῶν ἄρα ἐν τοῖς κύκλοις
τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴ-
σαι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

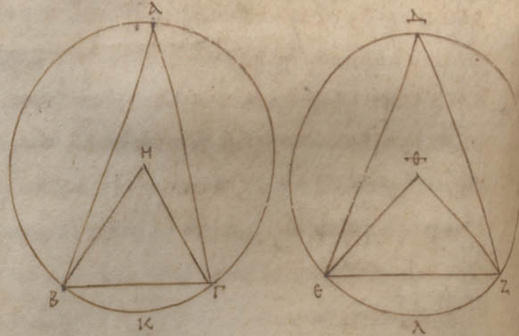
ΚΓ Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ
ἄνισα οὐ συσταθήσεται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη· εἰ γὰρ δυνατὸν
ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς ΑΒ δύο τμήματα κύ-
κλων ὅμοια καὶ ἄνισα συνεστάτω ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ
ΑΓΒ ΑΔΒ· καὶ διήχθω ἡ ΑΓΔ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΒ ΔΒ·
ἐπεὶ οὖν ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΓΒ τμῆμα τῷ ΑΔΒ τμήματι·
ὅμοια δὲ τμήματα κύκλων ἐστὶ τὰ
δεχόμενα γωνίας ἴσας· ἴση ἄρα
ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΔΒ· ἡ
ἐκτὸς τῇ ἐντός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνα-
τον· οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθεί-
ας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια
καὶ ἄνισα συσταθήσεται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ΚΔ Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλ-
λήλοις ἐστίν· ἔστωσαν γὰρ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν ΑΒ ΓΔ
ὅμοια τμήματα κύκλων τὰ ΑΕΒ ΓΖΔ· λέγω ὅτι ἴσον
ἐστὶ τὸ ΑΕΒ τμῆμα τῷ ΓΖΔ τμήματι· ἐφαρμοζο-
μένου γὰρ τοῦ ΑΕΒ τμήματος ἐπὶ τὸ ΓΖΔ· καὶ τιθε-
μένου τοῦ μὲν Α σημείου ἐπὶ τὸ Γ· τῆς δὲ ΑΒ εὐθείας
ἐπὶ τὴν ΓΔ· ἐφαρμόσει τὸ Β σημεῖον ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον·

διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΒ τῇ ΓΔ· ἐφαρμοσάσης δὲ τῆς ΑΒ
εὐθείας ἐπὶ τὴν ΓΔ. ἐφαρμόσει καὶ τὸ ΑΕΒ τμῆμα ἐπὶ τὸ
ΓΖΔ· εἰ γὰρ μὴ ἐφαρμόσει ἀλλὰ παραλλάξει ὡς τὸ ΓΗΔ
κύκλος δὲ κύκλον οὐ τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο
ἀλλὰ καὶ τέμνει ὁ ΑΕΒ τὸν ΓΖΔ κατὰ πλείονα σημεῖα
ἢ δύο τὰ ΓΗΔ. ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐφαρμοζο-
μένης τῆς ΑΒ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΓΔ. οὐκ ἐφαρμόσει καὶ
τὸ ΑΕΒ τμῆμα
ἐπὶ τὸ ΓΖΔ· ἐφαρ-
μόσει ἄρα καὶ ἴσον
αὐτῷ ἔσται· τὰ
ἄρα ἐπὶ ἴσων εὐ-
θειῶν ὅμοια τμή-
ματα κύκλων. ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:
κύκλου τμήματος δοθέντος προσαναγράψαι τὸν κύ-
κλον οὗπερ ἐστὶ τμῆμα· ἔστω κύκλου τμῆμα τὸ ΑΒΓ·
δεῖ δὴ τοῦ ΑΒΓ τμήματος προσαναγράψαι τὸν κύκλον
οὗπερ ἐστὶ τμῆμα· τετμήσθω γὰρ ἡ ΑΓ δίχα κατὰ
τὸ Δ. καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Δ σημείου τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς
ἡ ΔΒ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ· ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία ἄρα τῆς
ὑπὸ ΒΑΔ ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἴση ἢ ἐλάττων· ἔστω πρό-
τερον μείζων καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΒΑ εὐθείᾳ καὶ τῷ
πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΑΒΔ γωνίᾳ ἴση
ἡ ὑπὸ ΒΑΕ. καὶ διήχθω ἡ ΔΒ ἐπὶ τὸ Ε καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ·
ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ. κοινὴ δὲ ἡ ΔΕ. δύο δὴ
αἱ ΑΔ ΔΕ δύο ταῖς ΓΔ ΔΕ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκα-

τέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΕ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΔΕ ἐστὶν ἴση·
ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· βάσις ἄρα ἡ ΑΕ βάσει τῇ ΓΕ ἐστὶν ἴση·
ἀλλὰ ἡ ΑΕ τῇ ΒΕ ἐδείχθη ἴση· καὶ ἡ ΒΕ ἄρα τῇ ΓΕ ἐστὶν
ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΑΕ ΕΒ ΕΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὁ ἄρα
κέντρῳ τῷ Ε διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΑΕ ΕΒ ΕΓ κύκλος
γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται
προσαναγεγραμμένος· κύκλου ἄρα τμήματος δοθέν-
τος προσαναγέγραπται ὁ κύκλος. καὶ δῆλον ὡς τὸ ΑΒΓ
τμῆμα ἔλαττόν ἐστιν ἡμικυκλίου. διὰ τὸ Ε κέντρον ἐκτὸς
αὐτοῦ τυγχάνειν· ὁμοίως δὲ κἂν ᾖ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία
ἴση τῇ ὑπὸ ΒΑΔ τῆς ΑΔ ἴσης γενομένης ἑκατέρᾳ
τῶν ΒΔ ΔΓ· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΔΑ ΔΒ ΔΓ ἴσαι ἀλλήλαις
ἔσονται· καὶ ἔσται τὸ Δ κέντρον τοῦ προσαναπεπληρω-
μένου κύκλου. καὶ δηλαδὴ ἔσται τὸ ΑΒΓ ἡμικύκλιον· ἐὰν
δὲ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ ἐλάττων ᾖ τῆς ὑπὸ
ΒΑΔ καὶ συστησώμεθα πρὸς τῇ ΒΑ εὐ-
θείᾳ καὶ τῷ Α σημείῳ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ
γωνίᾳ ἴσην. ἐντὸς τοῦ ΑΒΓ τμήμα-
τος πεσεῖται τὸ κέντρον ἐπὶ τῆς
ΔΒ. καὶ ἔσται δηλαδὴ τὸ ΑΒΓ τμῆμα
μεῖζον ἡμικυκλίου· τμήματος ἄ-
ρα δοθέντος. ἀναγέγραπται ὁ κύκλος. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι
κϛ Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφε-
ρειῶν βεβήκασιν· ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε
πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι· ἔστωσαν
ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ ΔΕΖ καὶ ἐν αὐτοῖς ἴσαι γωνίαι

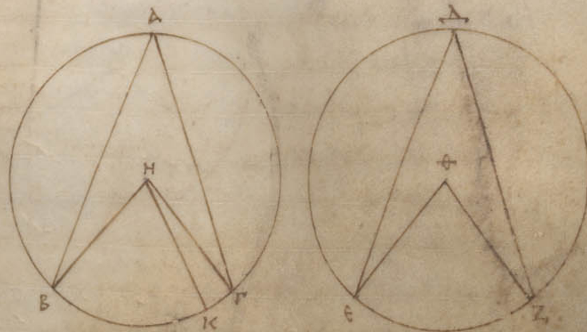
ἔστωσαν· πρὸς μὲν τοῖς κέντροις αἱ ὑπὸ ΒΗΓ ΕΘΖ· πρὸς
δὲ ταῖς περιφερείαις· αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΕΔΖ· λέγω ὅτι ἴση ἐστὶν
ἡ ΒΚΓ περιφέρεια τῇ ΕΛΖ περιφερείᾳ· ἐπεζεύχθω-
σαν γὰρ αἱ ΒΓ ΕΖ· καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ ΑΒΓ ΔΕΖ κύκλοι· ἴ-
σαι εἰσὶν αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὴ αἱ ΗΒ ΗΓ δύο ταῖς
ΕΘ ΘΖ ἴσαι εἰσί· καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ Η γωνίᾳ τῇ πρὸς
τῷ Θ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἐστὶν ἴση· καὶ
ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Α γωνία τῇ πρὸς τῷ Δ· ὅμοιον
ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΑΓ τμῆμα τῷ ΕΔΖ τμήματι· καί εἰσιν ἐπὶ ἴ-
σων εὐθειῶν τῶν ΒΓ ΕΖ· τὰ δὲ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια
τμήματα κύκλων· ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἴσον ἄρα τὸ ΒΑΓ
τμῆμα τῷ ΕΔΖ· ἔστιν δὲ καὶ ὅλος ὁ ΑΒΓ κύκλος ὅλῳ τῷ
ΕΔΖ κύκλῳ ἴσος· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΚΓ
περιφέρεια τῇ
ΕΛΖ περιφερείᾳ
ἐστὶν ἴση· ἐν ἄρα
τοῖς ἴσοις κύκλοις
αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ
ἴσων περιφερειῶν
βεβήκασιν ἐάν τε



πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι
βεβηκυῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

κζ Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖ-
αι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις
ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι·

ἐν γὰρ ἴσοις κύκλοις τοῖς ΑΒΓ ΔΕΖ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν
τῶν ΒΓ ΕΖ· πρὸς μὲν τοῖς Η Θ κέντροις· γωνίαι βεβηκέ-
τωσαν αἱ ὑπὸ ΒΗΓ ΕΘΖ· πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις·
αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΕΔΖ· λέγω ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ΒΗΓ τῇ ὑπὸ ΕΘΖ
ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· εἰ μὲν οὖν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ
ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΕΘΖ· φανερὸν ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση ἐστὶν
τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· εἰ δὲ οὔ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν· ἔστω μεί-
ζων ἡ ὑπὸ ΒΗΓ καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΒΗ εὐθείᾳ καὶ τῷ
πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Η τῇ ὑπὸ ΕΘΖ γωνίᾳ ἴση
ἡ ὑπὸ ΒΗΚ· αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν
βεβήκασιν· ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις ὦσιν· ἴση ἄρα
ἡ ΒΚ περιφέρεια τῇ ΕΖ περιφερείᾳ· ἀλλ' ἡ ΕΖ τῇ
ΒΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΒΚ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση· ἡ ἐλάττων
τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν
ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΘΖ· ἴση ἄρα· καί ἐστι τῆς
μὲν ὑπὸ ΒΗΓ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ Α· τῆς δὲ ὑπὸ ΕΘΖ
ἡμίσεια ἡ πρὸς
τῷ Δ· ἴση ἄρα
καὶ ἡ πρὸς τῷ Α γω-
νία τῇ πρὸς τῷ Δ·
ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις
κύκλοις αἱ ἐπὶ ἴ-
σων περιφερει-
ῶν βεβηκυῖαι γω-



νίαι· ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε
πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

κη Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι· τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι· τὴν δὲ ἐλάσσονα τῇ ἐλάσσονι. ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ· καὶ ἐν τοῖς ἴσοις εὐθεῖαι ἔστωσαν αἱ ΒΓ, ΕΖ, τὰς μὲν ΒΑΓ, ΕΔΖ περιφερείας μείζονας ἀφαιροῦσαι, τὰς δὲ ΒΗΓ, ΕΘΖ ἐλάσσονας· λέγω ὅτι ἡ μὲν ΒΑΓ μείζων περιφέρεια ἴση ἐστὶ τῇ ΕΔΖ μείζονι περιφερείᾳ, ἡ δὲ ΒΗΓ ἐλάσσων περιφέρεια τῇ ΕΘΖ ἐλάσσονι. εἰλήφθω γὰρ τὰ κέντρα τῶν κύκλων τὰ Κ, Λ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΒ, ΚΓ, ΛΕ, ΛΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσοι κύκλοι εἰσίν, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὴ αἱ ΒΚ, ΚΓ δυσὶ ταῖς ΕΛ, ΛΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΚΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΛΖ ἴση ἐστίν· αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις ὦσιν· ἴση ἄρα ἡ ΒΗΓ περιφέρεια τῇ ΕΘΖ. ἔστι δὲ καὶ ὅλος ὁ ΑΒΓ κύκλος ὅλῳ τῷ ΔΕΖ κύκλῳ ἴσος· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΑΓ περιφέρεια λοιπῇ τῇ ΕΔΖ περιφερείᾳ ἴση ἐστίν. ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι· τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι· τὴν δὲ ἐλάσσονα τῇ ἐλάσσονι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κθ Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν. ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ· καὶ ἐν αὐτοῖς ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλήφθωσαν αἱ ΒΗΓ, ΕΘΖ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΓ, ΕΖ εὐθεῖαι· λέγω ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ. εἰλήφθω γὰρ τὰ κέντρα τῶν κύκλων, καὶ ἔστω τὰ Κ, Λ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΚ, ΚΓ, ΕΛ, ΛΖ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΗΓ περιφέρεια τῇ ΕΘΖ περιφερείᾳ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΚΓ τῇ ὑπὸ ΕΛΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ κύκλοι, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὴ αἱ ΒΚ, ΚΓ δυσὶ ταῖς ΕΛ, ΛΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν· βάσις ἄρα ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν. ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τεμεῖν. ἔστω ἡ δοθεῖσα περιφέρεια ἡ ΑΔΒ· δεῖ δὴ τὴν ΑΔΒ περιφέρειαν δίχα τεμεῖν. ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ, καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ· καὶ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΓΔ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΓΔ, δύο δὴ αἱ ΑΓ, ΓΔ δυσὶ ταῖς ΒΓ, ΓΔ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· βάσις ἄρα ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΔΒ ἴση ἐστίν·

ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσιν· τὴν μὲν μεί-
ζονα τῇ μείζονι, τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι· καὶ
ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΑΔ, ΔΒ περιφερειῶν ἐλάττων ἡ-
μικυκλίου· ἴση ἄρα ἡ ΑΔ περιφέρεια τῇ ΔΒ περιφε-
ρείᾳ· ἡ ἄρα δοθεῖσα περιφέρεια δίχα τέτμηται κα-
τὰ τὸ Δ σημεῖον. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:—

λα' Ἐν κύκλῳ ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν·
ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι, ἐλάττων ὀρθῆς· ἡ δὲ
ἐν τῷ ἐλάττονι τμήματι μείζων ὀρθῆς· καὶ ἔτι ἡ μὲν
τοῦ μείζονος τμήματος γωνία, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς.
ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία, ἐλάττων ἐστὶν
ὀρθῆς· ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ. διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω
ἡ ΒΓ· κέντρον δὲ τὸ Ε· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΑ ΑΓ ΑΔ
ΔΓ· λέγω ὅτι ἡ μὲν ἐν τῷ ΒΑΓ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρ-
θή ἐστιν· ἡ δὲ ἐν τῷ ΑΒΓ μείζονι τοῦ ἡμικυκλίου τμή-
ματι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ. ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς· ἡ δὲ
ἐν τῷ ΑΔΓ ἐλάττονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι γωνί-
α, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς· ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ καὶ διήχθω ἡ
ΒΑ ἐπὶ τὸ Ζ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΑ. ἴση ἐστὶ καὶ γωνί-
α ἡ ὑπὸ ΕΑΒ τῇ ὑπὸ ΕΒΑ· πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΑ τῇ
ΕΓ. ἴση ἐστὶν καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ὑπὸ ΓΑΕ· ὅλη ἄρα ἡ ὑ-
πὸ ΒΑΓ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ ΑΓΒ ἴση ἐστίν· ἔστιν δὲ καὶ ἡ
ὑπὸ ΖΑΓ ἐκτὸς τοῦ ΑΒΓ τριγώνου δυσὶ ταῖς ὑπὸ
ΑΒΓ ΑΓΒ γωνίαις ἴση· ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία
τῇ ὑπὸ ΖΑΓ· ὀρθὴ ἄρα ἑκατέρα· ἡ ἄρα ἐν τῷ ΒΑΓ
ἡμικυκλίῳ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ὀρθή ἐστιν· καὶ ἐπεὶ τοῦ

ΑΒΓ τριγώνου δύο γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ ΒΑΓ δύο ὀρθῶν ἐ-
λάττονές εἰσιν· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία. ἐλάττων
ἄρα ὀρθῆς ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία. καὶ ἔστιν ἐν τῷ ΑΒΓ μεί-
ζονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι· καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τετρά-
πλευρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ. τῶν δὲ ἐν τοῖς κύκλοις τετρα-
πλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι
εἰσίν. αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ ΑΔΓ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ
ἔστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἐλάττων ὀρθῆς· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ
ΑΔΓ μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. καὶ ἔστιν ἐν τῷ ἐλάττονι τοῦ
ἡμικυκλίου τμήματι· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ μὲν τοῦ μείζονος
τμήματος γωνία ἡ περιεχομένη ὑπό τε τῆς ΑΗΒ περι-
φερείας καὶ τῆς ΑΓ εὐθείας μείζων ἐστὶν ὀρθῆς· ἡ δὲ
τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία ἡ περιεχομένη ὑ-
πό τε τῆς ΑΔΓ περιφερείας καὶ τῆς ΑΓ εὐθείας. ἐλάτ-
των ἐστὶν ὀρθῆς· καὶ ἔστιν αὐτόθεν φανερόν· ἐπεὶ γὰρ
ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ εὐθειῶν περιεχομένη ὀρθὴ γωνία
ἐστίν. ἡ ἄρα ὑπό τε τῆς ΑΗΒ περιφερείας καὶ τῆς ΑΓ εὐ-
θείας περιεχομένη μείζων ἐστὶν ὀρθῆς· πάλιν ἐπεὶ
ἡ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΑΖ εὐθειῶν ὀρθή ἐστιν. ἡ ἄρα ὑπό τε τῆς
ΓΑ εὐθείας καὶ τῆς ΑΔΓ περιφερείας περιεχομένη ἐ-
λάττων ἐστὶν ὀρθῆς· ἐν κύκλῳ ἄ-
ρα, ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία
ὀρθή ἐστιν· ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμή-
ματι ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς· ἡ δὲ ἐν
τῷ ἐλάττονι μείζων ἐστὶν ὀρθῆς·
καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος

γωνίας. μείζων ἐστὶν ὀρθῆς· ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος ἐλάττων ὀρθῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἄλλως ἡ ἀπόδειξις τοῦ ὀρθὴν εἶναι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ. ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΕΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΕ· ἴση γὰρ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΕΒ διπλῆ τῆς ὑπὸ ΕΑΓ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΕΒ ΑΕΓ διπλασίονές εἰσι τῆς ὑπὸ ΒΑΓ· ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΕΒ ΑΕΓ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΑΓ ὀρθή ἐστιν· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :—

πο Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν ᾖ τριγώνου ἡ μία γωνία ταῖς δυσὶν ἴση ᾖ, ὀρθή ἐστι· διὰ τὸ καὶ τὴν ἐκείνης ἐκτὸς ἑξῆς ταῖς αὐταῖς ἴσην εἶναι· ὅταν δὲ αἱ ἐφεξῆς ἴσαι ὦσιν, ὀρθαί εἰσιν :—

λβ Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς εἰς τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις. κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓΔ ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ ΕΖ κατὰ τὸ Β σημεῖον· καὶ ἀπὸ τοῦ Β σημείου διήχθω τις εὐθεῖα εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τέμνουσα αὐτὸν ἡ ΒΔ. λέγω ὅτι ἃς ποιεῖ γωνίας ἡ ΒΔ μετὰ τῆς ΕΖ ἐφαπτομένης, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τμήμασι τοῦ κύκλου γωνίαις· τουτέστιν ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ΖΒΔ ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ΔΑΒ τμήματι συνισταμένῃ γωνίᾳ· ἡ δὲ ὑπὸ ΕΒΔ ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ΔΓΒ τμήματι συνισταμένῃ γωνίᾳ. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Β τῇ ΕΖ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΑ· καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΒΔ περιφερείας

τυχὸν σημεῖον τὸ Γ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ ΔΓ ΓΒ· καὶ ἐπεὶ κύκλου τοῦ ΑΒΓΔ ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ ΕΖ κατὰ τὸ Β· καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ Β ἁφῆς ἦκται τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΑ. ἐπὶ τῆς ΒΑ ἄρα τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΔΒ γωνία ἐν ἡμικυκλίῳ οὖσα ὀρθή ἐστι· λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ ΒΑΔ ΑΒΔ μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσίν· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΖ ὀρθή· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΖ ἴση ἐστὶ ταῖς ὑπὸ ΒΑΔ ΑΒΔ· κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΔ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΖ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι τοῦ κύκλου γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ. καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τετράπλευρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, αἱ ἀπεναντίον αὐτοῦ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΔΒΖ ΔΒΕ ταῖς ὑπὸ ΒΑΔ ΒΓΔ ἴσαι εἰσίν· ὧν ἡ ὑπὸ ΒΑΔ τῇ ὑπὸ ΔΒΖ ἐδείχθη ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΕ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι τῷ ΔΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΓΒ γωνίᾳ ἐστὶν ἴση. Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς εἰς τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—

Α Δ Γ Ε Β Ζ

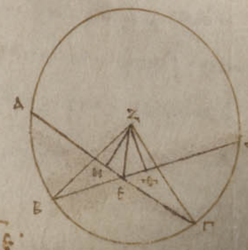
λγ Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ. ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ· ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ πρὸς τῷ Γ· δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς δοθείσης

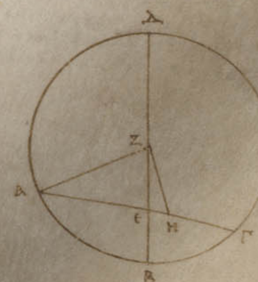
θείσης τῆς ΑΒ γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ γωνίᾳ· ἡ γὰρ πρὸς τῷ Γ ἤτοι ὀξεῖά ἐστιν ἢ ὀρθὴ ἢ ἀμβλεῖα· ἔστω πρότερον ὀξεῖα ὡς ἐπὶ τῆς πρώτης καταγραφῆς· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ Α σημείῳ τῇ πρὸς τῷ Γ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΑΔ· ὀξεῖα ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ· καὶ ἤχθω τῇ ΔΑ ἀπὸ τοῦ Α σημείου πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΕ· καὶ τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Ζ· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΖΗ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΒ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ κοινὴ δὲ ἡ ΖΗ· δύο δὴ αἱ ΑΖ ΖΗ δύο ταῖς ΖΒ ΖΗ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΖΗ τῇ ὑπὸ ΗΖΒ ἴση· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΑΗ βάσει τῇ ΒΗ ἴση ἐστίν· ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ Η διαστήματι δὲ τῷ ΗΑ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Β· γεγράφθω καὶ ἔστω ὁ ΑΒΕ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΒ· ἐπεὶ οὖν ἀπ' ἄκρας τῆς ΑΕ διαμέτρου ἀπὸ τοῦ Α τῇ ΑΕ πρὸς ὀρθάς ἐστιν ἡ ΑΔ· ἡ ΑΔ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ κύκλου· καὶ ἐπεὶ τοῦ ΑΒΕ κύκλου ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ ΑΔ· καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ Α ἁφῆς εἰς τὸν ΑΒΕ κύκλον διῆκταί τις εὐθεῖα ἡ ΑΒ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΑΒ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΕΒ· ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΔΑΒ τῇ πρὸς τῷ Γ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ πρὸς τῷ Γ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΑΕΒ· ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας τῆς ΑΒ τμῆμα κύκλου γέγραπται τὸ ΑΕΒ δεχόμενον γωνίαν τὴν ὑπὸ ΑΕΒ ἴσην τῇ δοθείσῃ τῇ πρὸς τῷ Γ· ἀλλὰ δὴ ὀρθὴ ἔστω ἡ πρὸς τῷ Γ· καὶ δέον πάλιν ἔστω ἐπὶ τῆς ΑΒ γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ ὀρθῇ· συνεστάτω γὰρ πάλιν τῇ πρὸς τῷ Γ ὀρθῇ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΑΔ ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς· καὶ τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Ζ· καὶ κέντρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ὁποτέρῳ τῶν ΖΑ ΖΒ κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΕΒ· ἐφάπτεται ἄρα ἡ ΑΔ εὐθεῖα τοῦ ΑΒΕ κύκλου διὰ τὸ ὀρθὴν εἶναι τὴν πρὸς τῷ Α γωνίαν· καὶ ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία τῇ ἐν τῷ ΑΕΒ τμήματι ἴση· ὀρθὴ γὰρ καὶ αὐτὴ ἐν ἡμικυκλίῳ οὖσα· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ τῇ πρὸς τῷ Γ ἐστὶν ἴση· γέγραπται ἄρα πάλιν ἐπὶ τῆς ΑΒ τμῆμα κύκλου τὸ ΑΕΒ δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ· ἀλλὰ δὴ ἡ πρὸς τῷ Γ ἀμβλεῖα ἔστω· καὶ συνεστάτω αὐτῇ ἴση πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ Α σημείῳ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ· ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς τρίτης καταγραφῆς· καὶ τῇ ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΑΕ· καὶ τετμήσθω πάλιν ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Ζ· καὶ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΖΗ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΒ· καὶ ἐπεὶ πάλιν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ καὶ κοινὴ ἡ ΖΗ· δύο δὴ αἱ ΑΖ ΖΗ δύο ταῖς ΒΖ ΖΗ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΖΗ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΖΗ ἴση· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΑΗ βάσει τῇ ΒΗ ἴση ἐστίν· ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ Η διαστήματι δὲ τῷ ΗΑ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Β· ἐρχέσθω ὡς ὁ ΑΕΒ· καὶ ἐπεὶ τῇ ΑΕ διαμέτρῳ ἀπ' ἄκρας πρὸς ὀρθάς ἐστιν ἡ ΑΔ· ἡ ΑΔ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΕΒ

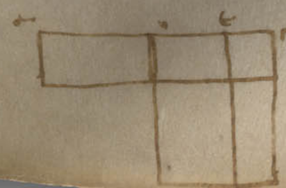
κύκλου. καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ Α ἐπαφῆς διῆκται ἡ ΑΒ· ἡ ἄρα
ὑπὸ ΒΑΔ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμή-
ματι τῷ ΑΘΒ συνισταμένῃ γωνίᾳ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γω-
νία τῇ πρὸς τῷ Γ ἴση ἐστίν· καὶ ἡ ἐν τῷ ΑΘΒ ἄρα τμήματι
γωνία ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Γ. ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα
εὐθείας τῆς ΑΒ γέγραπται τμῆμα κύκλου τὸ ΑΘΒ δεχό-
μενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λδ' Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γω-
νίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ. ἔστω ὁ
δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμ-
μος ἡ πρὸς τῷ Δ· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου τμῆμα
ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Δ γω-
νίᾳ. ἤχθω τοῦ ΑΒΓ ἐφαπτομένη ἡ ΕΖ κατὰ τὸ Β σημεῖ-
ον. καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΖΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ
σημείῳ τῷ Β τῇ πρὸς τῷ Δ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΖΒΓ.
ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ ΕΖ, καὶ
ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ Β ἐπαφῆς διῆκται ἡ ΒΓ, ἡ ὑπὸ ΖΒΓ
ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ΒΑΓ ἐναλλὰξ τμήματι συνιστα-
μένῃ γωνίᾳ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΖΒΓ τῇ πρὸς τῷ Δ ἐστὶν ἴ-
ση· καὶ ἡ ἐν τῷ ΒΑΓ ἄρα τμήματι
γωνία ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Δ.
ἀπὸ τοῦ δοθέντος ἄρα κύκλου τοῦ
ΑΒΓ τμῆμα ἀφῄρηται τὸ ΒΑΓ
δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δο-
θείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ
πρὸς τῷ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λε' Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν
τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ
ὀρθογωνίῳ. ἐν γὰρ τῷ κύκλῳ τῷ ΑΒΓΔ δύο εὐθεῖ-
αι αἱ ΑΓ ΒΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε σημεῖον· λέ-
γω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΕΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον
ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΕ ΕΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.
εἰ μὲν οὖν αἱ ΑΓ ΒΔ διὰ τοῦ κέντρου εἰσίν, ὥστε τὸ Ε κέν-
τρον εἶναι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, φανερὸν ὅτι ἴσων οὐσῶν
τῶν ΑΕ ΕΓ ΔΕ ΕΒ, καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΕΓ περιεχόμενον
ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΕ ΕΒ περιεχομέ-
νῳ ὀρθογωνίῳ. ἔστωσαν δὴ αἱ ΑΓ ΔΒ μὴ διὰ τοῦ
κέντρου καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓΔ, καὶ ἔστω τὸ Ζ.
καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὰς ΑΓ ΔΒ εὐθείας κάθετοι ἤχθωσαν
αἱ ΖΗ ΖΘ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΒ ΖΓ ΖΕ. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖά
τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΗΖ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέν-
τρου τὴν ΑΓ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει·
ἴση ἄρα ἡ ΑΗ τῇ ΗΓ. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΑΓ τέτμηται
εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Η, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Ε, τὸ ἄρα
ὑπὸ τῶν ΑΕ ΕΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀ-
πὸ τῆς ΕΗ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ
ἀπὸ τῆς ΗΓ. κοινὸν προσκείσθω τὸ
ἀπὸ τῆς ΗΖ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΕ ΕΓ
μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν ΗΕ ΗΖ ἴσον ἐστὶ
τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΗ ΗΖ. ἀλλὰ τοῖς μὲν
ἀπὸ τῶν ΕΗ ΗΖ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ.



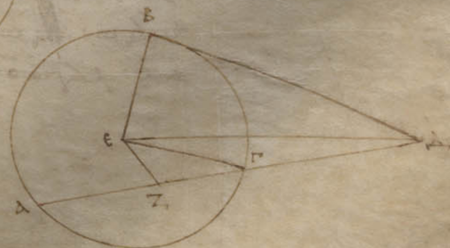




τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΓΗ ΗΖ. ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΓ· τὸ ἄρα
ὑπὸ τῶν ΔΕ ΕΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς ΖΓ· ἴση δὲ ἡ ΖΓ τῇ ΖΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΔΕ ΕΓ
μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ· δι-
ὰ ταὐτὰ δὴ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕ ΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ· ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν
ΔΕ ΕΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ· τὸ
ἄρα ὑπὸ τῶν ΔΕ ΕΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ ἴσον ἐστὶ τῷ
ὑπὸ τῶν ΔΕ ΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ· κοινὸν ἀφῃ-
ρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕ
ΕΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν
ΔΕ ΕΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ἐὰν ἄρα ἐν κύ-
κλῳ εὐθεῖαι δύο τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς
μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομέ-
νῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

λς

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς
τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν
τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται· ἔσται τὸ ὑπὸ ὅ-
λης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομέ-
νης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερεί-
ας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ·
κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ
Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον προσπιπτέτω-
σαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΔΓΑ ΔΒ· καὶ ἡ μὲν ΔΓΑ τεμνέτω
τὸν ΑΒΓ κύκλον, ἡ δὲ ΔΒ ἐφαπτέσθω· λέγω ὅτι τὸ
ὑπὸ τῶν ΔΑ ΔΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ
ἀπὸ τῆς ΔΒ τετραγώνῳ. ἡ ΔΓΑ ἤτοι διὰ τοῦ κέντρου
ἐστὶν ἢ οὔ. ἔστω πρότερον διὰ τοῦ κέντρου καὶ ἔστω τὸ Ζ
κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΒ· ὀρθὴ ἄρα
ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΒΔ. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΑΓ δίχα τέτμηται κα-
τὰ τὸ Ζ. πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ ΓΔ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν
ΔΑ ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΔ·
ἴση δὲ ἡ ΖΓ τῇ ΖΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΔΑ ΔΓ μετὰ τοῦ
ἀπὸ τῆς ΖΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΔ· ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ
τῆς ΖΔ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΒ ΒΔ· ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ ΖΒΔ·
τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΔΑ ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΒ ἴσον ἐστὶ
τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΒ ΒΔ· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ
τῆς ΖΒ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΔΑ ΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ
ἀπὸ τῆς ΔΒ ἐφαπτομένης· ἀλλὰ δὴ ἡ ΔΓΑ μὴ ἔστω
διὰ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓ κύκλου καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον
τὸ Ε. καὶ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΑΓ κάθετος ἤχθω ἡ ΕΖ· καὶ
ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΒ ΕΓ ΕΔ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΒΔ·
καὶ ἐπεὶ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΕΖ εὐθεῖάν τινα
μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν ΑΓ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, καὶ δί-
χα αὐτὴν τέμνει· ἡ ΑΖ ἄρα τῇ ΖΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ εὐ-
θεῖα ἡ ΑΓ τέτμηται δίχα
κατὰ τὸ Ζ. πρόσκειται δὲ
αὐτῇ ἡ ΓΔ. τὸ ἄρα ὑπὸ
τῶν ΔΑ ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ
τῆς ΖΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς ΖΔ. κοινὸν προσκεί-



ὅθεν τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν ΓΖ, ΖΕ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΔ, ΖΕ· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΖΔ, ΖΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΔ· ὀρθὴ γάρ ἡ ὑπὸ ΕΖΓ· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΓΖ, ΖΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΔ· ἴση δὲ ἡ ΕΓ τῇ ΕΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΔ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΕΔ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΕΒ, ΒΔ· ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ ΕΒΔ γωνία· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΒ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΒ, ΒΔ· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΕΒ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ· ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

λζ Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ, ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης, ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου· κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ Δ· καὶ ἀπὸ τοῦ Δ πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον προσπιπτέτωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΔΓΑ, ΔΒ· καὶ ἡ μὲν ΔΓΑ τεμνέτω τὸν κύκλον, ἡ δὲ ΔΒ προσπιπτέτω· ἔστω δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ· λέγω ὅτι ἡ ΔΒ ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ἤχθω γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἐφαπτομένη ἡ ΔΕ, καὶ εἰλήφθω τὸ Ζ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΕ, ΖΒ, ΖΔ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΖΕΔ ὀρθή ἐστιν· καὶ ἐπεὶ ἡ ΔΕ ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓ κύκλου, τέμνει δὲ ἡ ΑΓΔ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΕ· ὑπόκειται δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΔΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ· ἴση ἄρα ἡ ΔΕ τῇ ΔΒ· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΖΕ τῇ ΖΒ ἴση· δύο δὴ αἱ ΔΕ, ΕΖ δύο ταῖς ΔΒ, ΒΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις αὐτῶν κοινὴ ἡ ΖΔ· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΒΖ ἐστὶν ἴση· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΖ· καί ἐστιν ἡ ΖΒ ἐκβαλλομένη διάμετρος· ἡ δὲ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐφάπτεται τοῦ κύκλου· ἡ ΔΒ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ὁμοίως δὴ δειχθήσεται κἂν τὸ κέντρον ἐπὶ τῆς ΑΓ τυγχάνῃ. ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

+ ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ, ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ Γ :~



ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ

Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ, εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἅπτηται. σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου ἑκάστης γωνίας τοῦ, περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται. σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου ἐφάπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. κύκλος δὲ εἰς σχῆμα ὁμοίως ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ, εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἅπτηται. κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης γωνίας τοῦ, περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται. εὐθεῖα εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου.

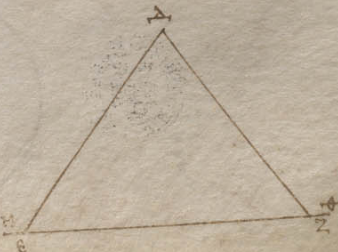
α. Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα μὴ μείζων τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου ἡ Δ. δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον τῇ Δ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι. ἤχθω τοῦ ΑΒΓ κύκλου διάμετρος ἡ ΒΓ. εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ Δ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· ἐνήρμοσται γὰρ εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον τῇ Δ εὐθείᾳ ἴση ἡ ΒΓ. εἰ δὲ οὔ, μείζων ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆς Δ. κείσθω τῇ Δ ἴση ἡ ΓΕ, καὶ κέντρῳ τῷ Γ διαστήματι δὲ τῷ ΓΕ κύκλος γεγράφθω ὁ ΕΑΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΑ. ἐπεὶ οὖν τὸ Γ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΕΑΖ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΓΑ τῇ ΓΕ. ἀλλὰ τῇ Δ ἡ ΓΕ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ Δ ἄρα τῇ ΓΑ ἐστιν ἴση. εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον τὸν ΑΒΓ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου τῇ Δ ἴση ἐνήρμοσται ἡ ΓΑ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

β. Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΔΕΖ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι. ἤχθω τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτομένη ἡ ΗΑΘ κατὰ τὸ Α, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΘ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΘΑΓ, πρὸς δὲ τῇ ΑΗ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΔΖΕ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΗΑΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ ΑΘ, ἀπὸ δὲ τῆς κατὰ τὸ Α ἐπαφῆς εἰς τὸν κύκλον διῆκταί τις εὐθεῖα ἡ ΑΓ, ἡ ἄρα ὑπὸ ΘΑΓ ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΘΑΓ

τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση ἐστίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον. εἰς τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγέγραπται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



γ. Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΔΕΖ. δεῖ δὴ περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι. ἐκβεβλήσθω ἡ ΕΖ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη κατὰ τὰ Η, Θ σημεῖα. καὶ εἰλήφθω τοῦ ΑΒΓ κύκλου κέντρον τὸ Κ. καὶ διήχθω ὡς ἔτυχεν εὐθεῖα ἡ ΚΒ. καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΚΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Κ. τῇ μὲν ὑπὸ ΔΕΗ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΚΑ. τῇ δὲ ὑπὸ ΔΖΘ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΚΓ. καὶ διὰ τῶν Α Β Γ σημείων ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τοῦ ΑΒΓ κύκλου αἱ ΛΑΜ ΜΒΝ ΝΓΛ. καὶ ἐπεὶ ἐφάπτονται τοῦ ΑΒΓ κύκλου αἱ ΛΜ ΜΝ ΝΛ κατὰ τὰ Α Β Γ, ἀπὸ δὲ τοῦ Κ κέντρου ἐπὶ τὰ Α Β Γ σημεῖα ἐπεζευγμέναι εἰσὶν αἱ ΚΑ ΚΒ ΚΓ. ὀρθαὶ ἄρα εἰσὶν



αἱ πρὸς τοῖς Α Β Γ σημείοις γωνίαι. καὶ ἐπεὶ τοῦ ΑΜΒΚ τετραπλεύρου αἱ τέσσαρες γωνίαι τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, ἐπειδήπερ καὶ εἰς δύο τρίγωνα διαιρεῖται τὸ ΑΜΒΚ, καί εἰσιν ὀρθαὶ αἱ ὑπὸ ΚΑΜ ΚΒΜ γωνίαι, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ ΑΚΒ ΑΜΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΔΕΗ ΔΕΖ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΚΒ ΑΜΒ ταῖς ὑπὸ ΔΕΗ ΔΕΖ ἴσαι εἰσίν, ὧν ἡ ὑπὸ ΑΚΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΗ ἐστὶν ἴση. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΜΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΛΝΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΜΛΝ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΜΝ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. καὶ περιγέγραπται περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον. περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγέγραπται. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

δ. Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι. ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ. δεῖ δὴ εἰς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι. τετμήσθωσαν αἱ ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΑ γωνίαι δίχα ταῖς ΒΔ ΓΔ εὐθείαις, καὶ συμβαλλέτωσαν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Δ σημεῖον. καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὰς ΑΒ ΒΓ ΓΑ εὐθείας κάθετοι αἱ ΔΕ ΔΖ ΔΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΔ, ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΒΕΔ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΒΖΔ ἴση, δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΕΒΔ ΔΒΖ τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ



ἴσην ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν· κοινὴν
αὐτῶν τὴν ΒΔ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοι-
παῖς πλευραῖς ἴσας ἕξουσιν· ἴση ἄρα ἡ ΔΕ τῇ ΔΖ· δι-
ὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔΗ τῇ ΔΖ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΔΕ τῇ
ΔΗ ἐστὶν ἴση· ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Δ καὶ διαστήματι ἑνὶ τῶν
ΕΖΗ κύκλος γραφόμενος, ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημεί-
ων καὶ ἐφάψεται τῶν ΑΒ ΒΓ ΓΑ εὐθειῶν· διὰ τὸ ὀρθὰς εἶ-
ναι τὰς πρὸς τοῖς Ε Ζ Η σημείοις γωνίας·
εἰ γὰρ τεμεῖ αὐτάς, ἔσται ἡ τῇ διαμέτρῳ
τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγο-
μένη ἐντὸς πίπτουσα τοῦ κύκλου· ὅ-
περ ἄτοπον ἐδείχθη· οὐκ ἄρα ὁ κέντρῳ τῷ Δ
διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΕΖΗ γραφόμε-
νος κύκλος, τεμεῖ τὰς ΑΒ ΒΓ ΓΑ εὐ-
θείας· ἐφάψεται ἄρα αὐτῶν καὶ ἔσται κύκλος ἐγγεγραμ-
μένος εἰς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· εἰς ἄρα τὸ δοθὲν τρίγωνον
τὸ ΑΒΓ κύκλος ἐγγέγραπται ὁ ΕΖΗ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΔΕ ΔΖ ΔΗ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν:

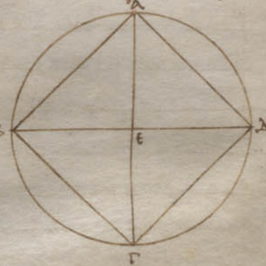
ε Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον περιγράψαι· ἔστω τὸ
δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· δεῖ δὴ περὶ τὸ δοθὲν τρίγω-
νον τὸ ΑΒΓ κύκλον περιγράψαι· τετμήσθωσαν αἱ ΑΒ
ΑΓ εὐθεῖαι δίχα κατὰ τὰ Δ Ε σημεῖα· καὶ ἀπὸ τῶν Δ Ε
σημείων ταῖς ΑΒ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ ΔΖ ΕΖ·
συμπεσοῦνται δὴ ἤτοι ἐντὸς τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἢ
ἐπὶ τῆς ΒΓ εὐθείας ἢ ἐκτὸς τῆς ΒΓ· συμπιπτέτωσαν
πρότερον ἐντὸς κατὰ τὸ Ζ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΒ ΖΓ
ΖΑ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ· κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς

ἡ ΔΖ· βάσις ἄρα ἡ ΑΖ βάσει τῇ ΖΒ ἐστὶν ἴση· ὁμοίως δὴ
δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ΓΖ τῇ ΑΖ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΖΒ τῇ
ΖΓ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΖΑ ΖΒ ΖΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰ-
σίν· ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΖΑ ΖΒ
ΖΓ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται περιγεγραμμέ-
νος ὁ κύκλος περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· περιγεγράφθω
ὡς ὁ ΑΒΓ· ἀλλὰ δὴ αἱ ΔΖ ΕΖ συμπιπτέτωσαν ἐπὶ τῆς
ΒΓ εὐθείας κατὰ τὸ Ζ ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγρα-
φῆς· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι τὸ Ζ
σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον περι-
γραφομένου κύκλου· ἀλλὰ δὴ αἱ ΔΖ ΕΖ συμπιπτέ-
τωσαν ἐκτὸς τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κατὰ τὸ Ζ πάλιν ὡς
ἔχει ἐπὶ τῆς τρίτης καταγραφῆς· καὶ ἐπεζεύχθωσαν
αἱ ΑΖ ΖΒ ΖΓ· καὶ ἐπεὶ πάλιν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ· κοινὴ δὲ
καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΖ· βάσις ἄρα ἡ ΑΖ βάσει τῇ ΖΒ
ἐστὶν ἴση· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ΓΖ τῇ ΑΖ ἐστὶν
ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΒΖ τῇ ΓΖ ἐστὶν ἴση· ὁ ἄρα πάλιν κέν-
τρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΖΑ ΖΒ ΖΓ κύκλος
γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται
περιγεγραμμένος περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· περιγε-
γράφθω ὡς ὁ ΑΒΓ· περὶ τὸ δοθὲν ἄρα τρίγωνον κύ-
κλος περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

καὶ φανερὸν ὅτι
ὅτε μὲν ἐντὸς τοῦ
τριγώνου πίπτει
τὸ κέντρον τοῦ κύ-

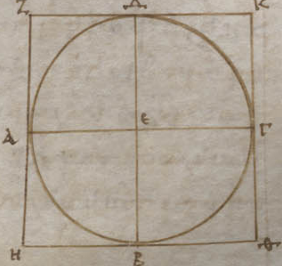
κλου ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία ἐν μείζονι τμήματι τοῦ ἡμικυκλί-
ου τυγχάνουσα, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς· ὅτε δὲ ἐπὶ τῆς
ΒΓ ἐν ἡμικυκλίῳ τυγχάνουσα, ὀρθή ἐστι· ὅτε δὲ
ἐκτὸς τῆς ΒΓ ἐκτὸς τὸ κέντρον πίπτει, ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γω-
νία ἐν ἐλάττονι τμήματι τοῦ ἡμικυκλίου τυγχάνουσα,
μείζων ἐστὶν ὀρθῆς· ὥστε καὶ ὅταν ἐλάττων ὀρθῆς τυγ-
χάνῃ ἡ διδομένη γωνία, ἐντὸς τοῦ τριγώνου συμ-
πεσοῦνται αἱ ΔΖ ΕΖ· ὅταν δὲ ὀρθή, ἐπὶ τῆς ΒΓ· ὅ-
ταν δὲ μείζων ὀρθῆς, ἐκτὸς τῆς ΒΓ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ς Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγγράψαι· ἔστω ὁ δο-
θεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τε-
τράγωνον ἐγγράψαι· ἤχθωσαν γὰρ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου
διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΑΓ ΒΔ· καὶ ἐπεζεύ-
χθωσαν αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΑ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ·
κέντρον γὰρ τὸ Ε· κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΑ· καὶ
βάσις ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΑΔ ἴση ἐστί· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκα-
τέρα τῶν ΒΓ ΓΔ ἑκατέρᾳ τῶν ΑΒ ΑΔ ἴση ἐστίν· ἰσό-
πλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον· λέγω δὴ ὅτι
καὶ ὀρθογώνιον· ἐπεὶ γὰρ ἡ ΒΔ εὐθεῖα διάμετρός ἐστι τοῦ
ΑΒΓΔ κύκλου, ἡμικύκλιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΑΔ· ὀρθὴ ἄρα
ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΔ ΓΔΑ ὀρ-
θή ἐστιν· ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ
τετράπλευρον· ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευ-
ρον· τετράγωνον ἄρα ἐστὶ καὶ ἐγγέγρα-
πται εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον· εἰς ἄρα



τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τετράγωνον ἐγγέγραπται τὸ ΑΒΓΔ· ὅ-
περ ἔδει ποιῆσαι:

Ζ Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον περιγράψαι· ἔστω
ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον
τετράγωνον περιγράψαι· ἤχθωσαν γὰρ τοῦ ΑΒΓΔ κύ-
κλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΑΓ ΒΔ·
καὶ διὰ τῶν ΑΒΓΔ σημείων· ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τοῦ
ΑΒΓΔ κύκλου αἱ ΖΗ ΗΘ ΘΚ ΚΖ· ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται ἡ ΖΗ
τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου· ἀπὸ δὲ τοῦ Ε κέντρου ἐπὶ τὴν κατὰ
τὸ Α ἐπαφὴν ἐπέζευκται ἡ ΕΑ· αἱ ἄρα πρὸς τῷ Α γω-
νίαι ὀρθαί εἰσι· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ πρὸς τοῖς ΒΓΔ ση-
μείοις γωνίαι ὀρθαί εἰσιν· καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ
γωνία, ἐστὶ δὲ ὀρθὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΕΒΗ· παράλληλος ἄ-
ρα ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΑΓ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΖΚ — ὥστε καὶ ἡ ΗΘ τῇ ΖΚ ἐστὶ παράλληλος·
ἐστὶ παράλληλος· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκα-
τέρα τῶν ΗΖ ΘΚ τῇ ΒΕΔ ἐστὶ παράλληλος· παραλ- — ὥστε καὶ ἡ ΗΖ τῇ ΘΚ ἐστὶ παράλληλος:
ληλόγραμμα ἄρα ἐστὶ τὰ ΗΚ ΗΓ ΑΚ ΖΒ ΒΚ· ἴση ἄρα
ἐστὶν ἡ μὲν ΗΖ τῇ ΘΚ, ἡ δὲ ΗΘ τῇ ΖΚ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ· ἀλλ' ἡ μὲν ΑΓ ἑκατέρᾳ τῶν ΗΘ ΖΚ ἐστὶν
ἴση, ἡ δὲ ΒΔ ἑκατέρᾳ τῶν ΗΖ ΘΚ ἐστὶν ἴση· καὶ ἑκα-
τέρα ἄρα τῶν ΗΘ ΖΚ ἑκατέρᾳ τῶν ΗΖ ΘΚ ἐστὶν ἴση:
ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΗΘΚ τετρά-
πλευρον· λέγω δὴ ὅτι καὶ ὀρθογώνιον·
ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ
ΗΒΕΑ· καί ἐστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΑΕΒ· ὀρ-
θὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΒ· ὁμοίως δὴ





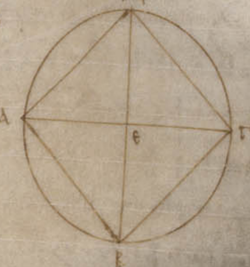
...δείξομεν· ὅτι καὶ αἱ πρὸς τοῖς Θ, Κ, Ζ γωνίαι ὀρθαί εἰσιν· ὀρθογώνιον ἄρα ἐστίν· ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· τετράγωνον ἄρα ἐστί· καὶ περιγέγραπται περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον· περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τετράγωνον περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :—

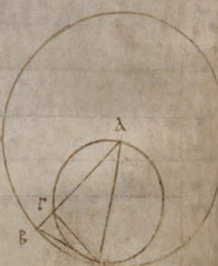
Η

Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλον ἐγγράψαι. Ἔστω τὸ δοθὲν τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ εἰς τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον κύκλον ἐγγράψαι. Τετμήσθω ἑκατέρα τῶν ΑΔ, ΑΒ δίχα κατὰ τὰ Ε, Ζ σημεῖα· καὶ διὰ μὲν τοῦ Ε ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΓΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΕΘ· διὰ δὲ τοῦ Ζ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΔ, ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΚ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἕκαστον τῶν ΑΚ, ΚΒ, ΑΘ, ΘΔ, ΑΗ, ΗΓ, ΒΗ, ΗΔ· καὶ αἱ ἀπεναντίον αὐτῶν πλευραὶ δηλονότι ἴσαι· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΑΒ· καί ἐστι τῆς μὲν ΑΔ ἡμίσεια ἡ ΑΕ· τῆς δὲ ΑΒ ἡμίσεια ἡ ΑΖ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΑΕ τῇ ΑΖ· ὥστε καὶ αἱ ἀπεναντίον ἴσαι· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΖΗ τῇ ΗΕ· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ΗΘ, ΗΚ ἑκατέρᾳ τῶν ΖΗ, ΗΕ ἐστιν ἴση· αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ ΗΕ, ΗΖ, ΗΘ, ΗΚ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ Η διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν Ε, Ζ, Θ, Κ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων· καὶ ἐφάψεται τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ εὐθειῶν· διὰ τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς Ε, Ζ, Θ, Κ γωνίας· εἰ γὰρ τεμεῖ ὁ κύκλος τὰς ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ, ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἄτοπον ἐδείχθη· οὐκ ἄρα ὁ κέντρῳ τῷ Η διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν Ε, Ζ, Θ, Κ κύκλος γραφόμενος τεμεῖ τὰς ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ εὐθείας· ἐφάψεται ἄρα αὐτῶν καὶ ἔσται ἐγγεγραμμένος εἰς τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον· εἰς ἄρα τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλος ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :—

Θ

Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλον περιγράψαι. Ἔστω τὸ δοθὲν τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ περὶ τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον κύκλον περιγράψαι. Ἐπιζευχθεῖσαι γὰρ αἱ ΑΓ, ΒΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΓ, δύο δὴ αἱ ΔΑ, ΑΓ δυσὶ ταῖς ΒΑ, ΑΓ ἴσαι εἰσί· καὶ βάσις ἡ ΔΓ βάσει τῇ ΒΓ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση ἐστίν· ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΑΒ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΓ· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ, ΓΔΑ δίχα τέτμηται ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΔΒ εὐθειῶν· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΑΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΓ· καί ἐστι τῆς μὲν ὑπὸ ΔΑΒ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΕΑΒ· τῆς δὲ ὑπὸ ΑΒΓ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΕΒΑ· καὶ ἡ ὑπὸ ΕΑΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΕΒΑ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΕΒ ἄρα τῇ ΕΑ ἐστὶν ἴση· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ΕΓ, ΕΔ εὐθειῶν ἑκατέρᾳ τῶν ΕΑ, ΕΒ ἴση ἐστίν· αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ ΕΑ, ΕΒ, ΕΓ, ΕΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Ε καὶ διαστήματι ἑνὶ τῶν Α, Β, Γ, Δ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων· καὶ ἔσται περιγεγραμμένος περὶ τὸ ΑΒΓΔ









καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ ΑΓΔ ΓΔΑ τῆς ὑπὸ ΓΑΔ ἐστὶ διπλῆ.
τετμήσθω ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΓΔ ΓΔΑ δίχα ὑπὸ ἑκα-
τέρας τῶν ΓΕ ΔΒ εὐθειῶν. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ
ΔΕ ΕΑ. ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΓΔ ΓΔΑ γωνιῶν
διπλασίων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΓΑΔ, καὶ τετμημέναι εἰσὶ δίχα
ὑπὸ τῶν ΓΕ ΔΒ εὐθειῶν. αἱ πέντε ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ
ΔΑΓ ΑΓΕ ΕΓΔ ΓΔΒ ΒΔΑ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. αἱ δὲ ἴσαι
γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν. αἱ πέντε
ἄρα περιφέρειαι αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΑ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.
ὑπὸ δὲ τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνου-
σιν. αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΑ ἴσαι ἀλλή-
λαις εἰσίν. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον.
λέγω δὴ ὅτι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΒ περιφέρεια
τῇ ΔΕ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ
ΒΓΔ. ὅλη ἄρα ἡ ΑΒΓΔ περιφέρεια ὅλῃ τῇ ΕΔΓΒ
περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση. καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν τῆς ΑΒΓΔ
περιφερείας γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΔ. ἐπὶ δὲ τῆς ΕΔΓΒ πε-
ριφερείας γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΕ. καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΕ ἄρα γω-
νία τῇ ὑπὸ ΑΕΔ ἐστὶν ἴση.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἑκάστη τῶν
ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΔ ΓΔΕ γωνιῶν
ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΒΑΕ ΑΕΔ
ἐστὶν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα
ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον.
ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον.

εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον. πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε
καὶ ἰσογώνιον ἐγγέγραπται. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:
ιβ Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον. πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε
καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕ.
δεῖ δὴ περὶ τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον. πεντάγωνον ἰσόπλευ-
ρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι. νενοήσθω τοῦ ἐγ-
γεγραμμένου πενταγώνου τῶν γωνιῶν σημεῖα τὰ
ΑΒΓΔΕ. ὥστε ἴσας εἶναι τὰς ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΑ περιφε-
ρείας. καὶ διὰ τῶν ΑΒΓΔΕ ἤχθωσαν τοῦ κύκλου ἐφαπτό-
μεναι αἱ ΗΘ ΘΚ ΚΛ ΛΜ ΜΗ. καὶ εἰλήφθω τοῦ ΑΒΓΔΕ κύ-
κλου κέντρον τὸ Ζ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΒ ΖΚ ΖΓ ΖΛ ΖΔ.
καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΚΛ εὐθεῖα ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓΔΕ κατὰ τὸ Γ.
ἀπὸ δὲ τοῦ Ζ κέντρου ἐπὶ τὴν κατὰ τὸ Γ ἐπαφὴν ἐπέζευ-
κται ἡ ΖΓ. ἡ ΖΓ ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΚΛ. ὀρθὴ ἄ-
ρα ἑκατέρα τῶν πρὸς τῷ Γ γωνιῶν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
καὶ αἱ πρὸς τοῖς Β Δ σημείοις γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. καὶ ἐπεὶ
ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΖΓΚ γωνία. τὸ ἄρα ἀπὸ ΖΚ ἴσον
ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΓ ΓΚ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τοῖς ἀπὸ
τῶν ΖΒ ΒΚ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΚ. τὰ ἄρα ἀπὸ ΖΓ ΓΚ
τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΒ ΒΚ ἐστὶν ἴσα. ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΖΓ τῷ
ἀπὸ τῆς ΖΒ ἐστὶν ἴσον. λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΚΓ
τῷ ἀπὸ τῆς ΒΚ ἐστὶν ἴσον. ἴση ἄρα ἡ ΒΚ τῇ ΓΚ. καὶ
ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΒ τῇ ΖΓ καὶ κοινὴ ἡ ΖΚ. δύο δὴ αἱ ΒΖ
ΖΚ δυσὶ ταῖς ΓΖ ΖΚ ἴσαι εἰσί. καὶ βάσις ἡ ΒΚ βάσει τῇ
ΓΚ ἐστὶν ἴση. γωνία ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ ΒΚΖ γωνίᾳ τῇ
ὑπὸ ΓΚΖ ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ ὑπὸ ΒΖΚ τῇ ὑπὸ ΓΖΚ. διπλῆ

ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΓ τῆς ὑπὸ ΚΖΓ· ἡ δὲ ὑπὸ ΒΚΓ τῆς
ὑπὸ ΖΚΓ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΓΖΔ τῆς ὑπὸ ΓΖΛ
ἐστὶ διπλῆ· ἡ δὲ ὑπὸ ΔΛΓ τῆς ὑπὸ ΖΛΓ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἡ ΒΓ περιφέρεια τῇ ΓΔ· ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΖΓ
τῇ ὑπὸ ΓΖΔ· καί ἐστιν ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΓ διπλῆ τῆς ὑπὸ ΚΖΓ
ἡ δὲ ὑπὸ ΓΖΔ διπλῆ τῆς ὑπὸ ΛΖΓ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ
ΚΖΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΛΖΓ· δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΖΚΓ
ΖΛΓ τὰς δύο γωνίας ταῖς δύο γωνίαις ἴσας ἔχοντα
καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην κοινὴν αὐτῶν τὴν
ΖΓ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευ-
ραῖς ἴσας ἕξει καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γω-
νίᾳ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΚΓ εὐθεῖα τῇ ΓΛ· ἡ δὲ ὑπὸ ΖΚΓ
γωνία τῇ ὑπὸ ΖΛΓ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΚΓ τῇ ΓΛ· δι-
πλῆ ἄρα ἡ ΚΛ τῆς ΚΓ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται ἡ
ΘΚ τῆς ΒΚ διπλῆ· καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ἴση ἡ ΒΚ τῇ ΚΓ·
καὶ ἐστι διπλῆ ἡ μὲν ΚΛ τῆς ΚΓ· ἡ δὲ ΘΚ τῆς ΒΚ· καὶ ἡ
ΘΚ ἄρα τῇ ΚΛ ἐστὶν ἴση· ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ
ἑκάστη τῶν ΗΘ ΗΜ ΜΛ ἑκατέρᾳ τῶν ΘΚ ΚΛ ἴση·
ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΘΚΛΜ πεντάγωνον· λέγω δὴ
ὅτι καὶ ἰσογώνιον· ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΚΓ γωνία
τῇ ὑπὸ ΖΛΓ· καὶ ἐδείχθη τῆς μὲν ὑπὸ
ΖΚΓ διπλῆ ἡ ὑπὸ ΘΚΛ· τῆς δὲ ὑπὸ
ΖΛΓ διπλῆ ἡ ὑπὸ ΚΛΜ· καὶ ἡ ὑπὸ ΘΚΛ
ἄρα τῇ ὑπὸ ΚΛΜ ἐστὶν ἴση· ὁμοί-
ως δὴ δειχθήσεται καὶ ἑκάστη τῶν ὑ-
πὸ ΚΘΗ ΘΗΜ ΗΜΛ ἑκατέρᾳ τῶν

ὑπὸ ΘΚΛ ΚΛΜ ἴση· αἱ πέντε ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ ΗΘΚ
ΘΚΛ ΚΛΜ ΛΜΗ ΜΗΘ· ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἰσογώνιον
ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΘΚΛΜ πεντάγωνον· ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευ-
ρον καὶ περὶ τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

ιγ' Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον.
κύκλον ἐγγράψαι· ἔστω τὸ δοθὲν πεντάγωνον ὅ ἐστιν ἰσό-
πλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕ· δεῖ δὴ εἰς τὸ ΑΒΓΔΕ
πεντάγωνον κύκλον ἐγγράψαι· τετμήσθω γὰρ ἑκατέ-
ρα τῶν ὑπὸ ΒΓΔ ΓΔΕ γωνιῶν δίχα ὑπὸ ἑκατέρας
τῶν ΓΖ ΖΔ εὐθειῶν· καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου καθ' ὃ συμ-
βάλλουσιν ἀλλήλαις αἱ ΓΖ ΔΖ εὐθεῖαι· ἐπεζεύχθωσαν
αἱ ΖΒ ΖΑ ΖΕ εὐθεῖαι· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΓΔ, κοινὴ δὲ
ἡ ΓΖ· δύο δὴ αἱ ΒΓ ΓΖ δυσὶ ταῖς ΔΓ ΓΖ ἴσαι εἰσί· καὶ γω-
νία ἡ ὑπὸ ΒΓΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΖ ἐστὶν ἴση· βάσις
ἄρα ἡ ΒΖ βάσει τῇ ΔΖ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ΒΓΖ τρίγωνον
τῷ ΔΓΖ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς
λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευ-
ραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΒΖ γωνία τῇ
ὑπὸ ΓΔΖ· καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΔΕ τῆς ὑπὸ ΓΔΖ·
ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ ΓΔΕ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ· ἡ δὲ ὑπὸ ΓΔΖ τῇ
ὑπὸ ΓΒΖ· καὶ ἡ ὑπὸ ΓΒΑ ἄρα τῆς ὑπὸ
ΓΒΖ ἐστὶ διπλῆ· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΖ
γωνία τῇ ὑπὸ ΖΒΓ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ
γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΒΖ
εὐθείας· ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ὅτι
καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΑΕ ΑΕΔ δίχα

τέμνεται ὑπὸ ἑκατέρας τῶν ΖΔ ΖΕ εὐθειῶν. ἤχθω-
σαν δὴ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου ἐπὶ τὰς ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΑ εὐ-
θείας κάθετοι αἱ ΖΗ ΖΘ ΖΚ ΖΛ ΖΜ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
ὑπὸ ΘΓΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΚΓΖ· ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ
ΖΘΓ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΖΚΓ ἴση. δύο δὴ τρίγωνά ἐστι
τὰ ΖΘΓ ΖΚΓ τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔ-
χοντα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην κοινὴν αὐ-
τῶν τὴν ΖΓ ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γω-
νιῶν. καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς
πλευραῖς ἴσας ἕξει· ἴση ἄρα ἡ ΖΘ κάθετος τῇ ΖΚ
καθέτῳ. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν
ΖΛ ΖΜ ΖΗ ἑκατέρᾳ τῶν ΖΘ ΖΚ ἴση ἐστίν· αἱ πέν-
τε ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΖΗ ΖΘ ΖΚ ΖΛ ΖΜ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν·
ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΗΘΚΛΜ
κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημεί-
ων καὶ ἐφάψεται τῶν ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΑ εὐθειῶν. διὰ τὸ
ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς ΗΘΚΛΜ γωνίας· εἰ γὰρ
οὐκ ἐφάψεται αὐτῶν ἀλλὰ τεμεῖ αὐτάς, συμβήσεται
τὴν τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας
ἀγομένην ἐντὸς πίπτειν τοῦ κύκλου. ὅπερ ἄτοπον.
οὐκ ἄρα ὁ κέντρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΗΘ-
ΚΛΜ σημείων γραφόμενος κύκλος τεμεῖ τὰς ΑΒ
ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΑ εὐθείας· ἐφάψεται ἄρα αὐτῶν. γε-
γράφθω ὡς ὁ ΗΘΚΛΜ. εἰς ἄρα τὸ δοθὲν πεντάγω-
νον ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον κύκλος
ἐγγέγραπται. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :-

ΙΔ Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώ-
νιον κύκλον περιγράψαι· ἔστω τὸ δοθὲν πεντάγωνον ἰ-
σόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕ· δεῖ δὴ περὶ τὸ
ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον κύκλον περιγράψαι· τετμήσθω δὴ
ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΓΔ ΓΔΕ γωνιῶν δίχα ὑπὸ ἑκατέ-
ρας τῶν ΓΖ ΔΖ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου καθ' ὃ συμβάλλου-
σιν αἱ εὐθεῖαι ἐπὶ τὰ Β Α Ε σημεῖα. ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι
αἱ ΖΒ ΖΑ ΖΕ· ὁμοίως δὴ τῷ πρὸ τούτου δειχθήσεται ὅτι
καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΓΒΑ ΒΑΕ ΑΕΔ γωνιῶν δίχα τέτμηται
ὑπὸ ἑκάστης τῶν ΒΖ ΖΑ ΖΕ εὐθειῶν· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
ὑπὸ ΒΓΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔΕ· καί ἐστι τῆς μὲν ὑπὸ ΒΓΔ
ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΖΓΔ· τῆς δὲ ὑπὸ ΓΔΕ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ
ΓΔΖ· καὶ ἡ ὑπὸ ΖΓΔ ἄρα τῇ ὑπὸ ΖΔΓ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ
πλευρὰ ἡ ΖΓ πλευρᾷ τῇ ΖΔ ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὴ δει-
χθήσεται ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ΖΒ ΖΑ ΖΕ ἑκατέρᾳ τῶν
ΖΓ ΖΔ ἐστὶν ἴση· αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΖΑ ΖΒ ΖΓ ΖΔ ΖΕ
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Ζ καὶ διαστήματι
ἑνὶ τῶν ΖΑ ΖΒ ΖΓ ΖΔ ΖΕ κύκλος γρα-
φόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν ση-
μείων καὶ ἔσται περιγεγραμμένος· περι-
γεγράφθω καὶ ἔστω ὁ ΑΒΓΔΕ· περὶ τὸ δο-
θὲν ἄρα πεντάγωνον ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώ-
νιον κύκλος περιγέ-
γραπται. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :-

Α Β Ε Ζ Γ Δ

ΙΕ Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώ-
νιον ἐγγράψαι· ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕΖ· δεῖ δὴ

ἐς τὸν ΑΒΓΔΕΖ κύκλον. ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώ-
νιον ἐγγράψαι. ἤχθω τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου διάμετρος ἡ ΑΔ, καὶ
εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Η. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ
Δ, διαστήματι δὲ τῷ ΔΗ, κύκλος γεγράφθω ὁ ΕΗΓΘ.
καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΕΗ ΓΗ, διήχθωσαν ἐπὶ τὰ Β Ζ σημεῖα.
καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΖ ΖΑ. λέγω ὅτι τὸ
ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον. ἰσόπλευρόν ἐστι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ
γὰρ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. ἴση ἐστὶν
ἡ ΗΕ τῇ ΗΔ. πάλιν ἐπεὶ τὸ Δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ
ΕΗΓΘ κύκλου. ἴση ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΔΗ. ἀλλ' ἡ ΗΕ τῇ ΗΔ
ἐδείχθη ἴση. καὶ ἡ ΗΕ ἄρα τῇ ΕΔ ἴση ἐστίν. ἰσόπλευρον
ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΗΔ τρίγωνον. καὶ αἱ τρεῖς ἄρα αὐτοῦ γωνίαι
αἱ ὑπὸ ΕΗΔ ΗΔΕ ΔΕΗ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἐπειδήπερ
τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ εἰσὶν αἱ τρεῖς τοῦ τριγώνου γωνίαι δυ-
σὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἡ ἄρα ὑπὸ ΕΗΔ γωνία τρίτον
ἐστὶ δύο ὀρθῶν. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ ΔΗΓ
τρίτον δύο ὀρθῶν. καὶ ἐπεὶ ἡ ΓΗ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν ΕΒ σταθεῖ-
σα τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ ΕΗΓ ΓΗΒ δυσὶν ὀρ-
θαῖς ἴσας ποιεῖ. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΗΒ τρίτον ἐστὶ
δύο ὀρθῶν. αἱ ἄρα ὑπὸ ΕΗΔ ΔΗΓ ΓΗΒ γωνίαι. ἴσαι ἀλ-
λήλαις εἰσίν. ὥστε καὶ αἱ κατὰ κορυ-
φὴν αὐταῖς αἱ ὑπὸ ΒΗΑ ΑΗΖ
ΖΗΕ ἴσαι εἰσὶ ταῖς ὑπὸ ΕΗΔ ΔΗΓ
ΓΗΒ. αἱ ἓξ ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ
ΕΗΔ ΔΗΓ ΓΗΒ ΒΗΑ ΑΗΖ ΖΗΕ ἴ-

Ζ Ε Θ Α Η Δ Β Γ

σαι ἀλλήλαις εἰσίν. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερει-
ῶν βεβήκασιν. αἱ ἓξ ἄρα περιφέρειαι αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ
ΕΖ ΖΑ. ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὑπὸ δὲ τὰς ἴσας περιφερεί-
ας αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν. αἱ ἓξ ἄρα εὐθεῖαι ἴσαι ἀλ-
λήλαις εἰσίν. ἰσόπλευρον ἄρα τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον. λέ-
γω δὴ ὅτι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ περιφ-
έρεια τῇ ΕΔ περιφερείᾳ. κοινὴ προσκείσθω ἡ ΑΒΓΔ
περιφέρεια. ὅλη ἄρα ἡ ΖΑΒΓΔ ὅλῃ τῇ ΕΔΓΒΑ ἐστὶν ἴση.
καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν τῆς ΖΑΒΓΔ περιφερείας ἡ ὑπὸ ΖΕΔ
γωνία. ἐπὶ δὲ τῆς ΕΔΓΒΑ περιφερείας ἡ ὑπὸ ΑΖΕ γω-
νία. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΖΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ. ὁμοίως
δὴ δειχθήσεται ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι τοῦ ΑΒΓΔΕΖ ἑξα-
γώνου κατὰ μίαν ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΑΖΕ
ΖΕΔ γωνιῶν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγω-
νον. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν
ΑΒΓΔΕΖ κύκλον. εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον ἑξάγω-
νον. ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγέγραπται. ὅπερ
ἔδει ποιῆσαι: ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἡ τοῦ ἑξα-
γώνου πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου.
καὶ ἐὰν διὰ τῶν ΑΒΓΔΕΖ σημείων ἐφαπτομένας τοῦ κύ-
κλου ἀγάγωμεν. περιγραφήσεται περὶ τὸν κύκλον ἑξά-
γωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἀκολούθως τοῖς
ἐπὶ τοῦ πενταγώνου εἰρημένοις. καὶ ἔτι διὰ τῶν ὁμοίων
τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου εἰρημένοις εἰς τὸ δοθὲν ἑξά-
γωνον κύκλον ἐγγράψομέν τε καὶ περιγράψομεν. ὅ-
περ ἔδει ποιῆσαι:-

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΠΕΜΠΤΟΝ

λόγοι ὑπάρχῃ. ὁμόλογα μεγέθη λέγεται τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δὲ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις. ἐναλλὰξ λόγος ἐστί. λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον. ἀνάπαλιν λόγος ἐστί. λῆψις τοῦ ἑπομένου ὡς ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον. σύνθεσις λόγου ἐστί. λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον. διαίρεσις λόγου ἐστί. λῆψις τῆς ὑπεροχῆς ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον. ἀναστροφὴ λόγου ἐστί. λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου. δι' ἴσου λόγος ἐστί. πλειόνων ὄντων μεγεθῶν καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανομένων καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον. οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον. ἢ ἄλλως. λῆψις τῶν ἄκρων καθ' ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων. τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστίν. ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος γίνηται ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον. οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον. ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι. οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις ἄλλο τι πρὸς ἡγούμενον:–

α. Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον. ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός. τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων. ἔστω ὁποσαοῦν μεγέθη τὰ ΑΒ ΓΔ ὁποσωνοῦν μεγεθῶν τῶν Ε Ζ ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον. λέγω ὅτι ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Ε. τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ ΑΒ ΓΔ τῶν Ε Ζ. ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Ε καὶ τὸ ΓΔ τοῦ Ζ. ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ μεγέθη ἴσα τῷ Ε. τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΓΔ ἴσα τῷ Ζ. διῃρήσθω τὸ μὲν ΑΒ εἰς τὰ τῷ Ε μεγέθη ἴσα τὰ ΑΗ ΗΒ. τὸ δὲ ΓΔ εἰς τὰ τῷ Ζ ἴσα τὰ ΓΘ ΘΔ. ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΓΘ ΘΔ τῷ πλήθει τῶν ΑΗ ΗΒ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ΑΗ τῷ Ε. τὸ δὲ ΓΘ τῷ Ζ. ἴσον ἄρα τὸ ΑΗ τῷ Ε. καὶ τὰ ΑΗ ΓΘ τοῖς Ε Ζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἴσον ἐστὶ τὸ ΗΒ τῷ Ε. καὶ τὰ ΗΒ ΘΔ τοῖς Ε Ζ. ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ ἴσα τῷ Ε. τοσαῦτα καὶ ἐν τοῖς ΑΒ ΓΔ ἴσα τοῖς Ε Ζ. ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒ τοῦ Ε. τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ ΑΒ ΓΔ τῶν Ε Ζ. ἐὰν ἄρα ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον. ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός. τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

β. Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ καὶ πολλαπλάσιον. καὶ τρίτον τετάρτου. ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον. καὶ ἕκτον τετάρτου, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμ

πτον δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον. καὶ τρίτον καὶ ἕκτον
τετάρτου· πρῶτον γὰρ τὸ ΑΒ δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκις
ἔστω πολλαπλάσιον. καὶ τρίτον τὸ ΔΕ τετάρτου τοῦ Ζ·
ἔστω δὲ καὶ πέμπτον τὸ ΒΗ δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκις πολλα-
πλάσιον. καὶ ἕκτον τὸ ΕΘ τετάρτου τοῦ Ζ· λέγω ὅτι καὶ
συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ ΑΗ δευτέρου τοῦ Γ ἰσά-
κις ἔσται πολλαπλάσιον. καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ ΔΘ τετάρ-
του τοῦ Ζ· ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ
Γ καὶ τὸ ΔΕ τοῦ Ζ· ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ ἴσα τῷ Γ. το-
σαῦτα καὶ ἐν τῷ ΔΕ ἴσα τῷ Ζ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὅσα ἐστὶν
ἐν τῷ ΒΗ ἴσα τῷ Γ. τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΕΘ ἴσα τῷ Ζ· ὅ-
σα ἄρα ἐστὶν ἐν ὅλῳ τῷ ΑΗ ἴσα τῷ Γ. τοσαῦτα καὶ ἐν ὅ-
λῳ τῷ ΔΘ ἴσα τῷ Ζ· ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΗ τοῦ
Γ. τοσαυταπλάσιον ἔσται καὶ τὸ ΔΘ τοῦ Ζ· καὶ συντεθὲν
ἄρα πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ ΑΗ. δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκις
ἔσται πολλαπλάσιον. καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ ΔΘ τετάρτου
τοῦ Ζ· ἐὰν ἄρα πρῶτον δευτέρου ἰσά-
κις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρ-
του. ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις
πολλαπλάσιον. καὶ ἕκτον τετάρτου. καὶ
συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον δευτέ-
ρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον. καὶ
τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι :-

Γ ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον. καὶ τρίτον
τετάρτου. ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώ-

του καὶ τρίτου. καὶ δι' ἴσου τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέ-
ρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον. τὸ μὲν τοῦ δευτέρου. τὸ δὲ
τοῦ τετάρτου· πρῶτον γὰρ τὸ Α δευτέρου τοῦ Β ἰσάκις
ἔστω πολλαπλάσιον. καὶ τρίτον τὸ Γ τετάρτου τοῦ Δ. καὶ
εἰλήφθω τῶν Α Γ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΕΖ ΗΘ·
λέγω ὅτι ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΕΖ τοῦ Β. καὶ τὸ
ΗΘ τοῦ Δ· ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΕΖ
τοῦ Α καὶ τὸ ΗΘ τοῦ Γ· ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΕΖ ἴσα τῷ Α.
τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΗΘ ἴσα τῷ Γ· διῃρήσθω τὸ μὲν
ΕΖ εἰς τὰ τῷ Α μεγέθη ἴσα τὰ ΕΚ ΚΖ· τὸ δὲ ΗΘ εἰς τὰ
τῷ Γ ἴσα τὰ ΗΛ ΛΘ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΕΚ
ΚΖ τῷ πλήθει τῶν ΗΛ ΛΘ· καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολ-
λαπλάσιον τὸ Α τοῦ Β καὶ τὸ Γ τοῦ Δ. ἴσον δὲ τὸ μὲν ΕΚ
τῷ Α τὸ δὲ ΗΛ τῷ Γ. ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον
τὸ ΕΚ τοῦ Β καὶ τὸ ΗΛ τοῦ Δ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἰσάκις ἐστὶ
πολλαπλάσιον τὸ ΚΖ τοῦ Β καὶ τὸ ΛΘ τοῦ Δ· ἐπεὶ οὖν
πρῶτον τὸ ΕΚ δευτέρου τοῦ Β ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλά-
σιον. καὶ τρίτον τὸ ΗΛ τετάρτου τοῦ Δ. ἔστι δὲ καὶ πέμπτον
τὸ ΚΖ δευτέρου τοῦ Β ἰσάκις πολλαπλάσιον. καὶ ἕκτον
τὸ ΛΘ τετάρτου τοῦ Δ. καὶ συντεθὲν
ἄρα πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ ΕΖ. δευ-
τέρου τοῦ Β ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλά-
σιον. καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ ΗΘ τετάρ-
του τοῦ Δ· ἐὰν ἄρα πρῶτον δευ-
τέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ
τρίτον τετάρτου. ληφθῇ δὲ τοῦ

πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια. καὶ δι' ἴσου τῶν λη-
φθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλά-
σιον. τὸ μὲν τοῦ δευτέρου τὸ δὲ τοῦ τετάρτου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον
πρὸς τέταρτον. καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώ-
του καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέ-
ρου καὶ τετάρτου καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν τὸν
αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα. πρῶτον γὰρ
τὸ Α πρὸς δεύτερον τὸ Β. τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον. καὶ τρί-
τον τὸ Γ πρὸς τέταρτον τὸ Δ. καὶ εἰλήφθω τῶν μὲν Α Γ
ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Ε Ζ. τῶν δὲ Β Δ. ἄλλα ἃ ἔτυχεν
ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η Θ. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Ε
πρὸς τὸ Η. οὕτως τὸ Ζ πρὸς τὸ Θ. εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν
Ε Ζ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ Λ. τῶν δὲ Η Θ. ἄλλα
ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ Ν. καὶ ἐπεὶ ἰσά-
κις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ μὲν Ε τοῦ Α τὸ δὲ Ζ τοῦ Γ. καὶ
εἴληπται τῶν Ε Ζ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ Λ. ἰσά-
κις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Κ τοῦ Α καὶ τὸ Λ τοῦ Γ. διὰ
τὰ αὐτὰ δὴ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Μ τοῦ Β καὶ τὸ
Ν τοῦ Δ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Α
πρὸς τὸ Β. οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ
Δ. καὶ εἴληπται τῶν Α Γ ἰσά-
κις πολλαπλάσια τὰ Κ Λ.
τῶν δὲ Β Δ. ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰ-
σάκις πολλαπλάσια τὰ Μ Ν.
εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Κ τοῦ Μ.

ὑπερέχει καὶ τὸ Λ τοῦ Ν. καὶ εἰ ἴσον, ἴσον. καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον.
καί ἐστι τὰ μὲν Κ Λ. τῶν Ε Ζ ἰσάκις πολλαπλάσια· τὰ δὲ
Μ Ν. τῶν Η Θ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν
ἄρα ὡς τὸ Ε πρὸς τὸ Η. οὕτως τὸ Ζ πρὸς τὸ Θ. ἐὰν ἄρα
πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον
πρὸς τέταρτον. καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε
πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ
δευτέρου καὶ τετάρτου καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν
τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα. ὅπερ ἔδει
δεῖξαι. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὅτι εἰ ὑπερέχει τὸ Κ τοῦ Μ. ὑπερέχει
καὶ τὸ Λ τοῦ Ν. καὶ εἰ ἴσον. ἴσον. καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον, δῆ-
λον ὅτι καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ Μ τοῦ Κ. ὑπερέχει καὶ τὸ Ν τοῦ Λ.
καὶ εἰ ἴσον ἴσον. καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον. καὶ διὰ τοῦτό ἐστιν
καὶ ὡς τὸ Η πρὸς τὸ Ε. οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Ζ. ἐκ δὴ τούτου
φανερὸν ὅτι ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ. καὶ ἀ-
νάπαλιν ἀνάλογον ἔσται :–

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον. ὅπερ
ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος. καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰ-
σάκις ἔσται πολλαπλάσιον. ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον
τοῦ ὅλου. μέγεθος γὰρ τὸ ΑΒ μεγέθους τοῦ ΓΔ ἰσά-
κις ἔστω πολλαπλάσιον. ὅπερ ἀφαιρεθὲν τὸ ΑΕ ἀφαι-
ρεθέντος τοῦ ΓΖ. λέγω ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ ΕΒ λοιποῦ
τοῦ ΖΔ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον. ὁσαπλάσιόν ἐστιν ὅ-
λον τὸ ΑΒ ὅλου τοῦ ΓΔ. ὁσαπλάσιον γάρ ἐστι τὸ ΑΕ τοῦ
ΓΖ. τοσαυταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ ΕΒ τοῦ ΓΗ. ἰσά-
κις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΕ τοῦ ΓΖ. καὶ τὸ ΕΒ τοῦ ΗΓ.

κεῖται δὲ ἰσάκις πολλαπλάσιον τὸ ΑΕ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΑΒ τοῦ
ΓΔ. ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ ἑκατέρου τῶν
ΗΖ ΓΔ. ἴσον ἄρα τὸ ΗΖ τῷ ΓΔ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΓΖ·
λοιπὸν ἄρα τὸ ΗΓ λοιπῷ τῷ ΔΖ ἴσον ἐστί. καὶ ἐπεὶ ἰσά-
κις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΕ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΕΒ τοῦ ΗΓ. ἴσον
δὲ τὸ ΗΓ τῷ ΔΖ. ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΕ
τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΕΒ τοῦ ΖΔ. ἰσάκις δὲ ὑπόκειται πολλαπλά-
σιον τὸ ΑΕ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ. ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολ-
λαπλάσιον τὸ ΕΒ τοῦ ΖΔ καὶ τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ. καὶ λοιπὸν
ἄρα τὸ ΕΒ λοιποῦ τοῦ ΖΔ ἰσάκις ἔσται
πολλαπλάσιον. ὁσαπλάσιόν ἐστιν ὅλον
τὸ ΑΒ ὅλου τοῦ ΓΔ. ἐὰν ἄρα μέγεθος
μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον.
ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος. καὶ
τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολ-
λαπλάσιον. ὁσαπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ ὅλον
τοῦ ὅλου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ϛ Ἐὰν δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια.
καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλα-
πλάσια. καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστὶν ἢ ἰ-
σάκις αὐτῶν πολλαπλάσια. δύο γὰρ μεγέθη τὰ
ΑΒ ΓΔ δύο μεγεθῶν τῶν Ε Ζ ἰσάκις ἔστω πολλαπλά-
σια. καὶ ἀφαιρεθέντα τὰ ΑΗ ΓΘ τῶν αὐτῶν τῶν Ε Ζ
ἰσάκις ἔστω πολλαπλάσια. λέγω ὅτι καὶ λοιπὰ τὰ
ΗΒ ΘΔ τοῖς Ε Ζ ἤτοι ἴσα ἐστὶν ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλα-
πλάσια. ἔστω γὰρ πρότερον τὸ ΗΒ τῷ Ε ἴσον. λέγω

ὅτι καὶ τὸ ΘΔ τῷ Ζ ἴσον ἐστί. κείσθω γὰρ τῷ Ζ ἴσον τὸ ΓΚ.
ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΗ τοῦ Ε καὶ τὸ ΓΘ τοῦ
Ζ. ἴσον δὲ τὸ μὲν ΗΒ τῷ Ε τὸ δὲ ΚΓ τῷ Ζ. ἰσάκις ἄρα
ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Ε καὶ τὸ ΚΘ τοῦ Ζ. ἰσάκις δὲ
ὑπόκειται πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Ε καὶ τὸ ΓΔ τοῦ Ζ. ἰ-
σάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΚΘ τοῦ Ζ καὶ τὸ ΓΔ τοῦ Ζ.
ἐπεὶ οὖν ἑκάτερον τῶν ΚΘ ΓΔ τοῦ Ζ ἰσάκις ἐστὶ πολ-
λαπλάσιον. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΘ τῷ ΓΔ. κοινὸν ἀ-
φῃρήσθω τὸ ΓΘ. λοιπὸν ἄρα τὸ ΚΓ λοιπῷ τῷ ΘΔ
ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ Ζ τῷ ΚΓ ἐστὶν ἴσον. καὶ τὸ ΘΔ ἄρα
τῷ Ζ ἴσον ἐστίν. ὥστε εἰ τὸ ΗΒ τῷ Ε ἴσον ἐστί. καὶ τὸ ΘΔ
ἴσον ἔσται τῷ Ζ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι κἂν πολλα-
πλάσιον ᾖ τὸ ΗΒ τοῦ Ε. τοσαυταπλά-
σιον ἔσται καὶ τὸ ΘΔ τοῦ Ζ. ἐὰν ἄρα δύο
μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολ-
λαπλάσια. καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ
τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια. καὶ
τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα
ἐστὶν ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλά-
σια. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ζ Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς
τὰ ἴσα. ἔστω ἴσα μεγέθη τὰ Α Β. ἄλλο δέ τι ὃ ἔτυχε
μέγεθος τὸ Γ. λέγω ὅτι ἑκάτερον τῶν Α Β πρὸς τὸ Γ
τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. καὶ τὸ Γ πρὸς ἑκάτερον τῶν Α Β.
εἰλήφθω γὰρ τῶν Α Β ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Δ Ε.
τοῦ δὲ Γ ἄλλο ὃ ἔτυχε πολλαπλάσιον τὸ Ζ. ἐπεὶ οὖν

EUCLID *Elementa* BYZANTINE, 888 THE BODLEIAN LIBRARY Octavo

τοῦ β. τὸ α γὰρ ἂν πρὸς τὸ γ ἐλάσσονα λόγον εἶχεν ἤπερ τὸ
β πρὸς τὸ γ. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἔλασσόν ἐστι τὸ α τοῦ
β. ἐδείχθη δὲ οὐδὲ ἴσον· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ α τοῦ β. ἐχέ-
τω δὴ πάλιν τὸ γ πρὸς τὸ β μείζονα λόγον ἤπερ τὸ γ πρὸς
τὸ α· λέγω ὅτι ἔλασσόν ἐστι τὸ β τοῦ α. εἰ γὰρ μή, ἤτοι
ἴσον ἐστὶν ἢ μεῖζον. ἴσον μὲν οὖν οὐκ ἔστι τὸ β τῷ α· τὸ γ
ἄρα ἂν πρὸς ἑκάτερον τῶν α β τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον·
οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ α τῷ β. οὐδὲ μὴν μεῖζον
ἐστὶ τὸ β τοῦ α. τὸ γ γὰρ ἂν πρὸς τὸ β ἐλάσσονα λόγον εἶ-
χεν ἤπερ πρὸς τὸ α. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα
μεῖζόν ἐστι τὸ β τοῦ α. ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ
ἴσον· ἔλαττον ἄρα ἐστὶ τὸ β τοῦ α. τῶν
ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων τὸ μείζονα
λόγον ἔχον μεῖζόν ἐστι· καὶ πρὸς ὃ τὸ αὐτὸ
μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~

ια Οἱ τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοὶ καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί. ἔστω-
σαν γὰρ ὡς μὲν τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ γ πρὸς τὸ δ.
ὡς δὲ τὸ γ πρὸς τὸ δ, οὕτως τὸ ε πρὸς τὸ ζ· λέγω ὅτι ἐστὶν
ὡς τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ ε πρὸς τὸ ζ. εἰλήφθω γὰρ
τῶν α γ ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ η θ κ· τῶν δὲ
β δ ζ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ λ μ ν.
καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ γ πρὸς τὸ δ, καὶ
εἴληπται τῶν μὲν α γ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ η θ,
τῶν δὲ β δ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ

λ μ· εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ η τοῦ λ, ὑπερέχει καὶ τὸ θ τοῦ μ, καὶ εἰ ἴσον ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ γ πρὸς τὸ δ, οὕτως τὸ ε πρὸς τὸ ζ, καὶ εἴληπται τῶν γ ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ θ κ, τῶν δὲ δ ζ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ μ ν· εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ θ τοῦ μ, ὑπερέχει καὶ τὸ κ τοῦ ν, καὶ εἰ ἴσον ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον. ἀλλὰ εἰ ὑπερεῖχε τὸ θ τοῦ μ, ὑπερεῖχε καὶ τὸ η τοῦ λ, καὶ εἰ ἴσον ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον· ὥστε καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ η τοῦ λ, ὑπερέχει καὶ τὸ κ τοῦ ν, καὶ εἰ ἴσον ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν η κ τῶν α ε ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ λ ν τῶν β ζ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ ε πρὸς τὸ ζ. οἱ ἄρα τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοὶ καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~

ιβ Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα. ἔστωσαν ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον τὰ α β γ δ ε ζ, ὡς τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ γ πρὸς τὸ δ καὶ τὸ ε πρὸς τὸ ζ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὰ α γ ε πρὸς τὰ β δ ζ. εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν α γ ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ η θ κ, τῶν δὲ β δ ζ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ λ μ ν.

ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, καὶ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ·
καὶ εἴληπται τῶν μὲν Α Γ Ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η Θ Κ,
τῶν δὲ Β Δ Ζ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια
τὰ Λ Μ Ν· εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Λ, ὑπερέχει καὶ
τὸ Θ τοῦ Μ, καὶ τὸ Κ τοῦ Ν, καὶ εἰ ἴσον ἴσον, καὶ εἰ ἔλατ-
τον ἔλαττον. ὥστε καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Λ, ὑπερέ-
χει καὶ τὰ Η Θ Κ τῶν Λ Μ Ν, καὶ εἰ ἴσον ἴσα, καὶ εἰ ἔλατ-
τον ἔλαττον. καί ἐστι τὸ μὲν Η καὶ τὰ Η Θ Κ τοῦ Α καὶ
τῶν Α Γ Ε ἰσάκις πολλαπλάσια. ἐπειδήπερ ἐὰν
ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων
τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλά-
σιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός,
τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Λ καὶ τὰ Λ Μ Ν
τοῦ Β καὶ τῶν Β Δ Ζ ἰσάκις ἐστὶ πολ-
λαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς
τὸ Β, οὕτως τὰ Α Γ Ε πρὸς τὰ Β Δ Ζ.
ἐὰν ἄρα ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀ-
νάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμέ-
νων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕ-
τως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς
ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ιγ Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ
τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον
μείζονα λόγον ἔχῃ ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον,
καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει
ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον. πρῶτον γὰρ τὸ Α πρὸς
δεύτερον τὸ Β τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον, καὶ τρίτον τὸ Γ
πρὸς τέταρτον τὸ Δ· τρίτον δὲ τὸ Γ πρὸς τέταρτον
τὸ Δ μείζονα λόγον ἐχέτω ἢ πέμπτον τὸ Ε
πρὸς ἕκτον τὸ Ζ. λέγω ὅτι καὶ πρῶτον τὸ Α πρὸς
δεύτερον τὸ Β μείζονα λόγον ἕξει ἢ πέμπτον τὸ
Ε πρὸς ἕκτον τὸ Ζ. ἐπεὶ γὰρ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ μείζο-
να λόγον ἔχει ἢ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, ἔστι τινὰ τῶν μὲν
Γ Ε ἰσάκις πολλαπλάσια, τῶν δὲ Δ Ζ ἄλλα ἃ ἔτυ-
χεν ἰσάκις πολλαπλάσια, καὶ τὸ μὲν τοῦ Γ πολλα-
πλάσιον τοῦ τοῦ Δ πολλαπλασίου ὑπερέχει, τὸ δὲ
τοῦ Ε πολλαπλάσιον τοῦ τοῦ Ζ πολλαπλασίου οὐ-
χ ὑπερέχει. εἰλήφθω καὶ ἔστω τῶν μὲν Γ Ε ἰσάκις
πολλαπλάσια τὰ Η Θ, τῶν δὲ Δ Ζ ἄλλα ἃ ἔτυχεν
ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ Λ, ὥστε τὸ μὲν Η τοῦ
Κ ὑπερέχειν, τὸ δὲ Θ τοῦ Λ οὐχ ὑπερέχειν· καὶ ὁσα-
πλάσιον μέν ἐστι τὸ Η τοῦ Γ, τοσαυταπλάσιον ἔστω
καὶ τὸ Μ τοῦ Α· ὁσαπλάσιον δὲ τὸ Κ τοῦ Δ, τοσαυ-
ταπλάσιον ἔστω καὶ τὸ Ν τοῦ Β. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Α
πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, καὶ εἴληπται τῶν μὲν
Α Γ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ Η,
τῶν δὲ Β Δ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις
πολλαπλάσια τὰ Ν Κ, εἰ ἄρα
ὑπερέχει τὸ Μ τοῦ Ν, ὑπερέχει
καὶ τὸ Η τοῦ Κ, καὶ εἰ ἴσον ἴσον, καὶ εἰ
ἔλαττον ἔλαττον. ὑπερέχει δὲ

τὸ Η τοῦ Κ. ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ Μ τοῦ Ν· τὸ δὲ Λ τοῦ Ξ οὐχ ὑπερέχει· καί ἐστι τὰ μὲν Μ, Θ τῶν Α, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια· τὰ δὲ Ν, Λ τῶν Β, Ζ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια. τὸ ἄρα Α πρὸς τὸ Β μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ. ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον. τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον. καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

ιδ Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον. τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ. καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται. κἂν ἴσον ἴσον. κἂν ἔλαττον ἔλαττον. πρῶτον γὰρ τὸ Α πρὸς δεύτερον τὸ Β τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον. καὶ τρίτον τὸ Γ πρὸς τέταρτον τὸ Δ. μεῖζον δὲ ἔστω τὸ Α τοῦ Γ. λέγω ὅτι καὶ τὸ Β τοῦ Δ μεῖζόν ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ τὸ Α τοῦ Γ μεῖζόν ἐστιν. ἄλλο δὲ ὃ ἔτυχεν μέγεθος τὸ Β. τὸ Α ἄρα πρὸς τὸ Β μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Β. ὡς δὲ τὸ Α πρὸς τὸ Β. οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ. καὶ τὸ Γ ἄρα πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Β. πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει. ἐκεῖνο ἔλασσόν ἐστιν. ἔλασσον ἄρα τὸ Δ τοῦ Β. ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ Β τοῦ Δ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ Α τῷ Γ. ἴσον ἔσται καὶ τὸ Β τῷ Δ. κἂν ἔλασσον ᾖ τὸ Α τοῦ Γ. ἔλασσον ἔσται καὶ τὸ Β τοῦ Δ. ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον. τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ. καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται. κἂν ἴσον. ἴσον. κἂν ἔλαττον. ἔλαττον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

ιε Τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα. ἔστω γὰρ ἰσάκις πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Γ καὶ τὸ ΔΕ τοῦ Ζ. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Ζ. οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΔΕ. ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Γ καὶ τὸ ΔΕ τοῦ Ζ. ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ μεγέθη ἴσα τῷ Γ. τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΔΕ ἴσα τῷ Ζ. διῃρήσθω τὸ μὲν ΑΒ εἰς τὰ τῷ Γ ἴσα τὰ ΑΗ, ΗΘ, ΘΒ. τὸ δὲ ΔΕ εἰς τὰ τῷ Ζ ἴσα τὰ ΔΚ, ΚΛ, ΛΕ. ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΑΗ, ΗΘ, ΘΒ τῷ πλήθει τῶν ΔΚ, ΚΛ, ΛΕ. καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶ τὰ ΑΗ, ΗΘ, ΘΒ ἀλλήλοις. ἔστι δὲ καὶ τὰ ΔΚ, ΚΛ, ΛΕ ἴσα ἀλλήλοις. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΗ πρὸς τὸ ΔΚ. οὕτως τὸ ΗΘ πρὸς τὸ ΚΛ καὶ τὸ ΘΒ πρὸς τὸ ΛΕ. ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων. οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΗ πρὸς τὸ ΔΚ. οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΔΕ. ἴσον δὲ τὸ μὲν ΑΗ τῷ Γ. τὸ δὲ ΔΚ τῷ Ζ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Ζ. οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΔΕ. τὰ ἄρα μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

ιϛ. Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται. Ἔστω τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὰ Α Β Γ Δ, ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ· λέγω ὅτι καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται, ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Δ. Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν Α Β ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Ε Ζ, τῶν δὲ Γ Δ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η Θ. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Ε τοῦ Α καὶ τὸ Ζ τοῦ Β, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ. ὡς δὲ τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ· καὶ ὡς ἄρα τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ. πάλιν ἐπεὶ τὰ Η Θ τῶν Γ Δ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Η πρὸς τὸ Θ. ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· καὶ ὡς ἄρα τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, οὕτως τὸ Η πρὸς τὸ Θ. ἐὰν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Ε τοῦ Η, ὑπερέχει καὶ τὸ Ζ τοῦ Θ, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. καὶ ἔστι τὰ μὲν Ε Ζ τῶν Α Β ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ Η Θ τῶν Γ Δ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια·

ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Δ. Ἐὰν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ. Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται. Ἔστω συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον τὰ ΑΒ ΒΕ ΓΔ ΔΖ, ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΔΖ· λέγω ὅτι καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται, ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΕΒ, οὕτως τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΔΖ. Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν ΑΕ ΕΒ ΓΖ ΖΔ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΗΘ ΘΚ ΛΜ ΜΝ, τῶν δὲ ΕΒ ΖΔ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΚΞ ΝΠ. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΘΚ τοῦ ΕΒ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ. ἰσάκις δέ ἐστι πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ. πάλιν ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΜΝ τοῦ ΖΔ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΓΔ. ἰσάκις δὲ ἦν πολλαπλάσιον τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΓΔ. τὰ ΗΚ ΛΝ ἄρα τῶν ΑΒ ΓΔ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια. πάλιν ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΘΚ τοῦ ΕΒ καὶ τὸ ΜΝ τοῦ ΖΔ, ἔστι δὲ καὶ τὸ ΚΞ τοῦ ΕΒ ἰσάκις πολλαπλάσιον καὶ τὸ ΝΠ τοῦ ΖΔ, καὶ συντεθὲν ἄρα τὸ ΘΞ τοῦ ΕΒ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον καὶ τὸ ΜΠ τοῦ ΖΔ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΔΖ, καὶ εἴληπται



τῶν μὲν ΑΒ ΓΔ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΗΚ ΛΝ· τῶν δὲ
ΕΒ ΖΔ, ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΚΞ
δ τ ἀναστρ: ΝΠ· ἐπεὶ ἄρα ὑπερέχει τὸ ΗΚ τοῦ ΘΞ, ὑπερέχει καὶ τὸ ΛΝ
τοῦ ΜΠ· καὶ εἰ ἴσον ἴσον καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον· ὑπερε-
χέτω δὴ τὸ ΗΚ τοῦ ΘΞ· καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΘΚ,
ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ ΗΘ τοῦ ΚΞ· ἀλλ' εἰ ὑπερεῖχεν τὸ
ΗΚ τοῦ ΘΞ, ὑπερεῖχεν καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΜΠ· ὑπερέχει ἄ-
ρα καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΜΠ· καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΜΝ,
ὑπερέχει καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΝΠ· ὥστε εἰ ὑπερέχει τὸ ΗΘ
τοῦ ΚΞ, ὑπερέχει καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΝΠ· ὁμοίως δὴ δεί-
ξομεν ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ ΗΘ τῷ ΚΞ, ἴσον ἔσται καὶ
τὸ ΛΜ τῷ ΝΠ· κἂν ἔλαττον ἔλαττον· καὶ ἔστι τὰ μὲν
ΗΘ ΛΜ τῶν ΑΕ ΓΖ ἰσάκις πολλα-
πλάσια· τὰ δὲ ΚΞ ΝΠ τῶν ΕΒ
ΖΔ, ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλα-
δ τ ὅρ: πλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΕ πρὸς
τὸ ΕΒ, οὕτως τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΔΖ· ἐ-
ὰν ἄρα συγκείμενα μεγέθη ἀνά-
λογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλο-
γον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

ιη Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέν-
τα ἀνάλογον ἔσται· ἔστω διῃρημένα μεγέθη ἀνά-
λογον τὰ ΑΕΒ ΓΖΔ· ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΕΒ, οὕτως
τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΖΔ· λέγω ὅτι καὶ συντεθέντα ἀνάλογον
ἔσται· ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΖΔ·
εἰ γὰρ μή ἐστιν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς

τὸ ΖΔ· ἔσται ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ ἤτοι πρὸς
ἔλασσόν τι τοῦ ΖΔ ἢ πρὸς μεῖζον· ἔστω πρότερον πρὸς
ἔλασσον τὸ ΔΗ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως
τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΔΗ, συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν· ὥστε διὰ τοῦ ιζ:
καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΕ διὰ τοῦ ια
πρὸς τὸ ΕΒ, οὕτως τὸ ΓΗ πρὸς τὸ ΗΔ· ὑπόκειται δὲ καὶ
ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΕΒ, οὕτως τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΖΔ· καὶ ὡς ἄ-
ρα τὸ ΓΗ πρὸς τὸ ΗΔ, οὕτως τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΖΔ· μεῖζον δὲ
τὸ πρῶτον τὸ ΓΗ τοῦ τρίτου τοῦ ΓΖ· μεῖ- διὰ τοῦ ιδ:
ζον ἄρα καὶ τὸ δεύτερον τὸ ΗΔ τοῦ τετάρτου τοῦ
ΖΔ· ἀλλὰ καὶ ἔλασσον· ὅπερ ἐστὶν ἀδύ-
νατον· οὐκ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ,
οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς ἔλασσον τοῦ ΔΖ· ὁμοί-
ως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ πρὸς μεῖζον·
πρὸς αὐτὸ ἄρα· ἐὰν ἄρα διῃρημένα μεγέθη ἀνάλο-
γον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

ιθ Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς
ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλον
πρὸς ὅλον· ἔστω γὰρ ὡς ὅλον τὸ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ,
οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ΑΕ πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ΓΖ·
λέγω ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ ΕΒ πρὸς λοιπὸν τὸ ΖΔ ἔσται
ὡς ὅλον τὸ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ· ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὅ-
λον τὸ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΓΖ· διὰ τοῦ ις:
καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ΒΑ πρὸς τὸ ΑΕ, οὕτως τὸ ΔΓ πρὸς τὸ ΓΖ·
καὶ ἐπεὶ συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστι, καὶ διαιρε- διὰ τοῦ ιζ
θέντα ἀνάλογον ἔσται· ὡς ἄρα τὸ ΒΕ πρὸς τὸ ΕΑ, οὕ-



τως τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΓΖ. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΒΕ πρὸς
τὸ ΔΖ, οὕτως τὸ ΕΑ πρὸς τὸ ΖΓ. ὡς δὲ τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΓΖ,
οὕτως ὑπόκειται ὅλον τὸ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ. καὶ λοι-
ἀπὸ ια΄: πὸν ἄρα τὸ ΕΒ πρὸς λοιπὸν τὸ ΖΔ ἔσται ὡς ὅλον τὸ ΑΒ
πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ. ἐὰν ἄρα ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕ-
τως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς
τὸ λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλον πρὸς ὅλον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-
Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ ΕΒ πρὸς
τὸ ΖΔ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ
πρὸς τὸ ΔΖ. συγκείμενα ἄρα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν·
ἐδείχθη δὲ ὡς τὸ ΒΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως τὸ ΔΓ πρὸς
πό τὸ ΓΖ. καί ἐστιν ἀναστρέψαντι. ἐκ δὴ τούτου φανερὸν
ὅτι ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἀνα-
στρέψαντι ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-
Λεγόμενοι δὲ οἱ λόγοι καὶ ἐκ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων
καὶ ἐκ τῶν ἀναλογιῶν· ἐπειδήπερ ἐὰν πρῶτον δευ-
τέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου,
ἔσται καὶ ὡς τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον, οὕτως τὸ τρί-
τον πρὸς τὸ τέταρτον. οὐκέτι δὲ καὶ ἀντι-
στρέφει. ἐὰν ᾖ ὡς τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτε-
ρον, οὕτως τρίτον πρὸς τέταρτον, οὐ
πάντως ἔσται καὶ τὸ μὲν πρῶτον τοῦ
δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, τὸ δὲ
τρίτον τοῦ τετάρτου, καθάπερ ἐπὶ τῶν
ἐπιμορίων ἢ ἐπιτρίτων λόγων ἢ τῶν τοιούτων· ὅπερ
ἔδει δεῖξαι:-

Κ΄ Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύν-
δυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ
πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕ-
κτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλασσον, ἔλασ-
σον. ἔστω τρία μεγέθη τὰ Α Β Γ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα
τὸ πλῆθος τὰ Δ Ε Ζ σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ
αὐτῷ λόγῳ, ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Δ πρὸς
τὸ Ε, ὡς δὲ τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· δι' ἴσου
δὲ μεῖζον ἔστω τὸ Α τοῦ Γ. λέγω ὅτι καὶ τὸ Δ τοῦ Ζ μεῖζον
ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ η΄
γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ Α τοῦ Γ, ἄλλο δέ τι τὸ Β, τὸ δὲ μεῖζον
πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον, τὸ Α
ἄρα πρὸς τὸ Β μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Β.
ἀλλ' ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε· ὡς δὲ
τὸ Γ πρὸς τὸ Β ἀνάπαλιν, οὕτως τὸ Ζ πρὸς τὸ Ε· καὶ τὸ Δ ἀπὸ πορίσματος ι΄
ἄρα πρὸς τὸ Ε μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Ζ πρὸς τὸ Ε.
τῶν δὲ πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων τὸ μείζονα λόγον
ἔχον ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι· μεῖζον ἄρα τὸ Δ τοῦ Ζ. ὁμοί- ἀπὸ ι΄:
ως δὴ δείξομεν ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ Α τῷ Γ, ἴσον ἔσται
καὶ τὸ Δ τῷ Ζ· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.
ἐὰν ἄρα ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐ-
τοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανό-
μενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου
δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ,
καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται· κἂν
ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία· δι᾽ ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. ἔστω τρία μεγέθη ἀνάλογον τὰ Α Β Γ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ Ε Ζ σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἀναλογία· ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· ὡς δὲ τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε· δι᾽ ἴσου δὲ τὸ Α τοῦ Γ μεῖζον ἔστω· λέγω ὅτι καὶ τὸ Δ τοῦ Ζ μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. ἐπεὶ γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ Α τοῦ Γ, ἄλλο δέ τι τὸ Β, τὸ Α ἄρα πρὸς τὸ Β μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Β. ἀλλ᾽ ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ Β, ἀνάπαλιν οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Δ· καὶ τὸ Ε ἄρα πρὸς τὸ Ζ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Ε πρὸς τὸ Δ. πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν· ἔλαττον ἄρα ἐστὶ τὸ Ζ τοῦ Δ· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ Δ τοῦ Ζ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ Α τῷ Γ, ἴσον ἔσται καὶ τὸ Δ τῷ Ζ· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. ἐὰν ἄρα ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία· δι᾽ ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ. ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι᾽ ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται. ἔστω ὁποσαοῦν μεγέθη τὰ Α Β Γ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ Ε Ζ σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε· ὡς δὲ τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· λέγω ὅτι καὶ δι᾽ ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται· ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ. εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν Α Δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η Θ· τῶν δὲ Β Ε ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ Λ· καὶ ἔτι τῶν Γ Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ Ν· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε· καὶ εἴληπται τῶν μὲν Α Δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η Θ, τῶν δὲ Β Ε ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ Λ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Η πρὸς τὸ Κ, οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Λ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ Κ πρὸς τὸ Μ, οὕτως τὸ Λ πρὸς τὸ Ν. ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶ τὰ Η Κ Μ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι᾽ ἴσου ἄρα, εἰ ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Μ, ὑπερέχει καὶ τὸ Θ τοῦ Ν· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν Η Θ τῶν Α Δ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ Μ Ν τῶν Γ Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ. ἐὰν ἄρα ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι᾽ ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



κγ Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβα-
νόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ
ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται. ἔστω τρί-
α μεγέθη τὰ Α Β Γ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυ-
ο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τὰ Δ Ε Ζ, ἔστω δὲ τετα-
ραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία· ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως
τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· ὡς δὲ τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε.
λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ. εἰλή-
φθω τῶν μὲν Α Β Δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η Θ Κ, τῶν
δὲ Γ Ε Ζ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ Μ Ν.
καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια τὰ Η Θ τῶν Α Β, τὰ δὲ
μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λό-
ἀπὸ τοῦ ιε΄ γον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Η πρὸς τὸ Θ. διὰ
τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, καὶ τὸ Μ πρὸς τὸ Ν. καὶ ἔστιν
ἀπὸ τοῦ ια΄ ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ. καὶ ὡς ἄρα τὸ Η πρὸς τὸ Θ, τὸ
Μ πρὸς τὸ Ν. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Γ, τὸ Δ πρὸς τὸ Ε,
καὶ ἐναλλὰξ τῶν μὲν Β Δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Θ Κ,
τῶν δὲ Γ Ε ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ Μ.
ἀπὸ τοῦ ις΄ ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Θ πρὸς τὸ Λ, οὕτως τὸ Κ πρὸς τὸ Μ. καὶ ἐναλ-
λὰξ ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Δ, τὸ Γ πρὸς τὸ Ε. καὶ ἐπεὶ τὰ Θ Κ τῶν Β Δ
ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια, τὰ δὲ μέρη τοῖς ἰσάκις πολ-
λαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Β πρὸς
τὸ Δ, οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Κ. ἀλλ' ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Δ, τὸ Γ
πρὸς τὸ Ε. καὶ ὡς ἄρα τὸ Θ πρὸς τὸ Κ, τὸ Γ πρὸς τὸ Ε. πά-
λιν ἐπεὶ τὰ Λ Μ τῶν Γ Ε ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια, ἔστιν
ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Ε, οὕτως τὸ Λ πρὸς τὸ Μ. ἀλλ' ὡς τὸ Γ
πρὸς τὸ Ε, οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Κ. καὶ ὡς ἄρα τὸ Θ πρὸς τὸ Κ,
τὸ Λ πρὸς τὸ Μ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ Θ πρὸς τὸ Λ, τὸ Κ πρὸς
τὸ Μ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ Η πρὸς τὸ Θ, τὸ Μ πρὸς τὸ Ν.
ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶν ἀνάλογον τὰ Η Θ Λ, καὶ ἄλλα
ἀπὸ τοῦ κα΄ αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Κ Μ Ν σύνδυο λαμβανόμε-
να ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ ἔστιν αὐτῶν τεταραγμένη ἡ
ἀναλογία, δι' ἴσου ἄρα εἰ ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Λ, ὑπερ-
έχει τὸ Κ τοῦ Ν, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλασσον, ἔλασσον.
καὶ ἔστι τὰ μὲν Η Κ τῶν Α Δ ἰσάκις πολ-
λαπλάσια, τὰ δὲ Λ Ν τῶν Γ Ζ ἰσάκις
πολλαπλάσια. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς
τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ. ἐὰν ἄρα
ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ
πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ
αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν
ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λό-
γῳ ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

κδ Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ
τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύ-
τερον τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ
συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐ-
τὸν ἕξει λόγον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.
πρῶτον γὰρ τὸ ΑΒ πρὸς δεύτερον τὸ Γ τὸν αὐτὸν ἐ-
χέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ ΔΕ πρὸς τέταρτον τὸ Ζ, ἐχέ-
τω δὲ καὶ πέμπτον τὸ ΒΗ πρὸς δεύτερον τὸ Γ τὸν αὐτὸν
λόγον καὶ ἕκτον τὸ ΕΘ πρὸς τέταρτον τὸ Ζ. λέγω ὅτι

καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ ΑΗ πρὸς δεύτερον τὸ
Γ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον· καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ ΔΘ πρὸς
τέταρτον τὸ Ζ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ ΒΗ πρὸς τὸ Γ, οὕτως
τὸ ΕΘ πρὸς τὸ Ζ· ἀνάπαλιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ ΒΗ, οὕ
τως τὸ Ζ πρὸς τὸ ΕΘ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Γ, οὕ
τως τὸ ΔΕ πρὸς τὸ Ζ· ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ ΒΗ, οὕτως τὸ Ζ
δ(ιὰ) τ(οῦ) κβ΄: πρὸς τὸ ΕΘ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΗ, οὕ
τως τὸ ΔΕ πρὸς τὸ ΕΘ. καὶ ἐπεὶ διῃρημένα
μεγέθη ἀνάλογόν ἐστι, καὶ συντεθέντα ἀνά
δ(ιὰ) τ(οῦ) ιη΄: λογον ἔσται· ὡς ἄρα τὸ ΑΗ πρὸς τὸ ΗΒ, οὕ
τως τὸ ΔΘ πρὸς τὸ ΘΕ. ἔστιν δὲ καὶ ὡς τὸ ΒΗ
πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ ΕΘ πρὸς τὸ Ζ· δι' ἴσου
δ(ιὰ) τ(οῦ) κβ΄: ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΑΗ πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ ΔΘ
πρὸς τὸ Ζ. ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον
τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ
δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον καὶ τὰ λοιπά:

ἐπιτομο γενων: κε΄ Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον αὐτῶν καὶ
τὸ ἐλάχιστον, τῶν δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν. ἔστω
τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὰ ΑΒ, ΓΔ, Ε, Ζ, ὡς τὸ ΑΒ
πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· ἔστω δὲ μέγιστον μὲν
αὐτῶν τὸ ΑΒ, ἐλάχιστον δὲ τὸ Ζ· λέγω ὅτι τὰ ΑΒ, Ζ τῶν
ΓΔ, Ε μείζονά ἐστι. κείσθω γὰρ τῷ μὲν Ε ἴσον τὸ ΑΗ,
τῷ δὲ Ζ ἴσον τὸ ΓΘ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ
ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, ἴ
σον δὲ τὸ μὲν Ε τῷ ΑΗ, τὸ δὲ Ζ τῷ ΓΘ,
ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ ΑΗ

πρὸς τὸ ΓΘ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὅλον τὸ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ, οὕ
τως ἀφαιρεθὲν τὸ ΑΗ πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ΓΘ, καὶ λοι δ(ιὰ) τ(οῦ) ιθ΄:
πὸν ἄρα τὸ ΗΒ πρὸς λοιπὸν τὸ ΘΔ ἔσται ὡς ὅλον τὸ ΑΒ
πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ. μεῖζον δὲ τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ· μεῖζον ἄρα καὶ
τὸ ΗΒ τοῦ ΘΔ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ΑΗ τῷ Ε, τὸ δὲ ΓΘ
τῷ Ζ, τὰ ἄρα ΑΗ, Ζ ἴσα ἐστὶ τοῖς ΓΘ, Ε. καὶ ἐπεὶ ἐὰν ἀνί
σοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἄνισά ἐστιν, ἐὰν ἄρα τῶν
ΗΒ, ΘΔ ἀνίσων ὄντων καὶ μείζονος τοῦ ΗΒ, τῷ μὲν ΗΒ
προστεθῇ τὰ ΑΗ, Ζ, τῷ δὲ ΘΔ προστεθῇ τὰ ΓΘ, Ε, συνά
γεται τὰ ΑΒ, Ζ μείζονα τῶν ΓΔ, Ε. ἐὰν ἄρα τέσσαρα με
γέθη ἀνάλογον ᾖ καὶ τὰ λοιπά:–

εὐκλείδου στοιχ(είων) ε΄

[illegible]

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ϚΟΝ :-

Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον. Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἐν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι ὅροι ὦσιν. Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσί τινα. Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλαττον. Ὕψος ἐστὶ παντὸς σχήματος ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη :-

Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις. Ἔστω τρίγωνα μὲν τὰ ΑΒΓ ΑΓΔ, παραλληλόγραμμα δὲ τὰ ΕΓ ΓΖ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα τὴν ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὴν ΒΔ κάθετον ἀγομένην· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΓΔ βάσιν, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον, καὶ τὸ ΕΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον. Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΒΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Θ Λ σημεῖα, καὶ κείσθωσαν τῇ μὲν ΒΓ βάσει ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΒΗ ΗΘ, τῇ δὲ ΓΔ βάσει ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΔΚ ΚΛ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΗ ΑΘ ΑΚ ΑΛ. Καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΓΒ ΒΗ ΗΘ ἀλλήλαις, ἴσα ἐστὶ καὶ τὰ ΑΘΗ ΑΗΒ ΑΒΓ τρίγωνα ἀλλήλοις· ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΓ βάσις τῆς ΒΓ βάσεως, τοσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ ΑΘΓ τρίγωνον

τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁσαπλασίων ἐστὶν ἡ ΛΓ βάσις τῆς ΓΔ βάσεως, τοσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ ΑΛΓ τρίγωνον τοῦ ΑΓΔ τριγώνου· καὶ εἰ ἴση ἐστὶν ἡ ΘΓ βάσις τῇ ΓΛ βάσει, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΘΓ τρίγωνον τῷ ΑΛΓ τριγώνῳ· καὶ εἰ ὑπερέχει ἡ ΘΓ βάσις τῆς ΓΛ βάσεως, ὑπερέχει καὶ τὸ ΑΘΓ τρίγωνον τοῦ ΑΛΓ τριγώνου· καὶ εἰ ἐλάσσων, ἔλασσον. τεσσάρων δὴ ὄντων μεγεθῶν δύο μὲν βάσεων τῶν ΒΓ ΓΔ, δύο δὲ τριγώνων τῶν ΑΒΓ ΑΓΔ, εἴληπται ἰσάκις πολλαπλάσια τῆς μὲν ΒΓ βάσεως καὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, ἥ τε ΘΓ βάσις καὶ τὸ ΑΘΓ τρίγωνον, τῆς δὲ ΓΔ βάσεως καὶ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια, ἥ τε ΛΓ βάσις καὶ τὸ ΑΛΓ τρίγωνον· καὶ δέδεικται ὅτι εἰ ὑπερέχει ἡ ΘΓ βάσις τῆς ΓΛ βάσεως, ὑπερέχει καὶ τὸ ΑΘΓ τρίγωνον τοῦ ΑΛΓ τριγώνου, καὶ εἰ ἴση, ἴσον, καὶ εἰ ἔλασσον, ἔλασσον· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΓΔ βάσιν, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον. καὶ ἐπεὶ τοῦ μὲν ΑΒΓ τριγώνου διπλάσιόν ἐστι τὸ ΕΓ παραλληλόγραμμον, τοῦ δὲ ΑΓΔ τριγώνου διπλάσιόν ἐστι τὸ ΖΓ παραλληλόγραμμον, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΓ παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ

Ε Α Ζ
Θ Η Β Γ Δ Κ Λ

ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὡς μὲν ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως τὸ
ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον· ὡς δὲ τὸ ΑΒΓ
τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΓ πα
ραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΓ παραλληλόγραμμον· καὶ
ἀπὸ ια΄ τε΄: ὡς ἄρα ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΓΔ βάσιν, οὕτως τὸ ΕΓ
παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΓ παραλληλόγραμμον·
τὰ ἄρα τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ὑπὸ
τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

β΄ Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖ
α, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς· καὶ ἐὰν
αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ
τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα παρὰ τὴν λοιπὴν
ἔσται τοῦ τριγώνου πλευράν· τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ
παράλληλος μιᾷ τῶν πλευρῶν τῇ ΒΓ ἤχθω ἡ ΔΕ·
λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς
τὴν ΕΑ· ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΕ, ΓΔ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ
ἀπὸ λζ΄ τα΄: ΒΔΕ τρίγωνον τῷ ΓΔΕ τριγώνῳ· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς
βάσεώς ἐστι τῆς ΔΕ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ταῖς ΔΕ, ΒΓ· ἄλλο δέ τι τὸ ΑΔΕ τρίγωνον· τὰ δὲ ἴσα
ἀπὸ ζ΄ τε΄: πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΒΔΕ
πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΓΔΕ τρί
γωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον· ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΒΔΕ τρί
γωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ· ὑπὸ
γὰρ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα τὴν ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΑΒ κά
ἀπὸ α΄ τς΄: θετον ἀγομένην πρὸς ἄλληλά εἰσιν ὡς αἱ βάσεις· διὰ

τὰ αὐτὰ δὴ ὡς τὸ ΓΔΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ, οὕτως ἡ ΓΕ
πρὸς τὴν ΕΑ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΓΕ ἀπὸ ια΄ τε΄
πρὸς τὴν ΕΑ· ἀλλὰ δὴ αἱ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου πλευραὶ αἱ
ΑΒ, ΑΓ ἀνάλογον τετμήσθωσαν κατὰ τὰ Δ, Ε σημεῖα·
ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΑ· καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ· λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΔΕ τῇ
ΒΓ· τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεί ἐστιν ὡς
ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΑ· ἀλλ' ὡς
μὲν ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως τὸ ΒΔΕ τρίγωνον πρὸς ἀπὸ α΄ τς΄:
τὸ ΑΔΕ τρίγωνον· ὡς δὲ ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΑ, οὕτως τὸ ΓΔΕ
τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΒΔΕ τρί ἀπὸ ια΄ τε΄
γωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ, οὕτως τὸ ΓΔΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ
τρίγωνον· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΒΔΕ, ΓΔΕ τριγώνων ἀπὸ θ΄ τε΄
πρὸς τὸ ΑΔΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΔΕ τρί
γωνον τῷ ΓΔΕ τριγώνῳ· καί εἰσιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς βά
σεως τῆς ΔΕ· τὰ δὲ ἴσα τρίγωνα καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς
βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστί· πα ἀπὸ λθ΄ τα΄:
ράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΒΓ· ἐὰν
ἄρα τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευ
ρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα, ἀνάλογον τεμεῖ
τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς· καὶ ἐὰν αἱ
τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ
ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη
εὐθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώ
νου πλευράν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

Α
Δ Ε
Β Γ

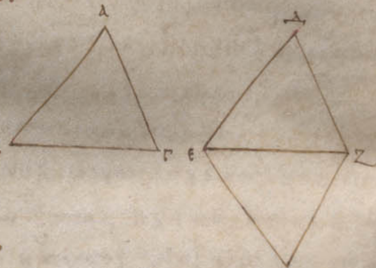
γ΄ Ἐὰν τριγώνου ἡ γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν

γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν· τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς· καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς· ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν· ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ. καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα ὑπὸ τῆς ΑΔ εὐθείας· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ. ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Γ τῇ ΔΑ παράλληλος ἡ ΓΕ· καὶ διαχθεῖσα ἡ ΒΑ συμπιπτέτω αὐτῇ κατὰ τὸ Ε· καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΔ ΕΓ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΑΓ, ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΓΕ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΓΑΔ· ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΓΑΔ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ ὑπόκειται ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΓΕ ἐστὶν ἴση· πάλιν ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΔ ΕΓ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΒΑΕ· ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΔ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς τῇ ὑπὸ ΑΕΓ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΑΕΓ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΑΕ πλευρᾷ τῇ ΑΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΒΓΕ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΕΓ ἦκται ἡ ΑΔ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ· ἴση δὲ ἡ ΑΕ τῇ ΑΓ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ· ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ·

λέγω ὅτι δίχα τέτμηται ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία ὑπὸ τῆς ΑΔ εὐθείας· τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων· ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ· τριγώνου γὰρ τοῦ ΒΓΕ παρὰ μίαν τὴν ΕΓ ἦκται ἡ ΑΔ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ· ἴση ἄρα ἡ ΑΓ τῇ ΑΕ· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΕ ἐστὶν ἴση· ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ ΑΕΓ τῇ ἐκτὸς τῇ ὑπὸ ΒΑΔ ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ἐναλλὰξ τῇ ὑπὸ ΓΑΔ ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΔ εὐθείας· ἐὰν ἄρα τριγώνου ἡ γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα αὐτὴν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν· τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς· καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς· ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα δίχα τεμεῖ τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι· ἔστω ἰσογώνια τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΓΔΕ· ἴσην ἔχοντα τὴν μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔΓΕ· τὴν δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΓΔΕ· καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΓΕΔ· λέγω ὅτι τῶν ΑΒΓ ΔΓΕ τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι· κείσθω γὰρ ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΓ τῇ ΓΕ· καὶ

γωνίαι τῇ ὑπὸ ΗΕΖ ἐστὶν ἴση. καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον τῷ ΗΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστί· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται. ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΔΖΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΖΕ ἡ δὲ ὑπὸ ΕΔΖ τῇ ὑπὸ ΕΗΖ. καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΖΕΔ τῇ ὑπὸ ΗΕΖ ἐστὶν ἴση. ἀλλ᾽ ἡ ὑπὸ ΗΕΖ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση. καὶ ἔτι ἡ πρὸς τῷ Α τῇ πρὸς τῷ Δ. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

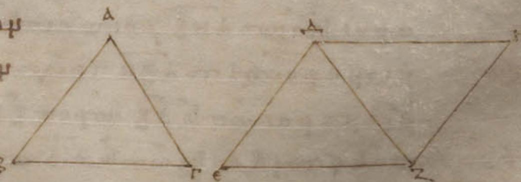


Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ. ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας. ὑφ᾽ ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

ς̅ Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ. περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον. ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας. ὑφ᾽ ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ. μίαν γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ μιᾷ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴσην ἔχοντα. περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ὡς τὴν ΒΑ πρὸς ΑΓ. οὕτως τὴν ΕΔ πρὸς ΖΔ· λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. καὶ ἴσην ἕξει τὴν μὲν

ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔΕΖ. τὴν δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ. συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ ΔΖ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Δ Ζ ὁποτέρᾳ μὲν τῶν ὑπὸ ΒΑΓ ΕΔΖ ἴση ἡ ὑπὸ ΖΔΗ. τῇ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ ἴση ἡ ὑπὸ ΔΖΗ. λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Η ἴση ἐστίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΗΖ τριγώνῳ. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ. οὕτως ἡ ΗΔ πρὸς ΔΖ. ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ. οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ. οὕτως ἡ ΗΔ πρὸς ΔΖ. ἴση ἄρα ἡ ΕΔ τῇ ΔΗ καὶ κοινὴ ἡ ΔΖ. δύο δὴ αἱ ΕΔ ΔΖ δυσὶ ταῖς ΗΔ ΔΖ ἴσαι εἰσίν. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΔΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΔΖ ἐστὶν ἴση. βάσις ἄρα ἡ ΕΖ βάσει τῇ ΗΖ ἐστὶν ἴση. καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον τῷ ΗΔΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστί. καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΔΖΗ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ. ἡ δὲ πρὸς τῷ Η τῇ πρὸς τῷ Ε. ἀλλ᾽ ἡ ὑπὸ ΔΖΗ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση. ὑπόκειται δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Ε ἴση ἐστίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

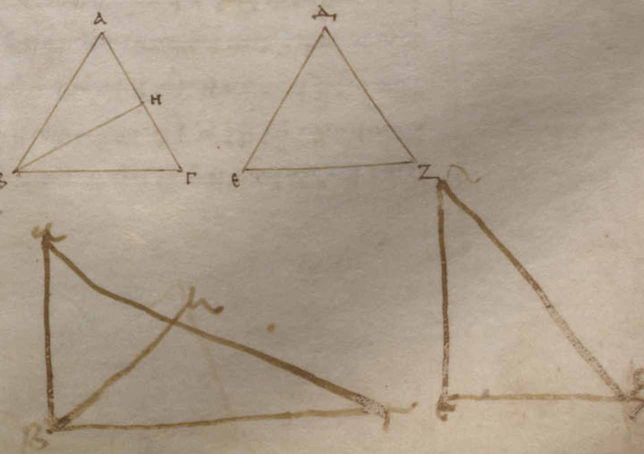
Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ. περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογ



97

γων. ἰσογώνια ἄρα ἐστὶ τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ζ Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί. Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως τὴν ΔΕ πρὸς ΕΖ, τῶν δὲ λοιπῶν τῶν πρὸς τοῖς Γ, Ζ πρότερον ἑκατέραν ἅμα ἐλάσσονα ὀρθῆς· λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, καὶ ἴση ἔσται ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, καὶ λοιπὴ δηλονότι ἡ πρὸς τῷ Γ λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Ζ ἴση. Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΑΒΓ. καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Β τῇ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΑΒΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν Α γωνία τῇ Δ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΒΗ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστιν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΗ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ. ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς ΒΗ. ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ἑκατέραν τῶν ΒΓ, ΒΗ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ. ὥστε καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ Γ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΗΓ ἐστιν ἴση. ἐλάσσων δὲ ὀρθῆς ὑπόκειται ἡ πρὸς τῷ Γ· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ὀρθῆς καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΓ· ὥστε ἡ ἐφεξῆς αὐτῇ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΗΒ μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. καὶ ἐδείχθη ἴση οὖσα τῇ πρὸς τῷ Ζ· καὶ ἡ πρὸς τῷ Ζ ἄρα μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. ὑπόκειται δὲ ἐλάσσων ὀρθῆς· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· ἴση ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ Α ἴση τῇ πρὸς τῷ Δ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Γ λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Ζ ἴση ἐστίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. Ἀλλὰ δὴ πάλιν ὑποκείσθω ἑκατέρα τῶν πρὸς τοῖς Γ, Ζ μὴ ἐλάσσων ὀρθῆς· λέγω πάλιν ὅτι καὶ οὕτως ἐστὶν ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δείξομεν ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ· ὥστε καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ Γ τῇ ὑπὸ ΒΗΓ ἴση. οὐκ ἐλάσσων δὲ ὀρθῆς ἡ πρὸς τῷ Γ· οὐκ ἐλάσσων ἄρα ὀρθῆς οὐδὲ ἡ ὑπὸ ΒΗΓ. τριγώνου δὴ τοῦ ΒΗΓ αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν οὔκ εἰσιν ἐλάσσονες· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα πάλιν ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· ἴση ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ Α τῇ πρὸς τῷ Δ ἴση·



λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Γ λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Ζ ἴση ἐστίν· ἰ-
σογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.
ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴ-
σην ἔχῃ, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλο-
γον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἐλάσσονα ἢ μὴ
ἐλάσσονα ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴ-
σας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευ-
ραί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—

η ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνί-
ας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ
τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις. ἔστω τρί-
γωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ, ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΑΓ
γωνίαν, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὴν ΒΓ κάθετος ἡ ΑΔ·
λέγω ὅτι ὅμοιόν ἐστιν ἑκάτερον τῶν ΑΒΔ ΑΔΓ τριγώ-
νων ὅλῳ τῷ ΑΒΓ καὶ ἔτι ἀλλήλοις. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ
ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΑΔΒ· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· καὶ κοινὴ
τῶν δύο τριγώνων τοῦ τε ΑΒΓ καὶ τοῦ ΑΒΔ ἡ πρὸς τῷ Β·
λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ ἐστὶν ἴση·
ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΒΔ τριγώ-
νῳ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΒ ὑποτείνουσα τὴν ὀρθὴν τοῦ
ΑΒΓ τριγώνου πρὸς τὴν ΒΑ ὑποτείνουσαν τὴν ὀρθὴν
τοῦ ΑΒΔ τριγώνου, οὕτως αὐτὴ ἡ ΑΒ ὑποτείνουσα
τὴν πρὸς τῷ Γ γωνίαν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου πρὸς τὴν ΒΔ
ὑποτείνουσαν τὴν ἴσην τὴν ὑπὸ ΒΑΔ τοῦ ΑΒΔ τρι-
γώνου· καὶ ἔτι ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΑΔ ὑποτείνουσα τὴν πρὸς
τῷ Β γωνίαν κοινὴν τῶν δύο τριγώνων· τὸ ΑΒΓ ἄρα

τρίγωνον τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ ἰσογώνιόν τέ ἐστι καὶ τὰς
περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει· ὅμοιον
ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ· ὁμοίως
δὴ δείξομεν ὅτι καὶ τῷ ΑΔΓ τριγώνῳ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ·
ἑκάτερον ἄρα τῶν ΑΒΔ ΑΔΓ τριγώνων ὅμοιόν ἐστιν
ὅλῳ τῷ ΑΒΓ· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια τὰ
ΑΒΔ ΑΔΓ τρίγωνα. ἐπεὶ γὰρ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΒΔΑ ὀρθῇ
τῇ ὑπὸ ΑΔΓ ἐστὶν ἴση, ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ τῇ πρὸς
τῷ Γ ἐδείχθη ἴση, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β λοιπῇ
τῇ ὑπὸ ΔΑΓ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΔ τρί-
γωνον τῷ ΑΔΓ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΔ τοῦ
ΑΒΔ τριγώνου ὑποτείνουσα τὴν ὑπὸ ΒΑΔ πρὸς τὴν
ΔΑ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου ὑποτείνουσαν τὴν πρὸς τῷ Γ
ἴσην τῇ ὑπὸ ΒΑΔ, οὕτως αὐτὴ ἡ ΑΔ τοῦ ΑΒΔ τριγώ-
νου ὑποτείνουσα τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν πρὸς τὴν ΔΓ
ὑποτείνουσαν τὴν ὑπὸ ΔΑΓ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου ἴσην
τῇ πρὸς τῷ Β· καὶ ἔτι ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ ὑποτείνουσαι
τὰς ὀρθάς· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΑΔΓ
τριγώνῳ· ἐὰν ἄρα ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀ-
πὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ,
τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ
καὶ ἀλλήλοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—

Π ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ἐν ὀρθο-
γωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γω-
νίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, ἡ
ἀχθεῖσα τῶν τῆς βάσεως τμημάτων

[illegible]

μέση ἀνάλογόν ἐστι· καὶ ἔτι τῆς βάσεως καὶ ἑνὸς ὁποιουοῦν
τῶν τμημάτων, ἡ πρὸς τῷ τμήματι πλευρὰ μέση ἀνά-
λογόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

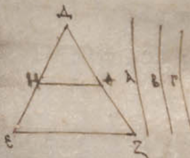
θ' Τῆς δοθείσης εὐθείας τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.
Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ τῆς ΑΒ τὸ προσταχθὲν
μέρος ἀφελεῖν. ἐπιτετάχθω δὴ τὸ τρίτον. καὶ διήχθω
τις ἀπὸ τοῦ Α εὐθεῖα ἡ ΑΓ γωνίαν περιέχουσα μετὰ
τῆς ΑΒ τυχοῦσαν· καὶ εἰλήφθω τυχὸν σημεῖον ἐπὶ τῆς
ΑΓ τὸ Δ, καὶ κείσθωσαν τῇ ΑΔ ἴσαι αἱ ΔΕ, ΕΓ, καὶ ἐπεζεύ-
χθω ἡ ΒΓ, καὶ διὰ τοῦ Δ παράλληλος αὐτῇ ἤχθω ἡ ΔΖ. (ἐκ τοῦ λ' τοῦ α')
ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΑΒΓ παρὰ μίαν
τῶν πλευρῶν τὴν ΒΓ ἦκται ἡ ΖΔ, ἀνά-
λογόν ἐστιν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΑ, (ἐκ τοῦ β' τοῦ ϛ')
οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΑ. διπλῆ δὲ ἡ ΓΔ
τῆς ΔΑ· διπλῆ ἄρα καὶ ἡ ΒΖ τῆς ΖΑ·
τριπλῆ ἄρα ἡ ΒΑ τῆς ΑΖ. τῆς ἄρα δοθείσης εὐθεί-
ας τῆς ΑΒ τὸ ἐπιταχθὲν τρίτον μέρος ἀφῄρηται
τὸ ΑΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ι' Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ
τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν. Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐ-
θεῖα ἄτμητος ἡ ΑΒ, ἡ δὲ τετμημένη ἡ ΑΓ κατὰ τὰ
Δ, Ε σημεῖα, καὶ κείσθωσαν ὥστε γωνίαν τυχοῦσαν πε-
ριέχειν, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΒ, καὶ διὰ τῶν Δ, Ε τῇ ΒΓ πα-
ράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΔΖ, ΕΗ, διὰ δὲ τοῦ Δ τῇ ΑΒ πα- (ἐκ τοῦ λ' τοῦ α')
ράλληλος ἤχθω ἡ ΔΘΚ. παραλληλόγραμμον ἄρα
ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΖΘ, ΘΒ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΔΘ τῇ ΖΗ, (ἐκ τοῦ λ' τοῦ α')
ἡ δὲ ΘΚ τῇ ΗΒ. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΔΚΓ παρὰ μίαν τῶν
πλευρῶν τὴν ΚΓ εὐθεῖα ἦκται ἡ ΘΕ, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν
ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΔ, οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ. ἴση δὲ ἡ μὲν (ἐκ τοῦ β' τοῦ ϛ')
ΚΘ τῇ ΒΗ, ἡ δὲ ΘΔ τῇ ΗΖ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΕ πρὸς
ΕΔ, οὕτως ἡ ΒΗ πρὸς ΗΖ. πάλιν, ἐπεὶ τριγώνου τοῦ
ΑΗΕ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΗΕ ἦκται ἡ ΖΔ, ἀ-
νάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς (ἐκ τοῦ β' τοῦ ϛ')
ΖΑ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΔ, οὕτως ἡ ΒΗ
πρὸς ΗΖ· ἔστιν ἄρα ὡς μὲν ἡ ΓΕ πρὸς
ΕΔ, οὕτως ἡ ΒΗ πρὸς ΗΖ, ὡς δὲ ἡ ΕΔ
πρὸς ΔΑ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΑ. ἡ ἄρα
δοθεῖσα εὐθεῖα ἄτμητος ἡ ΑΒ
τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ τῇ
ΑΓ ὁμοίως τέτμηται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ια' Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.
Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΒΑ, ΑΓ καὶ κείσθωσαν
γωνίαν περιέχουσαι τυχοῦσαν. δεῖ δὴ τῶν ΒΑ, ΑΓ
τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν. ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ
αἱ ΑΒ, ΑΓ ἐπὶ τὰ Δ, Ε σημεῖα, καὶ κείσθω τῇ ΑΓ ἴση ἡ
ΒΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ, καὶ διὰ τοῦ Δ παράλληλος αὐτῇ
ἤχθω ἡ ΔΕ. ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΑΔΕ παρὰ μίαν (ἐκ τοῦ β' τοῦ ϛ')
τῶν πλευρῶν τὴν ΔΕ ἦκται ἡ ΒΓ, ἀνάλογόν ἐστιν
ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΔ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς
ΓΕ. ἴση δὲ ἡ ΒΔ τῇ ΑΓ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ
ΑΒ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ. δύ-
ο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΑΒ, ΑΓ τρί-

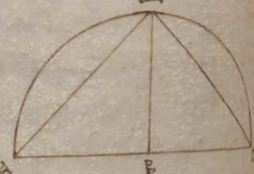
τὴ ἀνάλογον αὐταῖς προσεύρηται ἡ ΓΕ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιβ Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, τετάρτην ἀνάλογον προσευ-
ρεῖν. ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ Α Β Γ· δεῖ δὴ
τῶν Α Β Γ τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν· ἐκκεί-
σθωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΔΕ ΔΖ· γωνίαν περιέχουσαι τυχοῦ-
σαν τὴν ὑπὸ ΕΔΖ· καὶ κείσθω τῇ μὲν Α ἴση ἡ ΔΗ· τῇ
δὲ Β ἴση ἡ ΗΕ· καὶ ἔτι τῇ Γ ἴση ἡ ΔΘ· καὶ ἐπιζευχθεί-
σης τῆς ΗΘ· παράλληλος αὐτῇ ἤχθω διὰ τοῦ Ε ἡ ΕΖ·
ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΔΕΖ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν
τὴν ΕΖ ἦκται ἡ ΗΘ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΗ — διὰ τὸ β̄ τοῦ ς̄
πρὸς ΗΕ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ΘΖ· ἴ-
ση δὲ ἡ μὲν ΔΗ τῇ Α· ἡ δὲ ΗΕ τῇ Β·
ἡ δὲ ΔΘ τῇ Γ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α πρὸς
τὴν Β, οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν ΘΖ· τρι-
ῶν ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν Α Β Γ,



τετάρτη ἀνάλογον προσεύρηται ἡ ΘΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

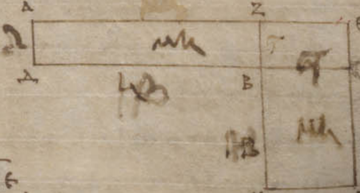
ιγ Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.
ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ ΒΓ· δεῖ δὴ τῶν
ΑΒ ΒΓ μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν· κείσθωσαν ἐπ' εὐ-
θείας· καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς ΑΓ ἡμικύκλιον τὸ ΑΔΓ·
καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β σημείου τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς
ἡ ΒΔ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ ΔΓ· ἐπεὶ ἐν ἡμικυκλίῳ
γωνία ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΔΓ, ὀρθή — διὰ τὸ λα̅ τοῦ γ̄
ἐστιν· καὶ ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τρι-
γώνῳ τῷ ΑΔΓ ἀπὸ τῆς ὀρ-
θῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κα-



[illegible]

θετος ἦκται ἡ ΔΒ· ἡ ΔΒ ἄρα τῶν τῆς βάσεως τμημάτων — διὰ τὸ η̄ τοῦ ς̄
τῶν ΑΒ ΒΓ μέση ἀνάλογόν ἐστιν· δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθει-
ῶν τῶν ΑΒ ΒΓ μέση ἀνάλογον προσεύρηται ἡ ΔΒ· ὅπερ
ἔδει ποιῆσαι:

ιδ Τῶν ἴσων τε καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλλη-
λογράμμων· ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς
ἴσας γωνίας· καὶ ὧν παραλληλογράμμων μίαν γωνίαν
μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἐχόντων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ
αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ἔστω ἴσα
παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒ ΒΓ· ἴσας ἔχοντα τὰς πρὸς
τῷ Β γωνίας· καὶ κείσθωσαν ἐπ' εὐθείας αἱ ΔΒ ΒΕ· ἐπ' εὐ-
θείας ἄρα εἰσὶ καὶ αἱ ΖΒ ΒΗ· λέγω ὅτι τῶν ΑΒ ΒΓ ἀντιπε- — διὰ τὸ ἀδύνατον
πόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· τουτέστιν
ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς ΒΖ· συμ-
πεπληρώσθω γὰρ τὸ ΖΕ παραλληλόγραμμον· ἐπεὶ οὖν
ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒ παραλληλόγραμμον τῷ ΒΓ παραλληλο-
γράμμῳ· ἄλλο δέ τι τὸ ΖΕ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΖΕ· — διὰ τὸ ζ̄ τοῦ ε̄
οὕτως τὸ ΒΓ πρὸς τὸ ΖΕ· ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΖΕ·
οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ· ὡς δὲ τὸ ΒΓ πρὸς ΖΕ· οὕτως ἡ
ΗΒ πρὸς ΒΖ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΗΒ — διὰ τὸ α̅ τοῦ ς̄
πρὸς ΒΖ· τῶν ἄρα ΑΒ ΒΓ παραλληλογράμμων· ἀν- — διὰ τὸ ια̅ τοῦ ε̄
τιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ
περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ἀλλὰ
δὴ ἀντιπεπονθέτωσαν αἱ
πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γω-
νίας· καὶ ἔστω ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ.

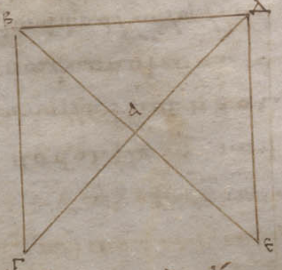


[illegible]

ὡς ἄρα ἡ ΗΒ πρὸς ΒΖ. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΔΒ παραλληλόγραμμον τῷ ΒΓ παραλληλογράμμῳ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς ΒΖ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως τὸ ΔΒ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΕ παραλληλόγραμμον· ὡς δὲ ἡ ΗΒ πρὸς ΒΖ, οὕτως τὸ ΒΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΕ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΔΒ πρὸς τὸ ΖΕ, οὕτως τὸ ΒΓ πρὸς τὸ ΖΕ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΒ παραλληλόγραμμον τῷ ΒΓ παραλληλογράμμῳ. τῶν ἄρα ἴσων τε καὶ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε. Τῶν ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα. ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΑΔΕ μίαν μιᾷ ἴσην ἔχοντα γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΔΑΕ. λέγω ὅτι τῶν ΑΒΓ, ΑΔΕ τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, τουτέστιν ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς ΑΒ. κείσθω γὰρ ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΓΑ τῇ ΑΔ· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΕΑ τῇ ΑΒ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΕ τριγώνῳ, ἄλλο δέ τι τὸ ΒΑΔ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΓΑΒ τρίγωνον

πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΑΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΓΑΒ πρὸς τὸ ΒΑΔ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς ΑΔ· ὡς δὲ τὸ ΕΑΔ πρὸς τὸ ΒΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς ΑΒ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς ΑΒ. τῶν ΑΒΓ ΑΔΕ ἄρα τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ἀλλὰ δὴ ἀντιπεπονθέτωσαν αἱ πλευραὶ τῶν ΑΒΓ ΑΔΕ τριγώνων, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς ΑΒ. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΕ τριγώνῳ. ἐπιζευχθείσης γὰρ πάλιν τῆς ΒΔ, ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς ΑΒ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον· ὡς δὲ ἡ ΕΑ πρὸς ΑΒ, οὕτως τὸ ΕΑΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον· ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΑΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον. ἑκάτερον ἄρα τῶν ΑΒΓ ΕΑΔ πρὸς τὸ ΒΑΔ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΑΔ τριγώνῳ.



τῶν ἄρα ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ις. Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων

περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· καὶ ἂν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται. ἔστωσαν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ ΑΒ ΓΔ Ε Ζ· ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ Ζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΓΔ Ε περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν Α Γ σημείων ταῖς ΑΒ ΓΔ εὐθείαις πρὸς ὀρθὰς αἱ ΑΗ ΓΘ· καὶ κείσθω τῇ μὲν Ζ ἴση ἡ ΑΗ· τῇ δὲ Ε ἴση ἡ ΓΘ· καὶ συμπεπληρώσθω τὰ ΒΗ ΔΘ παραλληλόγραμμα· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ· ἴση δὲ ἡ μὲν Ε τῇ ΓΘ· ἡ δὲ Ζ τῇ ΑΗ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΓΘ πρὸς τὴν ΑΗ· τῶν ΒΗ ΔΘ ἄρα παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ὧν δὲ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΗ παραλληλόγραμμον τῷ ΔΘ παραλληλογράμμῳ· καί ἐστι τὸ μὲν ΒΗ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ Ζ· ἴση γὰρ ἡ ΑΗ τῇ Ζ· τὸ δὲ ΔΘ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ Ε· ἴση γὰρ ἡ Ε τῇ ΓΘ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ Ζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΓΔ Ε περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

διὰ τὸ ιδ´ τοῦ ς´

ἀλλὰ δὴ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ Ζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἔστω τῷ ὑπὸ τῶν ΓΔ Ε περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· λέγω ὅτι αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ· τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ Ζ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΓΔ Ε· καί ἐστι τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΒ Ζ τὸ ΒΗ· ἴση γάρ ἐστιν ἡ ΑΗ τῇ Ζ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΔ Ε τὸ ΔΘ· ἴση γάρ ἐστιν ἡ ΓΘ τῇ Ε· τὸ ἄρα ΒΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ΔΘ· καί ἐστιν ἰσογώνια· τῶν δὲ ἴσων καὶ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΓΘ πρὸς τὴν ΑΗ· ἴση δὲ ἡ μὲν ΓΘ τῇ Ε· ἡ δὲ ΑΗ τῇ Ζ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ· ἐὰν ἄρα τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· καὶ ἂν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

διὰ τὸ ιδ´ τοῦ ς´

ιζ´ Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ· καὶ ἂν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται. ἔστωσαν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ Α Β Γ· ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Γ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν Α Γ περιεχόμενον

[illegible]

ὑπὸ ΒΗΘ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΖΕ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΗΘ ἐστὶν ἴ-
ση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΓΔΕ τῇ ὑπὸ ΑΒΘ ἐστὶν ἴση·
ἔστι δὲ καὶ ἡ μὲν πρὸς τῷ Γ τῇ πρὸς τῷ Α ἴση· ἡ δὲ πρὸς
τῷ Ε τῇ πρὸς τῷ Θ· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΘ τῷ
ΓΕ· καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας αὐτῶν πλευρὰς ἀνά-
λογον ἔχει· ὅμοιον ἄρα
ἐστὶ τὸ ΑΘ εὐθύγραμμον
τῷ ΓΕ εὐθυγράμμῳ· ἀ-
πὸ τῆς δοθείσης ἄρα
εὐθείας τῆς ΑΒ τῷ δο-
θέντι εὐθυγράμμῳ τῷ
ΓΕ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως
κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγέγραπται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

ιθ Τὰ ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ
ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ἔστω ὅμοια τρίγωνα
τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ ἴσην ἔχοντα τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν τῇ
πρὸς τῷ Ε· ὡς δὲ τὴν ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως τὴν ΔΕ
πρὸς ΕΖ· ὥστε ὁμόλογον εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ· λέγω
ὅτι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον διπλα-
σίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ· εἰλήφθω
διὰ τὸ ια τοῦ ς: γὰρ τῶν ΒΓ ΕΖ τρίτη ἀνάλογον ἡ ΒΗ· ὥστε εἶναι ὡς
τὴν ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτω τὴν ΕΖ πρὸς τὴν ΒΗ· καὶ ἐπε-
ζεύχθω ἡ ΑΗ· ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως
ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΔΕ,
οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ· ἀλλ' ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ, οὕτως
ἐστὶν ἡ ΕΖ πρὸς ΒΗ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ΔΕ, οὕτως

ἡ ΕΖ πρὸς ΒΗ· τῶν ΑΒΗ ΔΕΖ ἄρα τριγώνων· ἀντιπεπόν-
θασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ὧν δὲ μίαν
μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ διὰ τὸ ιε τοῦ ς:
αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ἴσον ἄρα
ἐστὶ τὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· καὶ ἐπεί ἐστιν
ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΒΗ· ἐὰν δὲ
τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρί-
την διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν δευτέραν· διὰ τὸν ι ὅρον τοῦ ε:
ἡ ΒΓ ἄρα πρὸς τὴν ΒΗ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ
ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΕΖ· ὡς δὲ ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΗ, οὕτως τὸ
ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΒΗ τρίγωνον· καὶ τὸ ΑΒΓ ἄρα διὰ τὸ α τοῦ ς:
τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΒΗ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ
ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ· ἴσον δὲ τὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ
τριγώνῳ· καὶ τὸ ΑΒΓ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρί-
γωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν
ΕΖ· τὰ ἄρα ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλα-
σίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

πό Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον
ὦσιν· ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ
τῆς πρώτης τρίγωνον
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας
τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀνα-
γραφόμενον· ἐπείπερ ἐ-
δείχθη ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΗ,
οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
πρὸς τὸ ΑΒΗ τρίγωνον· τουτέστι τὸ ΔΕΖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

τὰ ὅμοια πολύγωνα. εἴς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ
εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις· καὶ τὸ πολύ-
γωνον πρὸς τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ
ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν· ἔστω
ὅμοια πολύγωνα τὰ ΑΒΓΔΕ, ΖΗΘΚΛ· ὁμόλογος δὲ
ἔστω ἡ ΑΒ τῇ ΖΗ· λέγω ὅτι τὰ ΑΒΓΔΕ, ΖΗΘΚΛ πολύγω-
να. εἴς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆ-
θος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις· καὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον
πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤ-
περ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ· ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΕ ΕΓ ΗΛ ΛΘ.
διὰ τὸ ἀντιστρ. τοῦ ὅρου — καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον τῷ ΖΗΘΚΛ πο-
λυγώνῳ· ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΖΛ· καὶ
ἔστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΛ· ἐπεὶ οὖν
δύο τρίγωνά ἐστι τὰ ΑΒΕ ΖΗΛ μίαν γωνίαν μιᾷ γω-
νίᾳ ἴσην ἔχοντα· περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευ-
διὰ τὸ ς´ τοῦ ς´: ρὰς ἀνάλογον· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον
διὰ τὸν ὅρ. τῷ ΖΗΛ τριγώνῳ· ὥστε καὶ ὅμοιον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ
ὑπὸ ΑΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΗΛ· ἔστι δὲ καὶ ὅλη ἡ ὑπὸ ΑΒΓ
ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΖΗΘ ἴση. διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυ-
γώνων· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΒΓ γωνία λοιπῇ τῇ ὑ-
πὸ ΛΗΘ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΑΒΕ
ΖΗΛ τριγώνων ἐστὶν ὡς ἡ ΕΒ πρὸς ΒΑ, οὕτως ἡ ΛΗ
πρὸς ΗΖ· ἀλλὰ μὴν καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυ-
γώνων ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΗΘ·
διὰ τὸ κβ´ τοῦ ε´: δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΕΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΛΗ πρὸς
ΗΘ· καὶ περὶ τὰς ἴσας γωνίας τὰς ὑπὸ ΕΒΓ ΛΗΘ αἱ

πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΒΓ τρί- διὰ τὸ ς´ τοῦ ς´
γωνον τῷ ΛΗΘ τριγώνῳ· ὥστε καὶ ὅμοιον τὸ ΕΒΓ τρί- διὰ τὸν ὅρ.
γωνον τῷ ΛΗΘ τριγώνῳ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΕΓΔ
τρίγωνον ὅμοιόν ἐστι τῷ ΛΘΚ τριγώνῳ· τὰ ἄρα
ὅμοια πολύγωνα τὰ ΑΒΓΔΕ, ΖΗΘΚΛ εἴς τε ὅμοια τρί-
γωνα διῄρηται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος· λέγω ὅτι καὶ ὁμό-
λογα τοῖς ὅλοις· τουτέστιν ὥστε ἀνάλογον εἶναι τὰ
τρίγωνα καὶ ἡγούμενα μὲν εἶναι τὰ ΑΒΕ ΕΒΓ ΕΓΔ· ἑπό-
μενα δὲ αὐτῶν τὰ ΖΗΛ ΛΗΘ ΛΘΚ· καὶ ὅτι τὸ ΑΒΓΔΕ
πολύγωνον πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον διπλασίονα
λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλο-
γον πλευράν· τουτέστιν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ· ἐπεζεύχθω-
σαν γὰρ αἱ ΑΓ ΖΘ· καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πο-
λυγώνων ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΗΘ·
καί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΗΘ· ἰ-
σογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΖΗΘ τριγώνῳ· ἴ-
ση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΖΘ· ἡ δὲ διὰ τὸ ς´ τοῦ ς´:
ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΗΘΖ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΜ γω-
νία τῇ ὑπὸ ΗΖΝ· δέδεικται δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΜ τῇ ὑπὸ
ΖΗΝ ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΜΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ
ΖΝΗ ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΜ τρίγωνον
τῷ ΖΗΝ τριγώνῳ· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ τὸ ΒΜΓ
τρίγωνον ἰσογώνιόν ἐστι τῷ ΗΝΘ τριγώνῳ· ἀνά-
λογον ἄρα ἐστὶν ὡς μὲν ἡ ΑΜ πρὸς ΜΒ, οὕτως ἡ ΖΝ διὰ τὸ δ´ τοῦ ς´:
πρὸς ΝΗ· ὡς δὲ ἡ ΒΜ πρὸς ΜΓ, οὕτως ἡ ΗΝ πρὸς ΝΘ· διὰ τὸ κβ´ τοῦ ε´
ὥστε καὶ δι' ἴσου ὡς ἡ ΑΜ πρὸς ΜΓ, οὕτως ἡ ΖΝ πρὸς

[illegible]

[illegible] ὅπερ ἔδει δεῖξαι

κα Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια [illegible]

[illegible] ὅπερ ἔδει δεῖξαι

κβ Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν [illegible]

κείμενα εὐθύγραμμα τὰ ΜΖ ΝΘ. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ΚΑΒ
πρὸς τὸ ΛΓΔ. οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ. εἰλήφθω γὰρ
διὰ τὸ ια΄ τοῦ ς΄: τῶν μὲν ΑΒ ΓΔ. τρίτη ἀνάλογον ἡ Ξ. τῶν δὲ ΕΖ ΗΘ.
τρίτη ἀνάλογον ἡ Ο. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς
τὴν ΓΔ. οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ. ὡς δὲ ἡ ΓΔ πρὸς
τὴν Ξ. οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν Ο. δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ
διὰ τὸ κβ΄ τοῦ ε΄: ΑΒ πρὸς τὴν Ξ. οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν Ο. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΒ
διὰ τὸ πό(ρισμα) τοῦ κ΄: πρὸς τὴν Ξ. οὕτως καὶ τὸ ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ. ὡς δὲ ἡ ΕΖ
διὰ τὸ ια΄ τοῦ ε΄: πρὸς τὴν Ο. οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ. ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς τὸ
ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ. οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ. λέγω ὅτι
διὰ τὸ ιβ΄ τοῦ ς΄: ἐστὶν καὶ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ. οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ.
διὰ τὸ ιη΄ τοῦ ς΄: γεγονέτω γὰρ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ. οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς
τὴν ΠΡ. καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΠΡ ὁποτέρῳ τῶν
ΜΖ ΝΘ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ ΣΡ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν
ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ. οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΠΡ. καὶ ἀνα-
γέγραπται ἀπὸ μὲν τῶν ΑΒ ΓΔ ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κεί-
μενα τὰ ΚΑΒ ΛΓΔ. ἀπὸ δὲ τῶν ΕΖ ΠΡ. ὅμοιά τε καὶ ὁμοί-
διὰ τὸ προαποδειχθέν [illegible]: ως κείμενα τὰ ΜΖ ΣΡ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ.
οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΣΡ.
ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς τὸ
ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ. οὕ-
τως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ.
καὶ ὡς ἄρα τὸ ΜΖ πρὸς
τὸ ΣΡ. οὕτως τὸ ΜΖ
πρὸς τὸ ΝΘ. τὸ ΜΖ ἄ-
ρα πρὸς ἑκάτερον

τῶν ΝΘ ΣΡ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΝΘ τῷ — διὰ τὸ θ΄ τοῦ ε΄
ΣΡ. ἔστι δὲ αὐτῷ καὶ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον. ἴση ἄρα
ἡ ΗΘ τῇ ΠΡ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ. οὕτως
ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΠΡ. ἴση δὲ ἡ ΠΡ τῇ ΗΘ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ
ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ. οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ. ἐὰν ἄρα
τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν. καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύ-
γραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλο-
γον ἔσται. κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ
ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ. καὶ αὐταὶ αἱ εὐ-
θεῖαι ἀνάλογον ἔσονται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:— λῆμμα

Ὅτι δὲ ἐὰν ᾖ εὐθύγραμμα ἴσα ᾖ καὶ ὅμοια, αἱ ὁμόλογοι
αὐτῶν πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. δείξομεν οὕτως.
ἔστω ἴσα καὶ ὅμοια εὐθύγραμμα τὰ ΝΘ ΣΡ. καὶ ἔστω ὡς ἡ
ΘΗ πρὸς τὴν ΗΝ. οὕτως ἡ ΡΠ πρὸς τὴν ΠΣ. λέγω ὅτι
ἴση ἐστὶν ἡ ΡΠ τῇ ΘΗ. εἰ γὰρ ἄνισοί εἰσιν. μία αὐτῶν
μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ΡΠ τῆς ΘΗ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς
ἡ ΡΠ πρὸς ΠΣ. οὕτως ἡ ΘΗ πρὸς ΗΝ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς — διὰ τὸ ις΄ τοῦ ε΄
ἡ ΡΠ πρὸς ΘΗ ἡ ΠΣ πρὸς
ΗΝ. μείζων δὲ ἡ ΡΠ τῆς
ΘΗ. μείζων ἄρα καὶ ἡ ΠΣ
τῆς ΗΝ. ὥστε καὶ τὸ ΡΣ μεί-
ζον ἐστὶ τοῦ ΘΝ. ἀλλὰ καὶ ἴσον.
ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα
ἄνισός ἐστιν ἡ ΠΡ τῇ ΗΘ. ἴση ἄρα. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

κγ΄ Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα. πρὸς ἄλληλα λό-
γον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. ἔστω ἰσογώ-

νια παραλληλόγραμμα τὰ ΑΓ ΓΖ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ
ΒΓΔ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΕΓΘ· λέγω ὅτι τὸ ΑΓ παραλληλόγραμ-
μον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον λόγον ἔχει τὸν συγ-
κείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν τουτέστιν ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΒΓ πρὸς ΓΘ
καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΔΓ πρὸς ΓΕ·
κείσθω γὰρ ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΓΘ· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΔΓ
τῇ ΓΕ· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΔΘ παραλληλόγραμ-
μον· καὶ ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἡ Κ· καὶ γεγονέτω ὡς μὲν ἡ
ΒΓ πρὸς τὴν ΓΘ. οὕτως ἡ Κ πρὸς τὴν Λ· ὡς δὲ ἡ ΔΓ
πρὸς τὴν ΓΕ. οὕτως ἡ Λ πρὸς τὴν Μ· οἱ ἄρα λόγοι τῆς
τε Κ πρὸς τὴν Λ καὶ τῆς Λ πρὸς τὴν Μ οἱ αὐτοί εἰσι τοῖς λό-
γοις τῶν πλευρῶν τῆς τε ΒΓ πρὸς ΓΘ καὶ τῆς ΔΓ πρὸς
ΓΕ· ἀλλ' ὁ τῆς Κ πρὸς τὴν Μ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ
τῆς Κ πρὸς Λ λόγου καὶ τοῦ τῆς Λ πρὸς Μ· ὥστε καὶ ἡ
Κ πρὸς τὴν Μ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευ-
ρῶν· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΘ. οὕτως τὸ ΑΓ
παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΘ· ἀλλ' ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΘ
οὕτως ἡ Κ πρὸς τὴν Λ· καὶ ὡς ἄρα ἡ Κ πρὸς τὴν Λ. οὕ-
τως τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΘ· πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΔΓ πρὸς
τὴν ΓΕ. οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ·
ἀλλ' ὡς ἡ ΔΓ πρὸς ΓΕ. οὕ-
τως ἡ Λ πρὸς τὴν Μ· καὶ ὡς
ἄρα ἡ Λ πρὸς τὴν Μ. οὕ-
τως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμ-
μον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλό-
γραμμον· ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη

α τοῦ ιβ τοῦ ς:

ὡς μὲν ἡ Κ πρὸς τὴν Λ. οὕτως τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον
πρὸς τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον· ὡς δὲ ἡ Λ πρὸς τὴν Μ.
οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλλη-
λόγραμμον· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Κ πρὸς τὴν Μ. οὕ-
τως τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλλη-
λόγραμμον· ἡ δὲ Κ πρὸς τὴν Μ λόγον ἔχει τὸν συγκεί-
μενον ἐκ τῶν πλευρῶν· καὶ τὸ ΑΓ ἄρα πρὸς τὸ ΓΖ λόγον
ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· τὰ ἄρα ἰσογώ-
νια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν
συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

κδ Παντὸς παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον πα-
ραλληλόγραμμα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.
Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ. διάμετρος δὲ αὐ-
τοῦ ἡ ΑΓ· περὶ δὲ τὴν ΑΓ παραλληλόγραμμα ἔστω τὰ
ΕΘ ΘΚ· λέγω ὅτι ἑκάτερον τῶν ΕΘ ΘΚ παραλλη-
λογράμμων ὅμοιόν ἐστιν ὅλῳ τῷ ΑΒΓΔ καὶ ἀλλήλοις.
ἐπεὶ γὰρ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν
τὴν ΒΓ ἦκται ἡ ΕΖ. ἀνάλογόν ἐστιν ὡς ἡ ΒΕ πρὸς τὴν
ΕΑ. οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΑ· πάλιν ἐπεὶ τριγώνου
τοῦ ΑΔΓ παρὰ μίαν τὴν ΓΔ ἦκται ἡ ΖΗ. ἀνάλογόν
ἐστιν ὡς ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΑ. οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΗΑ·
ἀλλ' ὡς ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΑ. οὕτως ἐδείχθη καὶ ἡ ΒΕ πρὸς
τὴν ΕΑ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΑ. οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς
τὴν ΗΑ· καὶ συνθέντι ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΕ. ἡ ΔΑ
πρὸς ΑΗ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ. οὕτως ἡ
ΕΑ πρὸς τὴν ΑΗ· τῶν ΑΒΓΔ ΕΗ παραλληλογράμμων

α τοῦ β τοῦ ς:

α τοῦ ια τοῦ ε:

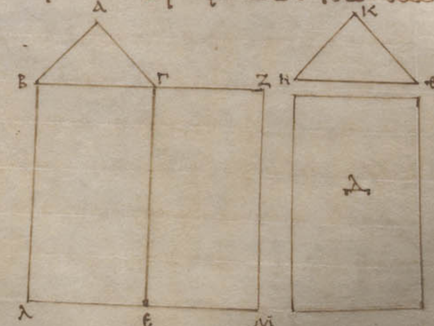
α τοῦ ιη τοῦ ε:

α τοῦ ις τοῦ ε:

διὰ τὸ κθ̄ τοῦ ᾱ ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὴν κοινὴν γωνίαν τὴν
ὑπὸ ΒΑΔ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΗΖ τῇ ΔΓ, ἴση ἐστὶν
ἡ μὲν ὑπὸ ΑΗΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΔΓ. ἡ δὲ ὑπὸ ΗΖΑ τῇ
ὑπὸ ΔΓΑ. καὶ κοινὴ τῶν δύο τριγώνων τῶν ΑΔΓ ΑΖΗ
ἡ ὑπὸ ΔΑΓ. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΓ τρίγωνον τῷ
ΑΗΖ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΑΓΒ τρίγωνον
ἰσογώνιόν ἐστι τῷ ΑΖΕ τριγώνῳ. καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓΔ
παραλληλόγραμμον τῷ ΕΗ παραλληλογράμμῳ ἰσο-
διὰ τὸ δ̄ τοῦ ς̄ γώνιόν ἐστιν. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ.
οὕτως ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΖ. ὡς δὲ ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΑ. οὕ-
τως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΑ. ὡς δὲ ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ. οὕ-
τως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΕ. καὶ ἔτι ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΑ. οὕ-
τως ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΕΑ. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς μὲν ἡ ΔΓ
πρὸς τὴν ΓΑ. οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΑ. ὡς δὲ ἡ ΑΓ
πρὸς τὴν ΓΒ. οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΕ. δι' ἴσου ἄρα
διὰ τὸ κβ̄ τοῦ ε̄ ἐστὶν ὡς ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΒ. οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΕ.
τῶν ἄρα ΑΒΓΔ, ΕΗ παραλληλογράμμων. ἀνάλογόν
εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ὅμοιον ἄ-
διὰ τὸν ὅρον τοῦ ς̄ ρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΗ παραλ-
ληλογράμμῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλλη-
λόγραμμον. καὶ τῷ ΚΘ παραλληλογράμμῳ ὅμοιόν
ἐστιν. ἑκάτερον ἄρα τῶν ΕΗ
ΘΚ παραλληλογράμμων. τῷ
ΑΒΓΔ παραλληλογράμμῳ ὅ-
μοιόν ἐστι. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ εὐ-
διὰ τὸ κᾱ τοῦ ς̄ θυγράμμῳ ὅμοια. καὶ ἀλλήλοις

ἐστὶν ὅμοια. καὶ τὸ ΕΗ ἄρα παραλληλόγραμμον τῷ ΘΚ
παραλληλογράμμῳ ὅμοιόν ἐστι. παντὸς ἄρα παραλ-
ληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλό-
γραμμα. ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~

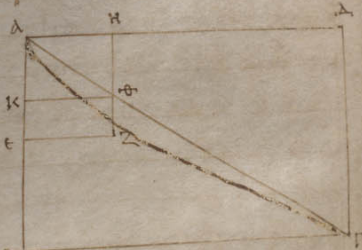
κε̄ Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ. ὅμοιον καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι
ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι. ἔστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμ-
μον ᾧ δεῖ ὅμοιον συστήσασθαι τὸ ΑΒΓ. ᾧ δὲ δεῖ ἴσον
τὸ Δ. δεῖ δὴ τῷ μὲν ΑΒΓ. ὅμοιον. τῷ δὲ Δ. ἴσον τὸ αὐ-
τὸ συστήσασθαι. παραβεβλήσθω γὰρ παρὰ μὲν τὴν διὰ τὸ μδ̄ τοῦ ᾱ
ΒΓ. τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΕ.
παρὰ δὲ τὴν ΓΕ. τῷ Δ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΓΜ διὰ τὸ με̄ τοῦ ᾱ
ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΓΕ. ἥ ἐστιν ἴση τῇ ὑπὸ ΓΒΛ. ἐπ'
εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΒΓ τῇ ΓΖ. ἡ δὲ ΛΕ τῇ ΕΜ. καὶ διὰ τὸ ιδ̄ τοῦ ᾱ
εἰλήφθω τῶν ΒΓ ΓΖ μέση ἀνάλογον ἡ ΗΘ. καὶ ἀναγε- διὰ τὸ ιγ̄ τοῦ ς̄
γράφθω ἀπὸ τῆς ΗΘ τῷ ΑΒΓ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως
κείμενον τὸ ΚΗΘ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΗΘ. διὰ τὸ ιη̄ τοῦ ς̄
οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΓΖ. ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνά-
λογον ὦσιν. ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην. οὕ- διὰ τὸ π̄ τοῦ ιθ̄
τως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευ- τοῦ ς̄
τέρας τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως
ἀναγραφόμενον. ἔστιν ἄ-
ρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΖ.
οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
πρὸς τὸ ΚΗΘ τρίγωνον.
ἀλλ' ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν
ΓΖ. οὕτως τὸ ΒΕ παραλ- διὰ τὸ ᾱ τοῦ ς̄



[illegible]

κς Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ, ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ. ἀπὸ γὰρ παραλληλογράμμου τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον ἀφῃρήσθω τὸ ΑΖ ὅμοιον τῷ ΑΒΓΔ καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ τὴν ὑπὸ ΔΑΒ· λέγω ὅτι περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ τῷ ΑΖ.

[illegible]

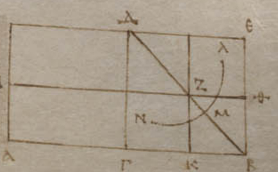


ὅμοιον δέ ἐστι τὸ ΑΒΓΔ τῷ ΚΗ. [illegible]

[illegible]

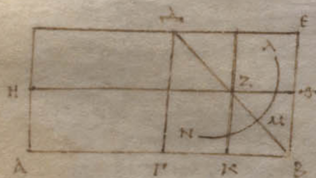
Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ, μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι.

[illegible]

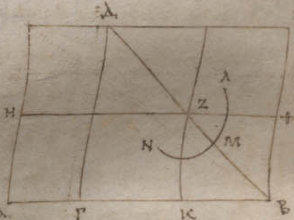


[illegible]

μέγιστόν ἐστι τὸ ΑΔ· παραβεβλήσθω γὰρ παρὰ τὴν ΑΒ
εὐθεῖαν τὸ ΑΖ παραλληλόγραμμον ἐλλεῖπον εἴδει πα-
ραλληλογράμμῳ τῷ ΖΒ ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ
τῷ ΔΒ· λέγω ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΔ τοῦ ΑΖ· ἐπεὶ γὰρ ὅ-
μοιόν ἐστι τὸ ΔΒ παραλληλόγραμμον τῷ ΖΒ παραλ-
ληλογράμμῳ· περὶ ἄρα τὴν αὐτήν εἰσι διάμετρον. ἤ-
χθω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΔΒ καὶ καταγεγράφθω τὸ
σχῆμα. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΖ τῷ ΖΕ, κοινὸν προσκεί-
σθω τὸ ΖΒ· ὅλον ἄρα τὸ ΓΘ ὅλῳ τῷ ΚΕ ἐστὶν ἴσον.
ἀλλὰ τὸ ΓΘ τῷ ΓΗ ἐστὶν ἴσον· ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ ἴση
ἐστίν· καὶ τὸ ΗΓ ἄρα τῷ ΕΚ ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκεί-
σθω τὸ ΓΖ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΖ τῷ ΛΜΝ γνώμονί ἐστιν
ἴσον· ὥστε τὸ ΔΒ παραλληλόγραμμον, τουτέστι τὸ ΑΔ,
τοῦ ΑΖ παραλληλογράμμου μεῖζόν ἐστι· πάντων ἄρα

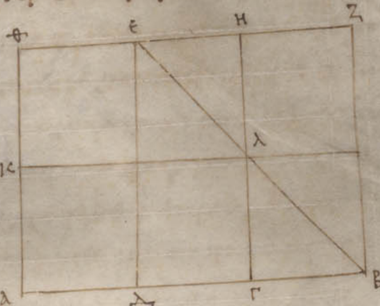


τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν
παραβαλλομένων παραλληλο-
γράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι
παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε
καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ
τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ.



μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβληθέν· ὅ-
περ ἔδει δεῖξαι :~ ἑξῆς ἡ καταγραφή· ἄλλως :~
Ἔστω γὰρ πάλιν ἡ ΑΒ τετμημένη δίχα κατὰ τὸ Γ· καὶ πα-
ραβεβλήσθω τὸ ΑΛ ἐλλεῖπον εἴδει τῷ ΛΒ· καὶ παραβεβλή-
σθω πάλιν παρὰ τὴν ΑΒ τὸ ΑΕ παραλληλόγραμμον
ἐλλεῖπον τῷ ΕΒ ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ

ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῷ ΛΒ· λέγω ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ
τῆς ἡμισείας παραβληθὲν τὸ ΑΛ τοῦ ΑΕ· ἐπεὶ γὰρ ὅ-
μοιόν ἐστι τὸ ΕΒ τῷ ΛΒ, περὶ τὴν αὐτήν εἰσι διάμετρον.
ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΕΒ καὶ
καταγεγράφθω τὸ σχῆμα· καὶ
ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΛΖ τῷ ΛΘ,
ἐπεὶ καὶ ἡ ΖΗ τῇ ΗΘ, μεῖζον
ἄρα τὸ ΛΖ τοῦ ΚΕ· ἴσον δὲ τὸ
ΛΖ τῷ ΔΛ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ
ΔΛ τοῦ ΕΚ· ἴσον δὲ τὸ ΛΖ τῷ



ΔΛ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ΔΛ τοῦ ΕΚ· κοινὸν τὸ ΚΔ· ὅλον
ἄρα τὸ ΑΛ ὅλου τοῦ ΑΕ μεῖζόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~

ΚΗ′ Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ
ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐλλεῖπον εἴ-
δει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι· δεῖ δὲ
τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν
μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομέ-
νου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων τοῦ τε ἀπὸ
τῆς ἡμισείας καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν· ἔστω ἡ μὲν
δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον ᾧ
δεῖ ἴσον παρὰ τὴν ΑΒ παραβαλεῖν τὸ Γ, μὴ μεῖζον
ὂν τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοί-
ων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, ᾧ δὲ δεῖ ὅμοιον ἐλλεί-
πειν τὸ Δ· δεῖ δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ
τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλό-
γραμμον παραβαλεῖν ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλο-

γράμμῳ ὁμοίῳ ὄντι τῷ Δ. τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα κα-
τὰ τὸ Ε σημεῖον, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΕΒ τῷ Δ ὁ-
μοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ ΕΒΖΗ, καὶ συμπεπληρώσθω
τὸ ΑΗ παραλληλόγραμμον. τὸ δὴ ΑΗ, ἤτοι ἴσον ἐστὶ
τῷ Γ ἢ μεῖζον αὐτοῦ, διὰ τὸν διορισμόν. εἰ μὲν οὖν ἴσον ἐστὶ
τὸ ΑΗ τῷ Γ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· παρα-
βέβληται γὰρ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ
τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Γ, ἴσον παραλληλό-
γραμμον τὸ ΑΗ, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ
τῷ ΗΒ ὁμοίῳ ὄντι τῷ Δ. εἰ δὲ οὔ, μεῖζόν ἐστι τὸ ΘΕ
τοῦ Γ. ἴσον δὲ τὸ ΘΕ τῷ ΗΒ. μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ΗΒ τοῦ
Γ. ᾧ δὴ μεῖζόν ἐστι τὸ ΗΒ τοῦ Γ, ταύτῃ τῇ ὑπεροχῇ
ἴσον, τῷ δὲ Δ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ αὐτὸ
συνεστάτω τὸ ΚΛΜΝ. ἀλλὰ τὸ Δ τῷ ΗΒ ἐστιν ὅμοιον·
καὶ τὸ ΚΜ ἄρα τῷ ΗΒ ἐστιν ὅμοιον. ἔστω οὖν ὁμόλογος
ἡ μὲν ΚΛ τῇ ΗΕ, ἡ δὲ ΛΜ τῇ ΗΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ
ΗΒ τοῖς Γ, ΚΜ, μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΒ τοῦ ΚΜ· μεί-
ζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μὲν ΗΕ τῆς ΚΛ, ἡ δὲ ΗΖ τῆς ΛΜ.
κείσθω τῇ μὲν ΚΛ ἴση ἡ ΗΞ, τῇ δὲ ΛΜ ἴση ἡ ΗΟ,
καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΞΗΟΠ παραλληλόγραμμον.
ἴσον ἄρα καὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΗΠ τῷ ΚΜ. ἀλλὰ τὸ ΚΜ
τῷ ΗΒ ὅμοιόν ἐστι· καὶ τὸ ΗΠ ἄρα τῷ ΗΒ ὅμοιόν ἐστι·
περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα διάμετρόν ἐστι τὸ ΗΠ τῷ ΗΒ.
ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΗΠΒ, καὶ καταγεγράφθω τὸ
σχῆμα. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΗ τοῖς Γ, ΚΜ, ὧν τὸ
ΗΠ τῷ ΚΜ ἐστιν ἴσον, λοιπὸς ἄρα ὁ ΥΧΦ γνώμων

λοιπῷ τῷ Γ ἴσος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΟΡ τῷ ΞΣ, κοι-
νὸν προσκείσθω τὸ ΠΒ· ὅλον ἄρα τὸ ΟΒ ὅλῳ τῷ ΞΒ
ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ ΞΒ τῷ ΤΕ ἴσον ἐστίν, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ
ἡ ΑΕ πλευρᾷ τῇ ΕΒ ἐστιν ἴση· καὶ τὸ ΤΕ ἄρα τῷ ΟΒ
ἐστιν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΞΣ· ὅλον ἄρα τὸ ΤΣ
ὅλῳ τῷ ΦΧΥ γνώμονί ἐστιν ἴσον. ἀλλ' ὁ ΦΧΥ γνώ-
μων τῷ Γ ἐδείχθη ἴσος· καὶ τὸ ΤΣ ἄρα τῷ Γ ἐστὶν ἴ-
σον. παρὰ τὴν δο-
θεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν
τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι
εὐθυγράμμῳ τῷ Γ
ἴσον παραλληλόγραμ-
μον παραβέβληται
τὸ ΣΤ ἐλλεῖπον εἴδει
παραλληλογράμμῳ
τῷ ΠΒ, ὁμοίῳ ὄντι
τῷ Δ, ἐπειδήπερ τὸ ΠΒ τῷ ΗΠ ὅμοιόν ἐστιν. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

κθ΄ Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ
ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ὑπερβάλλον
εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι. ἔστω
ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον
ᾧ δεῖ ἴσον παρὰ τὴν ΑΒ παραβαλεῖν τὸ Γ, ᾧ δὲ δεῖ
ὅμοιον ὑπερβάλλειν τὸ Δ. δεῖ δὴ παρὰ τὴν ΑΒ εὐθεῖ-
αν τῷ Γ εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον
παραβαλεῖν ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ
ὁμοίῳ τῷ Δ. τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ ἀνα-

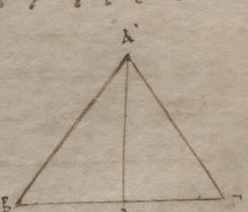
ἄλλως ἡ ἀπόδειξις

[illegible]



λα ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις

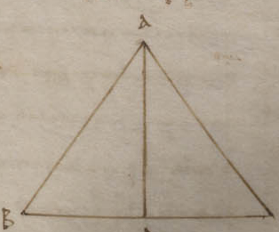
[illegible]



[illegible]

ἄλλως

[illegible]



εἶδος πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ εἴδη, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ τετράγωνα· ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ τετραγώνοις· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἶδος τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ εἴδεσιν ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις·

λβ Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι· αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔσονται. Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΓΕ, τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΒΑ ΑΓ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς ΔΓ ΔΕ ἀνάλογον ἔχοντα. ὡς μὲν τὴν ΑΒ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως τὴν ΔΓ πρὸς τὴν ΔΕ· παράλληλον δὲ τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΓ, τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΕ· λέγω ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΓΕ. Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΑΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΑΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΓΔΕ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἴση ἐστίν· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΓΔΕ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ δύο τρίγωνά ἐστι τὰ ΑΒΓ ΔΓΕ μίαν γωνίαν τὴν πρὸς τῷ Α μιᾷ γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ Δ ἴσην ἔχοντα, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὡς τὴν ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως τὴν ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΓΔΕ τριγώνῳ· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΓΕ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΕ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ ΒΑΓ ἴση ἐστί. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΕ ΑΓΒ ταῖς ὑπὸ ΓΑΒ ΑΓΒ ΓΒΑ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΑΒΓ ΑΓΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΓΕ ΑΓΒ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί. πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΑΓ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Γ δύο εὐθεῖαι αἱ ΒΓ ΓΕ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΓΕ ΑΓΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΓΕ. Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι· αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–



λγ Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς περιφερείαις ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι. ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς ἅτε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι. Ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ ΔΕΖ, καὶ πρὸς μὲν τοῖς κέντροις αὐτῶν τοῖς Η Θ γωνίαι ἔστωσαν αἱ ὑπὸ ΒΗΓ ΕΘΖ, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΕΔΖ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΖ περιφέρειαν, οὕτως ἥ τε ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ, καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὴν

διὰ τὸ κθ΄ τοῦ α΄

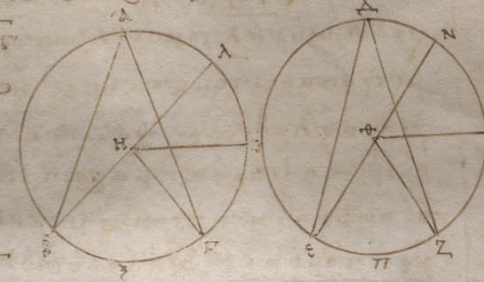
διὰ τὸ ϛ΄ τοῦ ϛ΄

διὰ τὸ ιδ΄ τοῦ α΄



τὸ ΕΔΖ· καὶ ἔτι ὁ ΗΒΓ τομεὺς πρὸς τὸν ΘΕΖ τομέα.
κείσθωσαν γὰρ τῇ μὲν ΒΓ περιφερείᾳ ἴσαι κατὰ
τὸ ἑξῆς ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΓΚ ΚΛ· τῇ δὲ ΕΖ περι-
φερείᾳ ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΖΜ ΜΝ. καὶ ἐπεζεύ-
χθωσαν αἱ ΗΚ ΗΛ ΘΜ ΘΝ. ἐπεὶ οὖν ἴσαι εἰσὶν αἱ ΒΓ
ΓΚ ΚΛ περιφέρειαι ἀλλήλαις. ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΓ
ΓΗΚ ΚΗΛ γωνίαι ἀλλήλαις· ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν
ἡ ΒΛ περιφέρεια τῆς ΒΓ. τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ
ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΗΓ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ
ὁσαπλασίων ἐστὶν ἡ ΝΕ περιφέρεια τῆς ΕΖ. τοσαυ-
ταπλασίων ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΝΘΕ γωνία τῆς ΕΘΖ· εἰ
ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ΒΛ περιφέρεια τῇ ΕΝ περιφερείᾳ.
ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΗΛ τῇ ὑπὸ ΕΘΝ· καὶ εἰ μείζων
ἐστὶν ἡ ΒΛ περιφέρεια τῆς ΕΝ περιφερείας. μεί-
ζων ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΘΝ· καὶ εἰ ἐ-
λάσσων. ἐλάσσων· τεσσάρων δὴ ὄντων μεγεθῶν δύο
μὲν περιφερειῶν τῶν ΒΓ ΕΖ. δύο δὲ γωνιῶν τῶν
ὑπὸ ΒΗΓ ΕΘΖ, εἴληπται τῆς μὲν ΒΓ περιφερείας καὶ
τῆς ὑπὸ ΒΗΓ γωνίας ἰσάκις πολλαπλασίων ἥ τε
ΒΛ περιφέρεια καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία· τῆς δὲ ΕΖ περι-
φερείας καὶ τῆς ὑπὸ ΕΘΖ γωνίας. ἥ τε ΕΝ περιφέ-
ρεια καὶ ἡ ὑπὸ ΕΘΝ γωνία· καὶ δέδεικται ὅτι εἰ ὑπερέ-
χει ἡ ΒΛ περιφέρεια τῆς ΕΝ περιφερείας. ὑπερέ-
χει καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΘΝ· καὶ εἰ ἴση. ἴση·
καὶ εἰ ἐλάσσων. ἐλάσσων· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ περιφέ-
ρεια πρὸς τὴν ΕΖ. οὕτως ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς

τὴν ὑπὸ ΕΘΖ. ἀλλ' ὡς ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ
οὕτως ἡ ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΖ· διπλασίων γάρ ἐστιν
ἑκατέρα ἑκατέρας· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς
τὴν ΕΖ περιφέρειαν. οὕτως ἥ τε ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς



τὴν ὑπὸ ΕΘΖ· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ
πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΖ· ἐν ἄρα
τοῖς ἴσοις κύκλοις. αἱ γω-
νίαι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον
ταῖς περιφερείαις ἐφ' ὧν
βεβήκασιν· ἐάν τε πρὸς
τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς
ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
λέγω ὅτι καὶ ὡς ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΖ περιφέρει-
αν, οὕτως ὁ ΗΒΓ τομεὺς πρὸς τὸν ΘΕΖ τομέα· ἐπε-
ζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΓ ΓΚ. καὶ ληφθέντων ἐπὶ τῶν ΒΓ ΓΚ
περιφερειῶν τῶν Ξ Ο σημείων. ἐπεζεύχθωσαν καὶ αἱ
ΒΞ ΞΓ ΓΟ ΟΚ· καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΒΗ ΗΓ δυσὶ ταῖς ΓΗ ΗΚ ἴ-
σαι εἰσί· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν. καὶ βάσις ἡ ΒΓ
τῇ ΓΚ ἐστὶν ἴση· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ΗΒΓ τρίγωνον τῷ
ΗΓΚ τριγώνῳ· καὶ ἡ ΒΓ περιφέρεια τῇ ΓΚ περι-
φερείᾳ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ περιφέρεια τῇ ΓΚ
περιφερείᾳ, καὶ λοιπὴ ἡ εἰς τὸν ὅλον κύκλον περιφέ-
ρεια ἴση ἐστὶ τῇ λοιπῇ τῇ εἰς τὸν ὅλον κύκλον περιφε-
ρείᾳ· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΞΓ τῇ ὑπὸ ΓΟΚ ἐστὶν
ἴση· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΞΓ τμῆμα τῷ ΓΟΚ τμή-
ματι· καί εἰσιν ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν ΒΓ ΓΚ

[illegible]

Δ Λ Κ Θ Η Γ Β Ξ

Δ Ν Μ Θ Ε Ζ Π

πολλαπλ ς/. ὁ μετρουμεν ὑπο του ον/ πολλαπλ. και
λεγεται και γεν· καθ' ειδ δε. διπλ. τριπλ και εις απειρ :
και γεν επιμορι ς/. ο ὑπο ετερ μετρ μεν απαξ και πε-
ρισσευ τιν. ὁπερ τιν μετρει τ μετρησαντα· οἱ ὁ θ
και ὁ ιβ. μετρει ὁ θ τ ιβ και περισσευει γ. και ὁ γ μετρει
τ θ· καθ' ειδ δε. επιτρι επιτεταρ επιεβδομ και
εις απειρ·
και γεν επιμερης δε. ὁ μετρ μεν ὑπο ετερ απαξ και
περισσευει τι ὁπερ ου μετρει τ μετρησαντα. οἱον
ὁ θ και ὁ ια· καθ' ειδ δε. επιδισμερι η επιτρισμερι·
και ετι καθ' ειδ. επιδισεννατ και επιτρισεννατ :
εαν τρεις αριθμοι αναλογ ωσιν. ἡ πρωτη π τ γ διπλα-
σιονα λογ εχειν λεγεται. ηπερ π τ β. τουτ/ εαν εχη
ἡ α π τ β λογ τριπλασιονα. ἡ α π τ γ λογ εξει δια τ
[illegible] τριπλασιονα. τουτ/ εννεαπλ. τρις γαρ τα
τρια θ· τουτο γαρ/ και το λεγομεν εν τ ορ τ ε βιβλι.

ἁπλοῖ : ἁπλοῖ : ἁπλοῖ

πολλαπλάσιοι : ἐπιμόριος : ἐπιμερής :

διπλάσιοι ὁ πολλαπλα :

πολλαπλασιεπιμόριοι : πολλαπλασιεπιμερεῖς :

ὑποπολλαπλάσιος : ὑποεπιμόριοι : ὑποεπιμερεῖς :

ὑποπολλαπλασιεπιμόριοι : ὑποπολλαπλασιεπιμερεῖς :

τριπλάσιος

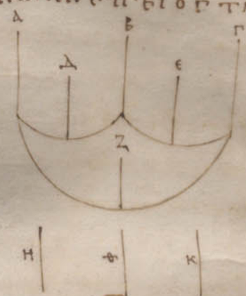
τριπλάσιος

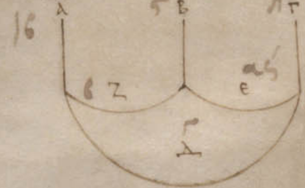
πενταπλάσιεπίτριτος

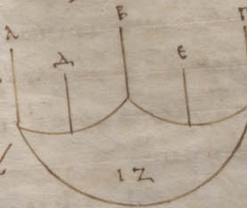
διπλάσιος

διπλάσιος

λέοντος :-







+ λῆμμα β' :-

ΛΗΜΜΑ γ'

[illegible]

ΛΗΜΜΑ δ'

[illegible]

[illegible]

ΠΕΜΠΤΗΜΟΡΙΑ Ζ

ὑπόδειγμα

[illegible]



καὶ πεμπτημόρι(ον) ἐστὶ τὸ πεμπτημόριον τοῦ ἀλλ' ... [illegible]
πεμπτημόρια ... πεμπτημόρι(α) · καὶ ἔστιν οζ · πεμπτημόρια ...
ἑνδεκατημόρια ... πεμπτημόρια ζ · τουτ(έστιν) ...
τῶν ... τ α β :~

μο ε — πεμπτημόρια ζ — μο ζ
μο ε — πεμπτημόρια ια — μο ια
μο ια — ἑνδεκατημόρια ζ — μο ζ

πεμπτημόρια ια
πεμπτημόρια ζ
τουτέστι πεντηκοστόπεμπτημόρια οζ
ἑνδεκατημόρια ζ

ἀλλὰ δὴ ... [illegible] ... α ἐπὶ β ... ὁμοίως ζ ἐπὶ ιγ ·
... ἐξ αὐτῶν ... ὁμ ... οἱ ιθ ἐπὶ ια · ποιοῦσι
... οἱ ιθ ἐπὶ ια · γίνονται ἐπὶ ιζ σ ρπζ ...
... [illegible] ...
... ρπζ ... μονάδ(ας) ιγ · τουτ(έστιν)
... [illegible] ... ιγ ...
... ρπζ σ
σμζ · ... [illegible] :~

μο ιθ · μο ια · μο ιζ · ιθ · ρπζ

αἱ ἐπίπεδοι γωνίαι περιέχονται
ἢ ὑπὸ εὐθειῶν καὶ ... γραμμῶν — ἢ ὑπὸ ἀνομοίων
ἢ ἐν εὐθυγράμμοι — ἢ περιφερογράμμοι — ἢ ὑπὸ περιφερειῶν ἀνομοίων — ἢ ὑπὸ εὐθείας καὶ περιφερείας
ἢ ὀξεῖα · ἢ ὀρθή · ἢ ἀμβλεῖα
αἱ ἀνὰ κυρτ(αί) — αἱ ἀνὰ κοῖλ(αι)
ἢ κυρτῆς ὡς ἡ κερατοειδής — ἢ κοίλης ὡς ἡ τῶν τμημάτ(ων)

τῶν τριπλεύρ(ων)
ἰσόπλευρ(ον) · ἰσοσκελ(ές) · σκαληνόν ·
τῶν τριγώνων
ἀμβλυγώνιον · ὀρθογώνιον · ὀξυγώνιον

τῶν τετραπλεύρ(ων)
παραλληλόγραμμα — τραπέζια
ὀρθογώνια · οὐκ ὀρθογώνια · τὰ ἀπέναντι · οὐ
ἰσόπλευρ(ον) · ἑτερόμηκες ·
ἰσόπλευρ(ον) ῥόμβος · ῥομβοειδές ·
α ἐν εὐθυγράμμοι ·
β ἐκ ἀνὰ κυρτ(ῶν) ·
γ ἐκ ἀνὰ κοίλ(ων)
δ τῶν μηνίσκ(ων)
ε τῶν τμημάτ(ων)
ϛ κερατοειδής

πᾶς ἀριθμός

ἄρτιος — ἐπίαρτιος — περιττός

[illegible]

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΒΙΒΛΙΟΝ Ζ

μονάς ἐστι, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται.
ἀριθμὸς δὲ, τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.
μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζο
νος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα. μέρη δὲ, ὅ
ταν μὴ καταμετρῇ. πολλαπλάσιος δὲ ὁ μείζων
τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάσ
σονος. ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν ὁ δίχα διαιρούμε
νος. περισσὸς δὲ ὁ μὴ διαιρούμενος δίχα, ἢ
ὁ μονάδι διαφέρων ἀρτίου ἀριθμοῦ. ἀρτιάκις
ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ με
τρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν. ὁ ἀρτιάκις δὲ
περισσός ἐστιν. ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος
κατὰ περισσὸν ἀριθμόν. περισσάκις δὲ ἄρτιος ἐστίν.
ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρ
τιον ἀριθμόν. περισσάκις δὲ περισσὸς ἀριθμὸς
ἐστίν. ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρούμενος κα
τὰ περισσὸν ἀριθμόν. πρῶτος ἀριθμός ἐστιν.
ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος. πρῶτοι πρὸς
ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν. οἱ μονάδι μόνῃ μετρού
μενοι κοινῷ μέτρῳ. σύνθετος ἀριθμός ἐστιν, ὁ
ἀριθμῷ τινι μετρούμενος. σύνθετοι δὲ πρὸς
ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν. οἱ ἀριθμῷ τινι μετρούμε
νοι κοινῷ μέτρῳ. ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιά
ζειν λέγεται. ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες,
τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ
γένηταί τις. ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασι

[illegible]

[illegible]

ὅμοιοι ἐπίπεδοι καὶ στερεοὶ ἀριθμοί εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς.

τέλειος ἀριθμός ἐστιν ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν.

ἐὰν δύο ἀριθμῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρῇ τὸν πρὸ ἑαυτοῦ ἕως οὗ λειφθῇ μονάς, οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. δύο γὰρ ἀνίσων ἀριθμῶν τῶν ΑΒ ΓΔ ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρείτω τὸν πρὸ ἑαυτοῦ ἕως οὗ λειφθῇ μονάς· λέγω ὅτι οἱ ΑΒ ΓΔ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, τουτέστιν ὅτι τοὺς ΑΒ ΓΔ μονὰς μόνη μετρεῖ. εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ ΑΒ ΓΔ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρή[illegible]

[illegible]

δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ ΑΒ ΓΔ. δεῖ δὴ τῶν ΑΒ ΓΔ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. εἰ μὲν οὖν ὁ ΓΔ τὸν ΑΒ μετρεῖ, μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν, ὁ ΓΔ ἄρα τῶν ΓΔ ΑΒ κοινὸν μέτρον ἐστί. καὶ φανερὸν ὅτι καὶ μέγιστον· οὐδεὶς γὰρ μείζων τοῦ ΓΔ τὸν ΓΔ μετρήσει. εἰ δὲ οὐ μετρεῖ ὁ ΓΔ τὸν ΑΒ τῶν

αβ γδ. ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος λειφθήσεταί τις ἀριθμὸς ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ. μονὰς μὲν γὰρ οὐ λειφθήσεται· εἰ δὲ μή, ἔσονται οἱ αβ γδ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. λειφθήσεταί τις ἄρα ἀριθμὸς ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ. καὶ ὁ μὲν γδ τὸν βε μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν εα· ὁ δὲ εα τὸν δζ μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ζγ· ὁ δὲ γζ τὸν αε μετρείτω. ἐπεὶ οὖν ὁ γζ τὸν αε μετρεῖ, ὁ δὲ αε τὸν δζ μετρεῖ· καὶ ὁ γζ ἄρα τὸν δζ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν· καὶ ὅλον ἄρα τὸν γδ μετρήσει. ὁ δὲ γδ τὸν βε μετρεῖ· καὶ ὁ γζ ἄρα τὸν βε μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν εα· καὶ ὅλον ἄρα τὸν βα μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν γδ· ὁ γζ ἄρα τοὺς αβ γδ μετρεῖ. ὁ γζ ἄρα τῶν αβ γδ κοινὸν μέτρον ἐστί. λέγω δὴ ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ μή ἐστιν ὁ γζ τῶν αβ γδ μέγιστον κοινὸν μέτρον, μετρήσει τις τοὺς αβ γδ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς μείζων ὢν τοῦ γζ. μετρείτω καὶ ἔστω ὁ η. καὶ ἐπεὶ ὁ η τὸν γδ μετρεῖ, ὁ δὲ γδ τὸν βε μετρεῖ· καὶ ὁ η ἄρα τὸν βε μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν βα· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν αε μετρήσει· ὁ δὲ αε τὸν δζ μετρεῖ· καὶ ὁ η ἄρα τὸν δζ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν δγ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν γζ μετρήσει, ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τοὺς αβ γδ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει μείζων ὢν τοῦ γζ· ὁ γζ ἄρα τῶν αβ γδ μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον. ὅπερ ἔδει

δεῖξαι·

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς μετρῇ, καὶ τὸν μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. ἔστωσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ α β γ· δεῖ δὴ τῶν α β γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. εἰλήφθω γὰρ δύο τῶν α β τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ δ· ὁ δὴ δ τὸν γ ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω πρότερον· μετρεῖ δὲ καὶ τοὺς α β· ὁ δ ἄρα τοὺς α β γ μετρεῖ· ὁ δ ἄρα τῶν α β γ κοινὸν μέτρον ἐστί. λέγω δὴ ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ μή ἐστιν ὁ δ τῶν α β γ μέγιστον κοινὸν μέτρον, μετρήσει τις τοὺς α β γ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς μείζων ὢν τοῦ δ. μετρείτω καὶ ἔστω ὁ ε. ἐπεὶ οὖν ὁ ε τοὺς α β γ μετρεῖ, καὶ τοὺς α β ἄρα μετρήσει· καὶ τὸν τῶν α β ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει. τὸ δὲ τῶν α β μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ δ· ὁ ε ἄρα τὸν δ μετρεῖ, ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τοὺς α β γ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει μείζων ὢν τοῦ δ. ὁ δ ἄρα τῶν α β γ μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον. μὴ μετρείτω δὴ ὁ δ τὸν γ·

ΤΟ ΓΕΚ … ΤΟΥΤΟΥ ΦΑΝΕΡΟΝ ΕΑΝ ΑΡΙΘΜΟΣ ΤΡΕΙΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ ΜΕΤΡΗΙ ΚΑΙ ΤΟ ΜΕΓΙΣΤΟΝ ΑΥΤΩΝ ΚΟΙΝΟΝ ΜΕΤΡΟΝ ΜΕΤΡΗΣΕΙ· ΟΜΟΙΩΣ ΔΕ ΚΑΙ ΠΛΕΙΟΝΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΔΟΘΕΝΤΩΝ ΜΗ ΠΡΩΤΩΝ ΠΡΟΣ ΑΛΛΗΛΟΥΣ ΤΟ ΜΕΓΙΣΤΟΝ ΑΥΤΩΝ ΚΟΙΝΟΝ ΜΕΤΡΟΝ ΕΥΡΙΣΚΕΤΑΙ ΚΑΙ ΤΟ ΠΟΡΙΣΜΑ ΠΡΟΧΩΡΗΣΕΙ

ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ
αὐτὸ μέρος. καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὸ
αὐτὸ μέρος ἔσται ὅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός. ἀριθμὸς γὰρ
ὁ Α ἀριθμοῦ τοῦ ΒΓ μέρος ἔστω. καὶ ἕτερος ὁ Δ ἑτέ-
ρου τοῦ ΕΖ τὸ αὐτὸ μέρος. ὅπερ ὁ Α τοῦ ΒΓ. λέγω
ὅτι καὶ συναμφότερος ὁ ΑΔ, συναμφοτέρου τοῦ ΒΓ
ΕΖ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ὅπερ ὁ Α τοῦ ΒΓ. ἐπεὶ γὰρ ὃ
μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ ΒΓ. τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Δ τοῦ
ΕΖ. ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ ΒΓ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Α, το-
σοῦτοί εἰσιν καὶ ἐν τῷ ΕΖ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Δ. δι-
ῃρήσθω ὁ μὲν ΒΓ. εἰς τοὺς τῷ Α ἴσους τοὺς ΒΗ ΗΓ. ὁ
δὲ ΕΖ. εἰς τοὺς τῷ Δ ἴσους τοὺς ΕΘ ΘΖ. ἔσται δὴ ἴσον
τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ ΗΓ τῷ πλήθει τῶν ΕΘ ΘΖ. καὶ
ἐπεὶ ἴσος ἐστὶν ὁ μὲν ΒΗ τῷ Α. ὁ δὲ ΕΘ τῷ Δ. ὁ ΒΗ
ἄρα τῷ Α ἴσος ἐστίν. καὶ οἱ ΒΗ ΕΘ τοῖς ΑΔ. διὰ τὰ
αὐτὰ δὴ καὶ ὁ ΗΓ τῷ Α ἴσος ἐστίν. καὶ οἱ ΗΓ ΘΖ τοῖς
ΑΔ. ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ ΒΓ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Α.
τοσοῦτοί εἰσιν καὶ ἐν τοῖς ΒΓ ΕΖ ἴσοι τοῖς ΑΔ. ὁσα-
πλασίων ἄρα ἐστὶν ὁ ΒΓ τοῦ Α.
τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ συναμ-
φότερος ὁ ΒΓ ΕΖ συναμφοτέ-
ρου τοῦ ΑΔ. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν
ὁ Α τοῦ ΒΓ. τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ
καὶ συναμφότερος ὁ ΑΔ.
συναμφοτέρου τοῦ ΒΓ ΕΖ.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ς ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ
μέρη ᾖ. καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὰ αὐτὰ
μέρη ἔσται ἅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός. ἀριθμὸς γὰρ ὁ ΑΒ
ἀριθμοῦ τοῦ Γ μέρη ἔστω. καὶ ἕτερος ὁ ΔΕ ἑτέρου τοῦ Ζ
τὰ αὐτὰ μέρη ἅπερ ὁ ΑΒ τοῦ Γ. λέγω ὅτι καὶ συναμ-
φότερος ὁ ΑΒ ΔΕ. συναμφοτέρου τοῦ ΓΖ τὰ αὐτὰ
μέρη ἐστὶν ἅπερ ὁ ΑΒ τοῦ Γ. ἐπεὶ γὰρ ἃ μέρη
ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ Γ. τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ὁ ΔΕ τοῦ Ζ. ὅσα
ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ μέρη τοῦ Γ. τοσαῦτά ἐστι καὶ ἐν τῷ ΔΕ
μέρη τοῦ Ζ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΑΒ. εἰς τὰ τοῦ Γ μέρη
τὰ ΑΗ ΗΒ. ὁ δὲ ΔΕ. εἰς τὰ τοῦ Ζ μέρη τὰ ΔΘ ΘΕ.
ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΑΗ ΗΒ τῷ πλήθει τῶν ΔΘ
ΘΕ. καὶ ἐπεὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ Γ. τὸ
αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΔΘ τοῦ Ζ. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν
ὁ ΑΗ τοῦ Γ. τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφότερος
ὁ ΑΗ ΔΘ συναμφοτέρου τοῦ ΓΖ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
καὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΗΒ τοῦ Γ.
τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμ-
φότερος ὁ ΗΒ ΘΕ συναμ-
φοτέρου τοῦ ΓΖ. ἃ ἄρα
μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ Γ. τὰ
αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ συναμ-
φότερος ὁ ΑΒ ΔΕ συναμ-
φοτέρου τοῦ ΓΖ. ὅπερ ἔ-
δει δεῖξαι:-

ζ ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, ὅπερ ἀφαιρεθεὶς

ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ τὸ αὐτὸ μέρος
ἔσται, ὅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου. ἀριθμὸς γὰρ ὁ ΑΒ ἀριθμοῦ
τοῦ ΓΔ μέρος ἔστω, ὅπερ ἀφαιρεθεὶς ὁ ΑΕ ἀφαι-
ρεθέντος τοῦ ΓΖ· λέγω ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ ΕΒ λοιποῦ
τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ ΑΒ ὅλου τοῦ
ΓΔ. ὃ γὰρ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος
ἔστω καὶ ὁ ΕΒ τοῦ ΓΗ. καὶ ἐπεὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ,
τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΕΒ τοῦ ΗΓ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν
ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΗΖ. ὃ δὲ
μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ὑπόκειται
καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΗΖ,
τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ· ὁ ΑΒ ἄρα ἑκατέ-
ρου τῶν ΗΖ ΓΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν· ἴσος ἄρα ἐστὶν
ὁ ΗΖ τῷ ΓΔ. κοινὸς ἀφῃρήσθω ὁ ΓΖ· λοιπὸς
ἄρα ὁ ΗΓ λοιπῷ τῷ ΖΔ ἐστὶν ἴσος. καὶ ἐπεὶ ὃ μέ-
ρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΕΒ τοῦ
ΗΓ· ἴσος δὲ ὁ ΗΓ τοῦ ΖΔ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ
τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΕΒ
τοῦ ΖΔ· ἀλλὰ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ
τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ
τοῦ ΓΔ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΕΒ
τοῦ ΖΔ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ
τοῦ ΓΔ· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΕΒ λοι-
ποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν,
ὅπερ ὅλος ὁ ΑΒ ὅλου τοῦ ΓΔ· ὅ-
περ ἔδει δεῖξαι.

ηʹ

ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαι-
ρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ ταὐτὰ μέρη ἔσται,
ἅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου. ἀριθμὸς γὰρ ὁ ΑΒ ἀριθμοῦ
τοῦ ΓΔ μέρη ἔστω, ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ὁ ΑΕ ἀφαιρε-
θέντος τοῦ ΓΖ· λέγω ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ ΕΒ λοιποῦ
τοῦ ΖΔ ταὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὅλος ὁ ΑΒ ὅλου
τοῦ ΓΔ. κείσθω γὰρ τῷ ΑΒ ἴσος ὁ ΗΘ· ἃ ἄρα μέ-
ρη ἐστὶν ὁ ΗΘ τοῦ ΓΔ, ταὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ ΑΕ τοῦ
ΓΖ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΗΘ εἰς τὰ τοῦ ΓΔ μέρη τὰ ΗΚ
ΚΘ, ὁ δὲ ΑΕ εἰς τὰ τοῦ ΓΖ μέρη τὰ ΑΛ ΛΕ· ἔσται δὴ
ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΗΚ ΚΘ τῷ πλήθει τῶν ΑΛ ΛΕ.
καὶ ἐπεὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΗΚ τοῦ ΓΔ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ
καὶ ὁ ΑΛ τοῦ ΓΖ, μείζων δὲ ὁ ΓΔ τοῦ ΓΖ, μείζων ἄρα
καὶ ὁ ΗΚ τοῦ ΑΛ. κείσθω τῷ ΑΛ ἴσος ὁ ΗΜ. ὃ ἄρα
μέρος ἐστὶν ὁ ΗΚ τοῦ ΓΔ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ
ὁ ΗΜ τοῦ ΓΖ· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΜΚ λοιποῦ τοῦ ΖΔ
τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ ΗΚ ὅλου τοῦ ΓΔ.
πάλιν ἐπεὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΚΘ τοῦ ΓΔ, τὸ αὐτὸ μέ-
ρος ἐστὶ καὶ ὁ ΕΛ τοῦ ΓΖ, μείζων δὲ ὁ ΓΔ τοῦ ΓΖ, μεί-
ζων ἄρα καὶ ὁ ΚΘ τοῦ ΕΛ. κείσθω τῷ ΕΛ ἴσος ὁ ΚΝ.
ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΚΘ τοῦ ΓΔ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ
καὶ ὁ ΚΝ τοῦ ΓΖ· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΝΘ λοιποῦ τοῦ
ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ ΚΘ ὅλου τοῦ ΓΔ.
ἐδείχθη δὲ καὶ λοιπὸς ὁ ΜΚ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐ-
τὸ μέρος ὤν, ὅπερ ὅλος ὁ ΗΚ ὅλου τοῦ ΓΔ· καὶ
συναμφότερος ἄρα ὁ ΜΚ ΝΘ τοῦ ΔΖ [illegible]

μέρη ἐστίν· ἅπερ ὅλος
ὁ ΘΗ ὅλου τοῦ ΔΓ· ἴσος
δὲ ὁ ΘΗ συναμφοτέ-
ρος μὲν ὁ ΑΕ ΚΘ τῷ
ΕΒ· ὁ δὲ ΘΗ τῷ ΒΔ
ἴσοι· ὅσος ἄρα ὁ ΕΒ
μέρος τοῦ ΖΔ τὰ
αὐτὰ μέρη ἐστὶν
ὅπερ ὅλος ὁ ΑΒ ὅλου
τοῦ ΓΔ· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι :-

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου
τὸ αὐτὸ μέρος· καὶ ἐναλλάξ, ὃ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη ὁ
πρῶτος τοῦ τρίτου, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται ἢ τὰ αὐτὰ
μέρη καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου· ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α
ἀριθμοῦ τοῦ ΒΓ μέρος ἔστω· καὶ ἕτερος ὁ Δ ἑτέρου τοῦ
ΕΖ τὸ αὐτὸ μέρος ὅπερ ὁ Α τοῦ ΒΓ· ἐλάσσων δὲ
ἔστω ὁ Α τοῦ Δ· λέγω ὅτι καὶ ἐναλλάξ ὃ μέρος ἐστὶν
ὁ Α τοῦ Δ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΒΓ τοῦ ΕΖ
ἢ μέρη· ἐπεὶ γὰρ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ ΒΓ, τὸ αὐ-
τὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Δ τοῦ ΕΖ· ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ
ΒΓ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Α, τοσοῦτοι εἰσὶ καὶ ἐν τῷ ΕΖ
ἴσοι τῷ Δ· διῃρήσθω ὁ μὲν ΒΓ εἰς τοὺς τῷ Α ἴσους
τοὺς ΒΗ ΗΓ· ὁ δὲ ΕΖ εἰς τοὺς τῷ Δ ἴσους τοὺς ΕΘ
ΘΖ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ ΗΓ τῷ
πλήθει τῶν ΕΘ ΘΖ· καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ ΒΗ ΗΓ

ἀριθμοὶ ἀλλήλοις· εἰσὶ δὲ καὶ οἱ ΕΘ ΘΖ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλ-
λήλοις, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ ΗΓ τῷ
πλήθει τῶν ΕΘ ΘΖ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΒΗ τοῦ
ΕΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΗΓ τοῦ ΘΖ ἢ τὰ
αὐτὰ μέρη· ὥστε καὶ ὃ μέρος
αὐτὰ μέρη· ἐστὶν ὁ ΒΗ τοῦ ΕΘ ἢ μέρη· τὸ αὐ-
τὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ ΒΓ συναμφοτέ-
ρου τοῦ ΕΖ· ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ἴσος δὲ ὁ μὲν ΒΗ τῷ Α·
ὁ δὲ ΕΘ τῷ Δ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Δ
ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΒΓ τοῦ ΕΖ ἢ
τὰ αὐτὰ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ
αὐτὰ μέρη, καὶ ἐναλλάξ, ἃ μέρη ἐστὶν ὁ πρῶτος
τοῦ τρίτου ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται καὶ ὁ δεύ-
τερος τοῦ τετάρτου ἢ τὸ αὐτὸ μέρος· ἀριθμὸς
γὰρ ὁ ΑΒ ἀριθμοῦ τοῦ Γ μέρη ἔστω· καὶ ἕτερος ὁ ΔΕ
ἑτέρου τοῦ Ζ τὰ αὐτὰ μέρη· ἐλάσσων δὲ ἔστω ὁ
ΑΒ τοῦ ΔΕ· λέγω ὅτι καὶ ἐναλλάξ· ἃ μέρη ἐστὶν ὁ
ΑΒ τοῦ ΔΕ ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ
ἢ τὸ αὐτὸ μέρος· ἐπεὶ γὰρ ἃ μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ Γ.
τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ ΔΕ τοῦ Ζ· ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν
τῷ ΑΒ μέρη τοῦ Γ, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΔΕ μέρη
τοῦ Ζ· διῃρήσθω ὁ μὲν ΑΒ εἰς τὰ τοῦ Γ μέρη τὰ

ΑΗ ΗΒ, ὁ δὲ ΔΕ εἰς τὰ τοῦ Ζ μέρη τὰ ΔΘ ΘΕ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΑΗ ΗΒ τῷ πλήθει τῶν ΔΘ ΘΕ. καὶ ἐπεὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ Γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΔΘ τοῦ Ζ, ἐναλλὰξ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΗΒ τοῦ ΘΕ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ὥστε καὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΗΒ τοῦ ΘΕ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· καὶ ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΔΕ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ἀλλ' ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐδείχθη καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· καὶ ἃ ἄρα μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ ΔΕ ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὸ αὐτὸ μέρος· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΙΑ Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλος πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθεὶς πρὸς ἀφαιρεθέντα, καὶ ὁ λοιπὸς πρὸς τὸν λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλος πρὸς ὅλον. ἔστω ὡς ὅλος ὁ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸν ΓΔ, οὕτως ἀφαιρεθεὶς ὁ ΑΕ πρὸς ἀφαιρεθέντα τὸν ΓΖ· λέγω ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ ΕΒ πρὸς λοιπὸν τὸν ΖΔ ἐστὶν ὡς ὅλος ὁ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸν ΓΔ. ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ ΑΒ πρὸς τὸν ΓΔ, οὕτως ὁ ΑΕ πρὸς τὸν ΓΖ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ἢ μέρη ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ, τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ. καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΕΒ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ. ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ ΕΒ πρὸς τὸν ΖΔ, οὕτως ὁ ΑΒ πρὸς τὸν ΓΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΙΒ Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον, ἔσται ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους. ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ Α Β Γ Δ, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως οἱ ΑΓ πρὸς τοὺς ΒΔ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Β ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Δ ἢ μέρη· καὶ συναμφότερος ἄρα ὁ ΑΓ συναμφοτέρου τοῦ ΒΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, ἅπερ ὁ Α τοῦ Β. ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως οἱ ΑΓ πρὸς τοὺς ΒΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, καὶ ἐναλλὰξ ἀνά-
λογον ἔσονται. ἔστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον
οἱ Α Β Γ Δ· ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ·
λέγω ὅτι καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται· ὡς ὁ Α πρὸς
τὸν Γ, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Δ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ
Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν
Δ. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Β ἢ
μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ
Δ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ἐναλλὰξ ἄρα
ὃ μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Γ ἢ μέρη,
τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Β τοῦ Δ ἢ
τὰ αὐτὰ μέρη· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α
πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν
Δ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ
πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ
δι᾽ ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται. ἔστωσαν ὁπο-
σοιοῦν ἀριθμοὶ οἱ Α Β Γ, καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆ-
θος σύνδυο λαμβανόμενοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ
Δ Ε Ζ· ὡς μὲν ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε·
ὡς δὲ ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· λέγω
ὅτι καὶ δι᾽ ἴσου ἐστίν· ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ
πρὸς τὸν Ζ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως
ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν
Δ, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Ε. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ
Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, ἐναλλὰξ ἄρα

ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Ε, οὕ-
τως ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ. ὡς
δὲ ὁ Β πρὸς τὸν Ε, οὕτως
ὁ Α πρὸς τὸν Δ· καὶ ὡς ἄ-
ρα ὁ Α πρὸς τὸν Δ, οὕτως
ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ· ἐναλλὰξ
ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς
τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς
τὸν Ζ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ἐὰν μονὰς ἀριθμόν τινα μετρῇ, ἰσάκις δὲ ἕτερος
ἀριθμὸς ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἐναλλὰξ ἰσά-
κις ἡ μονὰς τὸν τρίτον μετρήσει καὶ ὁ δεύτερος τὸν
τέταρτον. μονὰς γὰρ ἡ Δ ἀριθμόν τινα τὸν ΒΓ
μετρείτω, ἰσάκις δὲ ἕτερος ἀριθμὸς ὁ Α ἄλλον τινὰ
ἀριθμὸν τὸν ΕΖ μετρείτω· λέγω ὅτι καὶ ἐναλλὰξ ἰ-
σάκις ἡ Δ μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ, καὶ ὁ ΒΓ
τὸν ΕΖ. ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἡ Δ μονὰς τὸν ΒΓ ἀριθμὸν
μετρεῖ, καὶ ὁ Α τὸν ΕΖ, ὅσαι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ ΒΓ μο-
νάδες, τοσοῦτοί εἰσιν καὶ ἐν τῷ ΕΖ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ
Α. διῃρήσθω ὁ μὲν ΒΓ εἰς τὰς ἐν ἑαυτῷ μονά-
δας τὰς ΒΗ ΗΘ ΘΓ, ὁ δὲ ΕΖ εἰς τοὺς τῷ Α ἴσους
τοὺς ΕΚ ΚΛ ΛΖ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ
ΗΘ ΘΓ τῷ πλήθει τῶν ΕΚ ΚΛ ΛΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν
αἱ ΒΗ ΗΘ ΘΓ μονάδες ἀλλήλαις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ ΕΚ ΚΛ
ΛΖ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις, καὶ ἔστιν ἴσον τὸ πλῆθος
τῶν ΒΗ ΗΘ ΘΓ μονάδων τῷ πλήθει τῶν ΕΚ ΚΛ ΛΖ

ἀριθμόν. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΗ μονὰς πρὸς τὸν ΕΚ ἀρι-
θμόν, οὕτως ἡ ΗΘ μονὰς πρὸς τὸν ΚΛ ἀριθμόν, καὶ ἡ
ἀξ ιβ ΘΓ μονὰς πρὸς τὸν ΛΖ. ἔστιν ἄρα ὡς εἷς τῶν ἡγου-
μένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες
οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους·
ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΗ μονὰς πρὸς
τὸν ΕΚ ἀριθμόν, οὕτως ὁ ΒΓ
πρὸς τὸν ΕΖ. ἴση δὲ ἡ ΒΗ μονὰς
τῇ Δ μονάδι, ὁ δὲ ΕΚ ἀριθμὸς
τῷ Α ἀριθμῷ· ἔστιν ἄρα ὡς
ἡ Δ μονὰς πρὸς τὸν Α ἀριθμόν,
οὕτως ὁ ΒΓ πρὸς τὸν ΕΖ· ἰσά-
κις ἄρα ἡ Δ μονὰς τὸν Α ἀ-
ριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ ΒΓ τὸν ΕΖ· ὅ-
περ ἔδει δεῖξαι :~
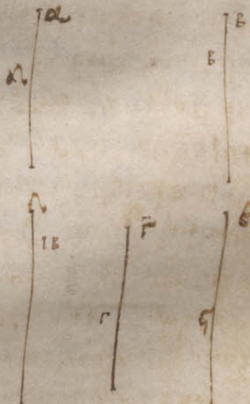
ιϛ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποι-
ῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἴσοι ἀλλήλοις
ἔσονται. ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, καὶ ὁ μὲν Α τὸν
Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω, ὁ δὲ Β τὸν Α
πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· λέγω ὅτι ἴσος
ἐστὶν ὁ Γ τῷ Δ. ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιά-
σας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ Β ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κα-
τὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ Ε μονὰς
τὸν Α ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσά-
κις ἄρα ἡ Ε μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Γ·
ἀξ ιε ἐναλλὰξ ἄρα ἰσάκις ἡ Ε μονὰς τὸν Β ἀριθμὸν μετρεῖ

[...] πολλαπλασιάσας τὸν
καὶ ὁ Α τὸν Γ. πάλιν ἐπεὶ ὁ Β τὸν Α
πεποίηκεν, ὁ Α ἄρα τὸν Δ μετρεῖ
κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας· μετρεῖ δὲ
καὶ ἡ Ε μονὰς τὸν Β κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ
μονάδας· ἰσάκις ἄρα ἡ Ε μονὰς
τὸν Β ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Α τὸν Δ· ἰ-
σάκις δὲ ἡ Ε μονὰς τὸν Β ἀριθμὸν
μετρεῖ καὶ ὁ Α τὸν Γ· ἰσάκις ἄρα ὁ Α
ἑκάτερον τῶν Γ, Δ μετρεῖ· ἴσος ἄρα
ἐστὶν ὁ Γ τῷ Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~

ιζ Ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσας ποι-
ῇ τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἕξου-
σι λόγον τοῖς πολλαπλασιασθεῖσιν. ἀριθμὸς γὰρ
ὁ Α δύο ἀριθμοὺς τοὺς Β, Γ πολλαπλασιάσας τοὺς
Δ, Ε ποιείτω· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως
ὁ Δ πρὸς τὸν Ε. ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιά-
σας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ Β ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κα-
τὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ Ζ μονὰς
τὸν Α ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσά-
κις ἄρα ἡ Ζ μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Δ·
ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Ζ μονὰς πρὸς
τὸν Α ἀριθμόν, οὕτως ὁ Β πρὸς
τὸν Δ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ Ζ
μονὰς πρὸς τὸν Α ἀριθμόν, οὕ-
τως ὁ Γ πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα
ὁ Β πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Γ πρὸς

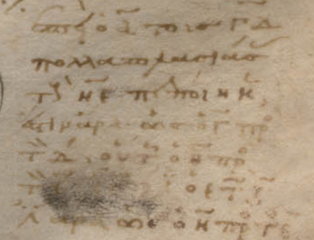
τὸν Ε. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ
Δ πρὸς τὸν Ε. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

ιη Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσαν-
τες ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν
αὐτὸν ἕξουσι λόγον τοῖς πολλαπλασιάσασιν. δύ-
ο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α Β ἀριθμόν τινα τὸν Γ πολλα-
πλασιάσαντες τοὺς Δ Ε ποιείτωσαν. λέγω ὅτι
ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε. ἐπεὶ
γὰρ ὁ Α τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν,
καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίη-
κεν. διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ
τὸν Β πολλαπλασιάσας
τὸν Ε πεποίηκεν. ἀ-
ριθμὸς δὴ ὁ Γ δύο ἀρι-
θμοὺς τοὺς Α Β πολλα-
πλασιάσας τοὺς Δ Ε
πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα
ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕ-
τως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε. ὅ-
περ ἔδει δεῖξαι:~



ιθ Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ πρώτου
καὶ τετάρτου γενόμενος ἀριθμὸς ἴσος ἔσται τῷ ἐκ
δευτέρου καὶ τρίτου γενομένῳ ἀριθμῷ. καὶ ἐὰν ὁ
ἐκ πρώτου καὶ τετάρτου γενόμενος ἀριθμὸς ἴσος
ᾖ τῷ ἐκ δευτέρου καὶ τρίτου, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ
ἀνάλογον ἔσονται. ἔστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνά-

λογον οἱ Α Β Γ Δ· ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ.
καὶ ὁ μὲν Α τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω,
ὁ δὲ Β τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω. λέ-
γω ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Ε τῷ Ζ. ὁ γὰρ Α τὸν Γ πολλα-
πλασιάσας τὸν Η ποιείτω. ἐπεὶ οὖν ὁ Α τὸν Γ πολ-
λαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν, τὸν δὲ Δ πολ-
λαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, ἀριθμὸς δὴ
ὁ Α δύο ἀριθμοὺς τοὺς Γ Δ πολλαπλασιάσας τοὺς
Η Ε πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Η
πρὸς τὸν Ε. ὡς δὲ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α
πρὸς τὸν Β. καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Η
πρὸς τὸν Ε. πάλιν ἐπεὶ ὁ Α τὸν Γ πολλαπλασιά-
σας τὸν Η πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Β τὸν Γ πολ-
λαπλασιάσας τὸν Ζ πεποίηκεν, δύο δὴ ἀρι-
θμοὶ οἱ Α Β ἀριθμόν τινα τὸν Γ πολλαπλασιάσαν-
τες τοὺς Η Ζ πεποιήκασιν. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς
τὸν Β, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ζ. ἀλλὰ μὴν καὶ ὡς ὁ Α πρὸς
τὸν Β, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ε. καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν
Ε, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ζ. ὁ Η ἄρα πρὸς ἑκάτερον
τῶν Ε Ζ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ε τῷ
Ζ. ἔστω δὴ πάλιν ἴσος ὁ Ε τῷ Ζ. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς
ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. τῶν γὰρ αὐ-
τῶν κατασκευασθέντων,
ἐπεὶ ~~ἴσος ἐστὶν ὁ Ε τῷ Ζ~~.
~~ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Η πρὸς~~
οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ζ.



[illegible] ὡς ὁ μὲν [illegible] πρὸς [illegible] οὕτως ὁ [illegible] πρὸς [illegible] πρὸς τὸν Ζ. οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν [illegible] καὶ [illegible] πρὸς τὸν Β. οὕτως ὁ [illegible] πρὸς τὸν Δ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα. ἔστωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α Β οἱ ΓΔ ΕΖ· λέγω ὅτι ἰσάκις ὁ ΓΔ τὸν Α μετρεῖ καὶ ὁ ΕΖ τὸν Β. ὁ ΓΔ γὰρ τοῦ Α οὐκ ἔστιν μέρη. εἰ γὰρ δυνατὸν ἔστω. καὶ ὁ ΕΖ ἄρα τοῦ Β τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶν ἅπερ ὁ ΓΔ τοῦ Α. ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΓΔ μέρη τοῦ Α. τοσαῦτά ἐστιν καὶ ἐν τῷ ΕΖ μέρη τοῦ Β. διῃρήσθω ὁ μὲν ΓΔ εἰς τὰ τοῦ Α μέρη τὰ ΓΗ ΗΔ. ὁ δὲ ΕΖ εἰς τὰ τοῦ Β μέρη τὰ ΕΘ ΘΖ. ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΓΗ ΗΔ τῷ πλήθει τῶν ΕΘ ΘΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ ΓΗ ΗΔ ἀριθμοὶ ἀλλήλοις. εἰσὶ δὲ καὶ οἱ ΕΘ ΘΖ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις. καὶ ἔστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΓΗ ΗΔ τῷ πλήθει τῶν ΕΘ ΘΖ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΓΗ πρὸς τὸν ΕΘ. οὕτως ὁ ΗΔ πρὸς τὸν ΘΖ. ἔσται ἄρα καὶ ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΓΗ πρὸς τὸν ΕΘ. οὕτως ὁ ΓΔ πρὸς τὸν ΕΖ. οἱ ΓΗ ΕΘ ἄρα τοῖς ΓΔ ΕΖ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν ἐλάσσονες ὄντες αὐτῶν. ὅπερ ἀδύνατον. ὑπόκεινται γὰρ οἱ ΓΔ ΕΖ ἐλάχιστοι [illegible]

[illegible] τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. οὐκ ἄρα μέρη ἐστὶν [illegible] τοῦ Α. μέρος ἄρα [illegible] τοῦ Β [illegible] ἐστὶν ὅπερ ὁ ΓΔ τοῦ Α [illegible] καὶ ὁ ΕΖ τὸν Β. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ Ἐὰν ὦσι τρεῖς ἀριθμοὶ [illegible] ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι [illegible] ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία. καὶ δι' ἴσου αὐτοῖς [illegible] ἔστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ Α Β Γ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος οἱ [illegible] σύνδυο λαμβανόμενοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ [illegible] τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία [illegible] ὁ Α πρὸς τὸν Β. οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. ὡς δὲ ὁ Β πρὸς τὸν Γ. οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε. λέγω ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ. οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β. οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α Ζ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν [illegible] ἐστὶν ὡς ὁ Β [illegible] οὕτως ὁ Δ πρὸς [illegible]

κγ Οἱ [illegible] πρὸς [illegible] ἀριθμοὶ ἐλάχιστοί εἰσιν

τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. ἔστωσαν πρῶτοι
πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ οἱ Α Β· λέγω ὅτι οἱ Α Β ἐλάχι-
στοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. εἰ γὰρ
μή εἰσιν οἱ Α Β ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων
αὐτοῖς. ἔσονταί τινες τῶν Α Β ἐλάσσονες ἀριθμοὶ
ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς Α Β. ἔστωσαν οἱ Γ Δ.
ἐπεὶ οὖν οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον
ἐχόντων μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰ-
σάκις. ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν
ἐλάσσονα. τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμε-
νον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον. ἰσάκις ἄρα ὁ Γ
τὸν Α μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν Β. ὁσάκις δὴ ὁ Γ τὸν Α μετρεῖ.
τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ε. καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν
Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ε μονάδας. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν
Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ε μονάδας. καὶ ὁ Ε ἄρα
τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας. διὰ τὰ αὐ-
τὰ δὴ ὁ Ε καὶ τὸν Β μετρεῖ κατὰ
τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας. ὁ Ε ἄ-
ρα τοὺς Α Β μετρεῖ πρώτους ὄν-
τας πρὸς ἀλλήλους. ὅπερ ἐστὶν ἀ-
δύνατον. οὐκ ἄρα ἔσονταί τινες
τῶν Α Β ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν
τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς Α Β.
οἱ Α Β ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν
αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.
κα Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἔστωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ
τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς οἱ Α Β· λέγω ὅτι
οἱ Α Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. εἰ γὰρ μή εἰσιν
οἱ Α Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. μετρήσει τις τοὺς Α Β
ἀριθμός· μετρείτω καὶ ἔστω ὁ Γ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Γ τὸν
Α μετρεῖ. τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Δ. ὅσα-
κις δὲ ὁ Γ τὸν Β μετρεῖ. τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν
τῷ Ε. ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονά-
δας, ὁ Γ ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποί-
ηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν Ε πολλαπλασιάσας
τὸν Β πεποίηκεν. ἀριθμὸς δὴ ὁ Γ δύο ἀριθμοὺς
τοὺς Δ Ε πολλαπλασιάσας τοὺς Α Β πεποίηκεν.
ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β.
οἱ Δ Ε ἄρα τοῖς Α Β ἐν τῷ
αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν ἐλάσσο-
νες ὄντες αὐτῶν. ὅπερ
ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄ-
ρα τοὺς Α Β ἀριθμοὺς
ἀριθμός τις μετρήσει. οἱ
Α Β ἄρα πρῶτοι πρὸς
ἀλλήλους εἰσίν. ὅπερ
ἔδει δεῖξαι:-

κβ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν. ὁ τὸν
ἕνα αὐτῶν μετρῶν ἀριθμός, πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶ-
τος ἔσται. ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλή-

λους οἱ Α Β· τὸν δὲ Α μετρείτω τις ἀριθμὸς ὁ Γ· λέγω ὅ-
τι καὶ οἱ Γ Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· εἰ γὰρ μὴ
εἰσὶν οἱ Γ Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις τοὺς
Γ Β ἀριθμός· μετρείτω καὶ ἔστω ὁ Δ· ἐπεὶ ὁ Δ τὸν Γ με-
τρεῖ, ὁ δὲ Γ τὸν Α μετρεῖ, καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Α μετρεῖ·
μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Β· ὁ Δ ἄρα τοὺς
Α Β μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς
ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον·
οὐκ ἄρα τοὺς Γ Β ἀριθμοὺς
ἀριθμός τις μετρήσει· οἱ Γ Β ἄ-
ρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

κς′ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ὦσιν,
καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν αὐτὸν πρῶτος
ἔσται· δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α Β πρός τινα ἀριθμὸν
τὸν Γ πρῶτοι ἔστωσαν· καὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασι-
άσας τὸν Δ ποιείτω· λέγω ὅτι οἱ Γ Δ πρῶτοι πρὸς
ἀλλήλους εἰσίν· εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ Γ Δ πρῶτοι πρὸς
ἀλλήλους, μετρήσει τις τοὺς Γ Δ ἀριθμός· μετρεί-
τω καὶ ἔστω ὁ Ε· καὶ ἐπεὶ οἱ Γ Α πρῶτοι πρὸς ἀλλή-
λους εἰσίν, τὸν δὲ Γ μετρεῖ τις ἀριθμὸς ὁ Ε, οἱ Α Ε
ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὁσάκις δὴ ὁ Ε
τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ζ·
καὶ ὁ Ζ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ε μονάδας·
ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποί-
ηκεν· ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας
τὸν Δ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Ε Ζ τῷ ἐκ
τῶν Α Β· ἐὰν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ὑ-
πὸ τῶν μέσων, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν·
ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Ζ·
οἱ δὲ Α Ε πρῶτοι· οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι· οἱ δὲ
ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐ-
τοῖς μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις·
ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα·
τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπό-
μενος τὸν ἑπόμενον· ὁ Ε ἄρα τὸν Β μετρεῖ· μετρεῖ
δὲ καὶ τὸν Γ· ὁ Ε ἄρα
τοὺς Γ Β μετρεῖ πρώ-
τους ὄντας πρὸς ἀλ-
λήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀ-
δύνατον· οὐκ ἄρα
τοὺς Γ Δ ἀριθμοὺς
ἀριθμός τις μετρήσει·
οἱ Γ Δ ἄρα πρῶτοι
πρὸς ἀλλήλους εἰσίν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

κζ′ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ
ἐκ τοῦ ἑνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν λοιπὸν
πρῶτος ἔσται· ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς
ἀλλήλους οἱ Α Β· καὶ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας
τὸν Γ ποιείτω· λέγω ὅτι οἱ Β Γ πρῶτοι πρὸς ἀλλή-
λους εἰσίν· κείσθω γὰρ τῷ Α ἴσος ὁ Δ· ἐπεὶ οἱ Α Β

πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἑκάτερος ἄρα τῶν Α, Δ
πρὸς τὸν Β πρῶτός ἐστιν.
καὶ ὁ ἐκ τῶν Α, Δ ἄρα γινό-
μενος πρὸς τὸν Β πρῶ-
τός ἐστι. ὁ δὲ ἐκ τῶν Α, Δ
γενόμενος ἀριθμός
ἐστιν ὁ Γ. οἱ Γ, Β ἄρα πρῶ-
τοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

κη′ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς δύο ἀριθμοὺς ἀμφότεροι
πρὸς ἑκάτερον πρῶτοι ὦσιν, καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν γε-
νόμενοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. δύο γὰρ
ἀριθμοὶ οἱ Α, Β πρὸς δύο ἀριθμοὺς τοὺς Γ, Δ ἀμ-
φότεροι πρὸς ἑκάτερον πρῶτοι ἔστωσαν. καὶ
ὁ μὲν Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω.
ὁ δὲ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω.
λέγω ὅτι οἱ Ε, Ζ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐ-
πεὶ γὰρ ἑκάτερος τῶν Α, Β πρὸς τὸν Γ
πρῶτός ἐστι. καὶ ὁ ἐκ τῶν Α, Β ἄρα γενό-
μενος πρὸς τὸν Γ πρῶτός ἐστιν. ὁ δὲ
ἐκ τῶν Α, Β γενόμενος ἐστὶν ὁ Ε. οἱ Ε, Γ
ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.
πάλιν ἑκάτερος τῶν Γ, Δ πρὸς τὸν Ε
πρῶτός ἐστι. καὶ ὁ ἐκ τῶν Γ, Δ ἄρα γε-
νόμενος πρὸς τὸν Ε πρῶτός ἐστιν. ὁ
δὲ ἐκ τῶν Γ, Δ γενόμενος ἐστὶν ὁ Ζ. οἱ

Ε, Ζ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

κθ′ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν. καὶ
πολλαπλασιάσας ἑκάτερος ἑαυτὸν ποιῇ τινα.
οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
ἔσονται. κἂν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλα-
πλασιάσαντες ποιῶσί τινας. κἀκεῖνοι πρῶ-
τοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους
τοῦτο συμβαίνει. ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι
πρὸς ἀλλήλους οἱ Α, Β. καὶ ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλα-
σιάσας τὸν Γ ποιείτω. τὸν δὲ Γ πολλαπλασιάσας
τὸν Δ ποιείτω. ὁ δὲ Β ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασι-
άσας τὸν Ε ποιείτω. τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν
Ζ ποιείτω. λέγω ὅτι οἵ τε Γ, Ε καὶ οἱ Δ, Ζ πρῶτοι
πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ γὰρ οἱ Α, Β πρῶτοι πρὸς
ἀλλήλους εἰσί. καὶ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας
τὸν Γ πεποίηκεν. οἱ Γ, Β ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλ-
λήλους εἰσίν. ἐπεὶ οὖν οἱ Γ, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλή-
λους εἰσί. καὶ ὁ Β ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε
πεποίηκεν. οἱ Γ, Ε ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
εἰσίν. πάλιν ἐπεὶ οἱ Α, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
εἰσί. καὶ ὁ Β ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πε-
ποίηκεν. οἱ Α, Ε ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
εἰσί. ἐπεὶ οὖν δύο ἀριθμοὶ οἱ Α, Γ πρὸς δύο ἀ-
ριθμοὺς τοὺς Β, Ε ἀμφότεροι πρὸς ἑκάτερον
πρῶτοί εἰσι. καὶ ὁ ἐκ τῶν Α, Γ ἄρα γενόμενος
πρὸς τὸν ἐκ τῶν Β, Ε πρῶτός ἐστι. καί ἐστιν ὁ μὲν

ἑκάτερον τῶν ΑΓ, ὁ Δ· ὁ δὲ ἑκάτερον τῶν ΒΓ,
ὁ Ζ· οἱ ΔΖ ἄρα πρῶτοι πρὸς
ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖ-
ξαι:—

κη' Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς
ἀλλήλους ὦσιν, καὶ συναμφό-
τερος πρὸς ἑκάτερον αὐ-
τῶν πρῶτος ἔσται· καὶ ἐὰν
συναμφότερος πρὸς ἕνα
τινὰ αὐτῶν πρῶτος ᾖ, καὶ
οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσον-
ται. συγκείσθωσαν γὰρ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς
ἀλλήλους οἱ ΑΒ, ΒΓ· λέγω ὅτι καὶ συναμφότερος
ὁ ΑΓ πρὸς ἑκάτερον τῶν ΑΒ, ΒΓ πρῶτός ἐστιν·
εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ ΓΑ, ΑΒ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους,
μετρήσει τις τοὺς ΓΑ, ΑΒ ἀριθμός. μετρείτω καὶ
ἔστω ὁ Δ. ἐπεὶ οὖν ὁ Δ τοὺς ΓΑ, ΑΒ μετρεῖ, καὶ λοιπὸν
ἄρα τὸν ΒΓ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν ΒΑ· ὁ Δ ἄρα
τοὺς ΑΒ, ΒΓ μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τοὺς ΓΑ, ΑΒ ἀριθμοὺς
ἀριθμός τις μετρήσει. οἱ ΓΑ, ΑΒ ἄρα πρῶτοι πρὸς
ἀλλήλους εἰσίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ ΑΓ, ΓΒ πρῶτοι
πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὁ ΓΑ ἄρα πρὸς ἑκάτερον
τῶν ΑΒ, ΒΓ πρῶτός ἐστιν. ἔστωσαν δὴ πάλιν οἱ ΓΑ,
ΑΒ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· λέγω ὅτι καὶ οἱ ΑΒ, ΒΓ
πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ ΑΒ, ΒΓ
πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις τοὺς ΑΒ, ΒΓ ἀριθμός.
μετρείτω καὶ ἔστω ὁ Δ. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ ἑκάτερον τῶν ΑΒ, ΒΓ
μετρεῖ, καὶ ὅλον ἄρα τὸν ΓΑ
μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν ΑΒ·
ὁ Δ ἄρα τοὺς ΓΑ, ΑΒ μετρεῖ
πρώτους ὄντας πρὸς ἀλ-
λήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνα-
τον. οὐκ ἄρα τοὺς ΑΒ, ΒΓ
ἀριθμοὺς ἀριθμός τις με-
τρήσει. οἱ ΑΒ, ΒΓ ἄρα πρῶ-
τοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

κθ' Ἅπας πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς ἅπαντα ἀριθμόν,
ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν. ἔστω πρῶτος ἀριθμὸς
ὁ Α καὶ τὸν Β μὴ μετρείτω· λέγω ὅτι οἱ ΒΑ πρῶτοι
πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ ΒΑ πρῶτοι
πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. με-
τρείτω ὁ Γ. ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Β μετρεῖ, ὁ δὲ Α τὸν Β οὐ με-
τρεῖ, ὁ Γ ἄρα τῷ Α οὐκ ἔστιν ὁ αὐτός. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ
τοὺς ΒΑ μετρεῖ, καὶ τὸν Α
ἄρα μετρεῖ πρῶτον ὄντα,
μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅ-
περ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ
ἄρα τοὺς ΒΑ μετρήσει
τις ἀριθμός. οἱ ΑΒ ἄρα
πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

λβ´

ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶ-
σί τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρῇ τις πρῶ-
τος ἀριθμός, καὶ ἕνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει· δύο γὰρ
ἀριθμοὶ οἱ Α Β πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους
ποιείτωσαν· τὸν δὲ Γ μετρείτω τις πρῶτος ἀριθμὸς
ὁ Δ· λέγω ὅτι ὁ Δ ἕνα τῶν Α Β μετρεῖ· τὸν γὰρ Α μὴ μετρεί-
τω· καί ἐστι πρῶτος ὁ Δ· οἱ Α Δ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλή-
λους εἰσίν· καὶ ὁσάκις ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ, τοσαῦται μο-
νάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ε· ἐπεὶ οὖν ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ κα-
τὰ τὰς ἐν τῷ Ε μονάδας, ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλα-
σιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Α τὸν Β πολ-
λαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν
ὁ ἐκ τῶν Δ Ε τῷ ἐκ τῶν Α Β· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς
τὸν Α, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Ε. οἱ δὲ Δ Α πρῶτοι· οἱ
δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι· οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς
τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις, ὅ τε μείζων τὸν μείζο-
να καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· τουτ-
έστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμε-
νον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· ὁ
Δ ἄρα τὸν Β μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δεί-
ξομεν ὅτι καὶ ἐὰν τὸν Β μὴ μετρῇ,
τὸν Α μετρήσει· ὁ Δ ἄρα ἕνα τῶν
Α Β μετρεῖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ἄλλως τὸ λγ´ τοῦ ζ´

ἔστω σύνθετος ἀριθμὸς ὁ Α· λέγω ὅ-
τι ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ με-
τρεῖται· ἐπεὶ γὰρ σύνθετός ἐστιν ὁ Α,
μετρηθήσεται ὑπὸ ἀριθμοῦ τινός· μετρείσθω καὶ ἔστω ἐλά-
χιστος τῶν μετρούντων αὐτὸν ὁ Β· λέγω ὅτι ὁ Β πρῶ-
τός ἐστιν· εἰ γὰρ μή ἐστιν ὁ Β πρῶ-
τος, μετρηθήσεται ὑπὸ ἀριθμοῦ
τινός· μετρείσθω ὑπὸ τοῦ Γ· ὁ Γ
ἄρα τοῦ Β ἐλάσσων ἐστίν· καὶ ἐπεὶ
ὁ Γ τὸν Β μετρεῖ, ἀλλ' ὁ Β τὸν Α με-
τρεῖ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Α μετρεῖ ἐλάσ-
σων ὢν τοῦ Β· ὅπερ ἄτοπον·
οὐκ ἄρα ὁ Β σύνθετός ἐστι· πρῶτος ἄρα·

λγ´

ἅπας σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀ-
ριθμοῦ μετρεῖται· ἔστω σύνθετος ἀριθμὸς ὁ Α· λέγω
ὅτι ὁ Α ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ἐπεὶ
γὰρ σύνθετός ἐστιν ὁ Α, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμός.
μετρείτω καὶ ἔστω ὁ Β· καὶ εἰ μὲν πρῶτός ἐστιν ὁ Β, δῆ-
λον ἂν εἴη τὸ ζητούμενον· εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις
αὐτὸν ἀριθμός· μετρείτω καὶ ἔστω ὁ Γ· καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Β
μετρεῖ, ὁ δὲ Β τὸν Α μετρεῖ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Α μετρεῖ· καὶ
εἰ μὲν πρῶτός ἐστιν ὁ Γ, δῆλον ἂν εἴη τὸ ζητούμενον·
εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμός· τοιαύ-
της δὴ γινομένης ἐπισκέψεως, ληφθήσεταί τις
πρῶτος ἀριθμὸς ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ὃς
καὶ τὸν Α μετρήσει· εἰ γὰρ οὐ ληφθήσεται, μετρήσουσι
τὸν Α ἀριθμὸν ἄπειροι ἀριθμοί, ὧν ἕτερος ἑτέρου
ἐλάσσων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον ἐν ἀριθμοῖς·
ληφθήσεταί τις ἄρα πρῶτος ἀριθμὸς ὃς μετρή-



σει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ· ὅς, καὶ τὸν Α μετρήσει· ἅπας ἄρα σύνθετος ἀριθμὸς· ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

λβ' Ἅπας ἀριθμὸς, ἤτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ἔστω ἀριθμὸς ὁ Α· λέγω ὅτι ὁ Α ἤτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· εἰ μὲν οὖν πρῶτός ἐστιν ὁ Α, δῆλον ἂν εἴη τὸ ζητούμενον· εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν πρῶτος ἀριθμός· ἅπας ἄρα ἀριθμὸς, ἤτοι πρῶτός ἐστιν· ἢ ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

λγ' Ἀριθμῶν δοθέντων ὁποσωνοῦν, εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· ἔστωσαν οἱ δοθέντες ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ οἱ ΑΒΓ· δεῖ δὴ εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς ΑΒΓ· οἱ ΑΒΓ ἄρα ἤτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἢ οὔ· εἰ μὲν οὖν οἱ ΑΒΓ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· εἰ δὲ οὔ, εἰλήφθω τῶν ΑΒΓ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ Δ· καὶ ὁσάκις ὁ Δ ἕκαστον τῶν ΑΒΓ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν ἑκάστῳ τῶν ΕΖΗ· καὶ ἕκαστος

ἄρα τῶν ΕΖΗ ἕκαστον τῶν ΑΒΓ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· οἱ ΕΖΗ ἄρα τοὺς ΑΒΓ ἰσάκις μετροῦσιν· οἱ ΕΖΗ ἄρα τοῖς ΑΒΓ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστοι· εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ ΕΖΗ ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς ΑΒΓ, ἔσονται τινὲς τῶν ΕΖΗ ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς ΑΒΓ· ἔστωσαν οἱ ΘΚΛ· ἰσάκις ἄρα ὁ Θ τὸν Α μετρεῖ, καὶ ἑκάτερος τῶν ΚΛ ἑκάτερον τῶν ΒΓ· ὁσάκις δὲ ὁ Θ τὸν Α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Μ· καὶ ἑκάτερος ἄρα τῶν ΚΛ ἑκάτερον τῶν ΒΓ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Μ μονάδας· καὶ ἐπεὶ ὁ Θ τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Μ μονάδας· καὶ ὁ Μ ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Θ μονάδας· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁ Μ καὶ ἑκάτερον τῶν ΒΓ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν ἑκατέρῳ τῶν ΚΛ μονάδας· ὁ Μ ἄρα τοὺς ΑΒΓ μετρεῖ· καὶ ἐπεὶ ὁ Θ τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Μ μονάδας· ὁ Θ ἄρα τὸν Μ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Ε τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν ΕΔ τῷ ἐκ τῶν ΘΜ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Μ πρὸς τὸν Δ· μείζων δὲ ὁ Ε τοῦ Θ· μείζων ἄρα καὶ ὁ Μ τοῦ Δ· καὶ μετρεῖ τοὺς ΑΒΓ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· ὑπό

μετρεῖ γὰρ ὁ Δ τοὺς Α Β Γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον· οὐκ ἄ-
ρα ἔσονταί τινες τῶν Ε Ζ Η ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τοῖς
αὐτοῖς λόγοις ὄντες τοῖς Α Β Γ· οἱ Ε Ζ Η ἄρα ἐλάχιστοί εἰ-
σι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α Β Γ· ὅπερ ἔ-
δει δεῖξαι :–

λς Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦ-
σιν ἀριθμόν. ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ Α Β·
δεῖ δὴ εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν. οἱ Α Β
γὰρ ἤτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἢ οὔ. ἔστω-
σαν πρότερον οἱ Α Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. καὶ ὁ
Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· καὶ οἱ
Α Β ἄρα τὸν Γ μετροῦσιν. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστον.
εἰ γὰρ μή, μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν οἱ Α Β ἐλάσσο-
να ὄντα τοῦ Γ. μετρείτωσαν τὸν Δ. καὶ ὁσάκις ὁ
Α τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ε·
ὁσάκις δὲ ὁ Β τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστω-
σαν ἐν τῷ Ζ. ὁ μὲν Α ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας
τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ δὲ Β τὸν Ζ πολλαπλασιά-
σας τὸν Δ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν
Α Ε τῷ ἐκ τῶν Β Ζ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕ-
τως ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε. οἱ δὲ Α Β πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶ-
τοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν
αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις, ὅ τε μείζων τὸν μεί-
ζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· ὁ Β ἄρα τὸν Ε με-
τρεῖ, ὡς ἑπόμενος ἑπόμενον. καὶ ἐπεὶ ὁ Α τοὺς Β Ε
πολλαπλασιάσας τοὺς Γ Δ πεποίηκεν, ἔστιν

ἄρα ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. μετρεῖ δὲ
ὁ Β τὸν Ε· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσο-
να· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ Α Β μετροῦσί λζ
τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ. ὅταν οἱ Α Β
πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν. ὁ Γ ἄρα ἐλάχιστος
ὢν ὑπὸ τῶν Α Β μετρεῖται. μὴ ἔστωσαν δὴ οἱ Α Β
πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι
ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α Β οἱ Ζ Ε·
ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Α Ε τῷ ἐκ τῶν Β Ζ. καὶ ὁ Α
τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω. καὶ ὁ Β ἄρα
τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· οἱ Α Β
ἄρα τὸν Γ μετροῦσιν. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ
γὰρ μή, μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν οἱ Α Β ἐλάσσο-
να ὄντα τοῦ Γ. μετρείτωσαν τὸν Δ. καὶ ὁσάκις μὲν
ὁ Α τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Η·
ὁσάκις δὲ ὁ Β τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστω-
σαν ἐν τῷ Θ. ὁ μὲν Α ἄρα τὸν Η πολλαπλασιάσας
τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ δὲ Β τὸν Θ πολλαπλασιάσας
τὸν Δ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Α Η τῷ
ἐκ τῶν Β Θ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Θ
πρὸς τὸν Η. ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ζ πρὸς
τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Θ πρὸς
τὸν Η. οἱ δὲ Ζ Ε ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι
τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις, ὅ τε μείζων
τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· ὁ Ε ἄρα
τὸν Η μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Α τοὺς Η Ε πολλαπλασιάσας

τοὺς ΓΔ πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα
ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Γ
πρὸς τὸν Δ. ὁ δὲ Ε τὸν Η μετρεῖ·
καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ, ὁ μεί-
ζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν
ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ ΑΒ με-
τρήσουσίν τινα ἀριθμὸν ἐ-
λάσσονα ὄντα τοῦ Γ· ὁ Γ ἄρα
ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν ΑΒ με-
τρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα μετρῶσιν, καὶ ὁ ἐλά-
χιστος ὑπ' αὐτῶν μετρούμενος τὸν αὐτὸν μετρήσει. Δύ-
ο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ ΑΒ ἀριθμόν τινα τὸν ΓΔ μετρείτωσαν·
ἐλάχιστον δὲ τὸν Ε· λέγω ὅτι καὶ ὁ Ε τὸν ΓΔ μετρεῖ. εἰ
γὰρ οὐ μετρεῖ ὁ Ε τὸν Γ, ὁ Ε τὸν ΔΖ μετρῶν λειπέτω ἑ-
αυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ΓΖ. καὶ ἐπεὶ οἱ ΑΒ τὸν Ε μετροῦσιν,
ὁ δὲ Ε τὸν ΔΖ μετρεῖ, καὶ οἱ
ΑΒ ἄρα τὸν ΔΖ μετρήσουσι·
μετροῦσιν δὲ καὶ ὅλον τὸν ΓΔ· καὶ
λοιπὸν ἄρα τὸν ΓΖ μετρή-
σουσιν ἐλάσσονα ὄντα
τοῦ Ε· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνα-
τον. οὐκ ἄρα οὐ μετρεῖ
ὁ Ε τὸν ΓΔ· μετρεῖ ἄρα· ὅ-
περ ἔδει δεῖξαι :~

[illegible] ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν
[illegible] ἀριθμοὶ οἱ ΑΒΓ
[illegible] μετροῦσιν ἀριθμόν· εἰλή-
[illegible] ἐλάχιστος μετρούμενος
[illegible] μετρεῖ· μετρεῖ-
[illegible] τὸν Δ· οἱ ΑΒΓ [illegible]
[illegible] μετροῦσιν· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστον· εἰ γὰρ μή,
[μετρή]σουσί τινα ἀριθμὸν οἱ ΑΒΓ ἐλάσσονα ὄντα
τοῦ [Δ. μετρεί]τωσαν τὸν Ε· ἐπεὶ οἱ ΑΒΓ τὸν Ε μετροῦ-
σιν, καὶ οἱ ΑΒ ἄρα τὸν Ε μετροῦσιν· καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα
ὑπὸ τῶν ΑΒ μετρούμενος τὸν Ε μετρήσει· ἐλάχιστος
δὲ ὑπὸ τῶν ΑΒ μετρούμενός ἐστιν ὁ Δ· ὁ Δ ἄρα τὸν Ε
μετρήσει, ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον·
οὐκ ἄρα οἱ ΑΒΓ μετρήσουσίν τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα
ὄντα τοῦ Δ· οἱ ΑΒΓ ἄρα ἐλάχιστον τὸν Δ μετροῦσιν·
μὴ μετρείτω δὴ πάλιν ὁ Γ τὸν Δ· καὶ εἰλήφθω ὑπὸ
[τῶν ΓΔ] ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ Ε. ἐπεὶ
οἱ ΑΒ τὸν Δ μετροῦσιν, ὁ δὲ Δ τὸν Ε μετρεῖ, καὶ οἱ ΑΒ ἄ-
ρα τὸν Ε μετροῦσιν· μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Γ τὸν Ε· καὶ οἱ ΑΒΓ
ἄρα τὸν Ε μετροῦσιν· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστον· εἰ γὰρ
μή, μετρήσουσίν τινα οἱ ΑΒΓ ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Ε·
μετρείτωσαν τὸν Ζ. ἐπεὶ οἱ ΑΒΓ τὸν Ζ μετροῦσιν, καὶ
οἱ ΑΒ ἄρα τὸν Ζ μετροῦσιν· καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ
τῶν ΑΒ μετρούμενος τὸν Ζ μετρήσει· ἐλάχιστος [δὲ]
ὑπὸ τῶν ΑΒ μετρούμενός ἐστιν ὁ Δ· ὁ Δ [ἄρα τὸν Ζ]
μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Γ τὸν Ζ [illegible]

σιν· ὥστε καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν Δ Γ μετρούμενος τὸν Ζ μετρήσει· ὁ δὲ ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν Δ Γ μετρούμενός ἐστιν ὁ Ε· ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα οἱ Α Β Γ μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Ε· ὁ Ε ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν Α Β Γ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

Ἐὰν ἀριθμὸς ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, ὁ μετρούμενος ὁμώνυμον μέρος ἕξει τῷ μετροῦντι· ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α ὑπό τινος ἀριθμοῦ τοῦ Β μετρείσθω· λέγω ὅτι ὁ Α ὁμώνυμον μέρος ἔχει τῷ Β· ὁσάκις γὰρ ὁ Β τὸν Α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Γ· ἐπεὶ ὁ Β τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας, μετρεῖ δὲ καὶ ἡ Δ μονὰς τὸν Γ ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκις ἄρα ἡ Δ μονὰς τὸν Γ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Α· ἐναλλὰξ ἄρα ἰσάκις ἡ Δ μονὰς τὸν Β ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Γ τὸν Α· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ἡ Δ μονὰς τοῦ Β ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Α· ἡ δὲ Δ μονὰς τοῦ Β ἀριθμοῦ μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον αὐτῷ· καὶ ὁ Γ ἄρα τοῦ Α μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον τῷ Β· ὥστε ὁ Α μέρος ἔχει τὸν Γ ὁμώνυμον ὄντα τῷ Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

Ἐὰν ἀριθμὸς μέρος ἔχῃ ὁτιοῦν, ὑπὸ ὁμωνύμου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται τῷ μέρει· ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α μέρος ἐχέτω ὁτιοῦν τὸν Β· καὶ τῷ Β μέρει ὁμώνυμος ἔστω ἀριθμὸς ὁ Γ· λέγω ὅτι ὁ Γ τὸν Α μετρεῖ· ἐπεὶ γὰρ ὁ Β τοῦ Α μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον τῷ Γ· ἔστι δὲ καὶ ἡ Δ μονὰς τοῦ Γ μέρος ὁμώνυμον αὐτῷ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ἡ Δ μονὰς τοῦ Γ ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Β τοῦ Α· ἰσάκις ἄρα ἡ Δ μονὰς τὸν Γ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Α· ἐναλλὰξ ἄρα ἰσάκις ἡ Δ μονὰς τὸν Β ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Γ τὸν Α· ὁ Γ ἄρα τὸν Α μετρεῖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

Ἀριθμὸν εὑρεῖν ὅς, ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ δοθέντα μέρη· ἔστω τὰ δοθέντα μέρη τὰ Α Β Γ· δεῖ δὴ ἀριθμὸν εὑρεῖν ὅς, ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ Α Β Γ μέρη· ἔστωσαν τοῖς Α Β Γ μέρεσιν ὁμώνυμοι ἀριθμοὶ οἱ Δ Ε Ζ· καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν Δ Ε Ζ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ Η· ἐπεὶ ὁ Η ὑπὸ τῶν Δ Ε Ζ μετρεῖται· ὁ Η ὁμώνυμα μέρη ἕξει τοῖς Δ Ε Ζ· τοῖς δὲ Δ Ε Ζ ὁμώνυμα μέρη ἐστὶ τὰ Α Β Γ· ὁ Η ἄρα ἕξει τὰ Α Β Γ μέρη· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστος ὤν· εἰ γὰρ μή ὁ Η ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ Α Β Γ μέρη· ἔσται τις τοῦ Η ἐλάσσων ἀριθμὸς ὅς, ἕξει τὰ Α Β Γ μέρη· ἔστω ὁ Θ· ἐπεὶ ὁ Θ ἕξει τὰ Α Β Γ

μέρη. ὁ Θ ἄρα ὑπὸ ὁμωνύμων μορίων ἀριθμῶν μετρεῖται τοῖς Α Β Γ μέρεσιν. τοῖς δὲ Α Β Γ μέρεσιν ὁμώνυμοι ἀριθμοί εἰσιν οἱ Δ Ε Ζ. ὁ Θ ἄρα ὑπὸ τῶν Δ Ε Ζ μετρεῖται καί ἐστιν ἐλάσσων τοῦ Η· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσται τις τοῦ Η ἐλάσσων ἀριθμός, ὃς ἕξει τὰ Α Β Γ μέρη. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

\+ ευκλειδου, στοιχειων ζ :-

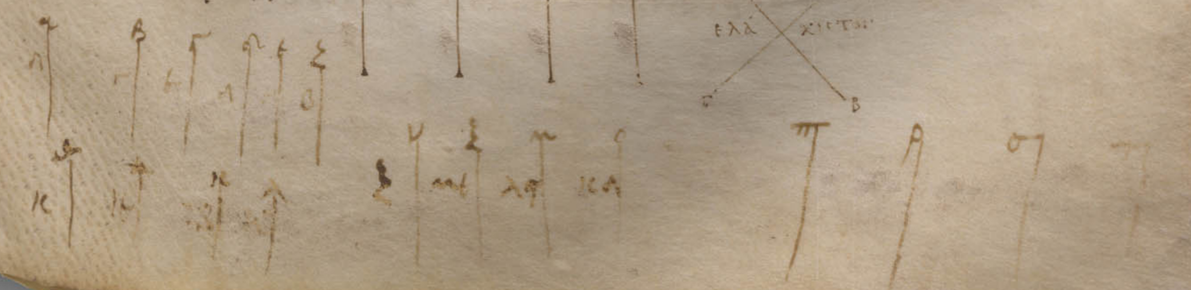
α. Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α Β Γ Δ. οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν οἱ Α Δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστωσαν· λέγω ὅτι οἱ Α Β Γ Δ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. εἰ γὰρ μή, ἔστωσαν ἐλάττονες τῶν Α Β Γ Δ οἱ Ε Ζ Η Θ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες αὐτοῖς. καὶ ἐπεὶ οἱ Α Β Γ Δ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ τοῖς Ε Ζ Η Θ, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν Α Β Γ Δ τῷ πλήθει τῶν Ε Ζ Η Θ, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Δ, ὁ Ε πρὸς τὸν Θ. οἱ δὲ Α Δ πρῶτοι. οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι. οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις, ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα. μετρεῖ ἄρα ὁ Α τὸν Ε, ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ Ε Ζ Η Θ ἐλάσσονες ὄντες τῶν Α Β Γ Δ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν αὐτοῖς. οἱ Α Β Γ Δ ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

β. Ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους ὅσους ἂν ἐπιτάξῃ τις, ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ. ἔστω ὁ δοθεὶς

[illegible]

ἐλάχιστοι ὅμοιοι τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ
ἔτι τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ λόγοις· ἔστωσαν οἱ ...
καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β οὕτως ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ·
οἱ δὲ Α Β ἐλάχιστοι· οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν
αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μεί-
ζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· τουτέστιν ὅ τε ἡ-
γούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπό-
μενον· ὁ Β ἄρα τὸν Ξ μετρεῖ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν
Ξ μετρεῖ· οἱ Γ Β ἄρα τὸν Ξ μετροῦσιν· καὶ ὁ ἐλάχιστος
ἄρα ὑπὸ τῶν Β Γ μετρούμενος τὸν Ξ μετρήσει· ἐλά-
χιστος δὲ ὑπὸ τῶν Β Γ ~~μετρεῖται~~ τὸν Ξ μετρεῖ
ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄ-
ρα ἔσονταί τινες τῶν Η Θ Κ Λ ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐν
ὅμοιοι τοῦ τε Α πρὸς τὸν Β καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ
ἔτι τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ λόγῳ· μὴ μετρείτω δὴ ὁ Ε τὸν
Κ· καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν Ε Κ ἐλάχιστος μετρούμενος
ἀριθμὸς ὁ Μ· καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Κ τὸν Μ μετρεῖ το-
σαυτάκις καὶ ἑκάτερος τῶν Η Θ ἑκάτερον τῶν Ν Ξ
μετρείτω· ὁσάκις δὲ ὁ Ε τὸν Μ μετρεῖ τοσαυτάκις
καὶ ὁ Ζ τὸν Ο μετρείτω· ἐπεὶ ἰσάκις ὁ Θ τὸν Ν μετρεῖ
καὶ ὁ Η τὸν Ξ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Θ πρὸς τὸν Η οὕτως ὁ Ν
πρὸς τὸν Ξ· ὡς δὲ ὁ Θ πρὸς τὸν Η οὕτως ὁ Α πρὸς
τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β οὕτως ὁ Ν πρὸς
τὸν Ξ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ οὕτως ὁ Ξ
πρὸς τὸν Μ· πάλιν ἐπεὶ ἰσάκις ὁ Ε τὸν Μ μετρεῖ καὶ
ὁ Ζ τὸν Ο· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ οὕτως ὁ Μ

πρὸς τὸν Ο· οἱ Ν Ξ Μ Ο ἄρα ἑξῆς εἰσιν ὅμοιοι τοῦ τε Α πρὸς
τὸν Β καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ λόγοις· λέ-
γω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστοι· εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ Ν Ξ Μ Ο ἑξῆς ἐ-
λάχιστοι ... λόγοις· ἔσονταί τινες τῶν Ν Ξ Μ Ο ἐ-
λάσσονες ἀριθμοὶ ἑξῆς ὅμοιοι τοῖς Α Β Γ Δ Ε Ζ λόγοις· ἔστω-
σαν οἱ Π Ρ Σ Τ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Π πρὸς τὸν Ρ οὕτως ὁ Α
πρὸς τὸν Β· οἱ δὲ Α Β ἐλάχιστοι· οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι
τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκις ὅ τε ἡγούμε-
νος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· ὁ Β ἄ-
ρα τὸν Ρ μετρεῖ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν Ρ μετρεῖ· οἱ Β Γ
ἄρα τὸν Ρ μετροῦσιν· καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν Β Γ
μετρούμενος τὸν Ρ μετρήσει· ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν Β Γ
μετρούμενός ἐστιν ὁ Θ· ὁ Θ ἄρα τὸν Ρ μετρεῖ· καί ἐστιν ὡς
ὁ Θ πρὸς τὸν Ρ οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Σ· καὶ ὁ Κ ἄρα τὸν Σ
μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Ε τὸν Σ· οἱ Ε Κ ἄρα τὸν Σ μετροῦσιν·
καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν Ε Κ μετρούμενος τὸν Σ
μετρήσει· ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν Ε Κ μετρούμενός ἐστιν
ὁ Μ· ὁ Μ ἄρα τὸν Σ
μετρεῖ ὁ μείζων τὸν
ἐλάσσονα· ὅπερ
ἐστὶν ἀδύνατον· οὐ-
κ ἄρα ἔσονταί τινες
τῶν Ν Ξ Μ Ο ἐλάσσο-
νες ἀριθμοὶ ἑξῆς
ὅμοιοι τοῦ τε Α πρὸς
Β καὶ τοῦ Γ πρὸς Δ.



λόγῳ ἐστὶ τοῦ Ε πρὸς Ζ λόγοις· οἱ ΝΞΜΟ ἄρα ἑξῆς ἐλάχιστοί
εἰσιν ἐν τοῖς ΑΒ, ΓΔ, Ε, Ζ λόγοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε Οἱ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσι τὸν
συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. ἔστωσαν ἐπίπεδοι ἀ-
ριθμοὶ οἱ Α, Β, καὶ τοῦ μὲν Α πλευραὶ ἔστωσαν οἱ Γ, Δ ἀ-
ριθμοί· τοῦ δὲ Β οἱ Ε, Ζ· λέγω ὅτι ὁ Α πρὸς τὸν Β λόγ-
ον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. λόγων γὰρ
δοθέντων τοῦ τε ὃν ἔχει ὁ Γ πρὸς τὸν Ε καὶ ὁ Δ πρὸς
τὸν Ζ, εἰλήφθωσαν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐλάχιστοι ἐν τοῖς

[illegible]

ἄρα οὐδεὶς ὁ Ζ τὸν Η· οὐκ ἄρα μονάς ἐστιν ὁ Ζ· ἡ γὰρ μονὰς πάντα ἀριθμὸν μετρεῖ· καί εἰσιν οἱ Ζ Θ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· οὐδὲ ὁ Ζ ἄρα τὸν Θ μετρεῖ· καί ἐστιν ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ· οὐδὲ ὁ Α ἄρα τὸν Γ μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρεῖ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

ζ Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον· ὁ δὲ πρῶτος τὸν ἔσχατον μετρῇ· καὶ τὸν δεύτερον μετρήσει. ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α Β Γ Δ· ὁ δὲ Α τὸν Δ μετρείτω· λέγω ὅτι καὶ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ· εἰ γὰρ μὴ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει· μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Δ· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Α τὸν Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

η Ἐὰν δύο ἀριθμῶν μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί· ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί· το-

σοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται· δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν Α Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπιπτέτωσαν ἀριθμοὶ οἱ Γ Δ· καὶ πεποιήσθω ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· λέγω ὅτι ὅσοι εἰς τοὺς Α Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί· τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς Ε Ζ μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται· ὅσοι γάρ εἰσιν τῷ πλήθει οἱ Α Β Γ Δ, τοσοῦτοι εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α Β Γ Δ, οἱ Η Θ Κ Λ· οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ Η Λ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· καὶ ἐπεὶ οἱ Α Γ Δ Β τοῖς Η Θ Κ Λ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν· καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν Α Γ Δ Β τῷ πλήθει τῶν Η Θ Κ Λ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Η πρὸς Λ· ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Λ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· οἱ δὲ Η Λ πρῶτοι· οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι· οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· ἰσάκις ἄρα ὁ Η τὸν Ε μετρεῖ καὶ ὁ Λ τὸν Ζ· ὁσάκις δὴ ὁ Η τὸν Ε μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ἑκάτερος τῶν Θ Κ ἑκάτερον τῶν Μ Ν μετρείτω· οἱ Η Θ Κ Λ ἄρα τοὺς Ε Μ Ν Ζ ἰσάκις μετροῦσιν· οἱ Η Θ Κ Λ ἄρα τοῖς Ε Μ Ν Ζ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν· ἀλλὰ οἱ Η Θ Κ Λ τοῖς Α Γ Δ Β ἐν τῷ αὐτῷ

[illegible] ἐν τοῖς [illegible] εἰσίν· καὶ οἱ Α Γ Δ Β
ἄρα τοῖς Ε Μ Ν Ζ ἐν τῷ
αὐτῷ λόγῳ εἰσίν· οἱ δὲ
Α Γ Δ Β ἑξῆς ἀνάλογον
εἰσίν· καὶ οἱ Ε Μ Ν Ζ ἄρα
ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν·
ὅσοι ἄρα εἰς τοὺς Α Β μεταξὺ
κατὰ τὸ συνεχὲς [illegible]
[illegible]
[illegible] τοσοῦτοι
καὶ εἰς τοὺς Ε Ζ μεταξὺ [illegible]
κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοί·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ' Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν· καὶ εἰς
αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτω-
σιν ἀριθμοί· ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνε-
χὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ
ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ
τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται· ἔστωσαν δύο α-
ριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ Α Β· καὶ εἰς αὐτοὺς
μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπιπτέτωσαν
οἱ Γ Δ· καὶ ἐκκείσθω ἡ Ε μονάς· λέγω ὅτι ὅσοι εἰς τοὺς
Α Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκα-
σιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου τῶν Α Β [illegible]
Ε μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον
ἐμπεσοῦνται· [illegible]

[illegible] οὕτως ὁ Ζ [illegible]
[illegible] ἔστωσαν [illegible]
[illegible] τῶν Α Γ Δ Β [illegible]
[illegible] ἐπεὶ οὖν οἱ Α Γ Δ Β
[illegible] τὸν Θ [illegible]
[illegible] τὸν Λ [illegible]
[illegible] τὸν Ο [illegible]
[illegible] καὶ ἕκαστος αὐτῶν [illegible]
[illegible] οἱ Α Γ Δ Β [illegible]
[illegible] τοῖς Η Ζ [illegible]
[illegible] τῶν Α Γ Δ Β· ἑκάτερος ἄρα τῶν Μ Ν
[illegible] ἴσος [illegible]
ἑκάτερος τῶν [illegible] ἑαυτὸν πολλαπλασιά-
σας [illegible] τὸν Θ [illegible]
ὁ Ζ [illegible] μετρεῖ κατὰ τὰς
ἐν τῷ Ζ μονάδας· μετρεῖ [illegible] ἡ Ε μονὰς τὸν Ζ κατὰ
τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκις ἄρα ἡ Ε μονὰς
τὸν Ζ [illegible] μετρεῖ [illegible] ἄρα ὡς ἡ Ε
μονὰς πρὸς τὸν Ζ ἀριθμόν, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Θ·
πάλιν ἐπεὶ ὁ Ζ τὸν Θ πολλαπλασιάσας τὸν Λ πε-
ποίηκεν, ὁ Θ ἄρα τὸν Λ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ζ μο-
νάδας· μετρεῖ δὲ καὶ ἡ Ε μονὰς τὸν Ζ ἀριθμὸν
κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκις ἄρα ἡ Ε [illegible]
τὸν Ζ ἀριθμὸν μετρεῖ, καὶ ὁ Θ τὸν Λ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Ε
μονὰς πρὸς τὸν Ζ ἀριθμόν, οὕτως ὁ Θ πρὸς [illegible]
[illegible] ἡ Ε μονὰς [illegible] τὸν Ζ ἀριθμόν, οὕτως [illegible] Ζ

πρὸς τὸν Θ· καὶ ὡς ἄρα ἡ Ε μονὰς πρὸς τὸν Ζ ἀριθμόν, οὕ-
τως ὁ Ζ πρὸς τὸν Θ, καὶ ὁ Θ πρὸς τὸν Α. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
καὶ ὡς ἡ Ε μονὰς πρὸς τὸν
Η ἀριθμόν, οὕτως ὁ Η πρὸς
τὸν Λ, καὶ ὁ Λ πρὸς τὸν Β. ὅσοι
ἄρα εἰς τοὺς Α Β μεταξὺ κα-
τὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον
ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί,
τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου τῶν
Α Β καὶ μονάδος τῆς Ε
μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς
ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται
ἀριθμοί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ι Ἐὰν δύο ἀριθμῶν καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς
ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι ἑκατέρου αὐ-
τῶν καὶ μονάδος ἑξῆς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνά-
λογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς αὐ-
τοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται· δύο
γὰρ ἀριθμῶν τῶν Α Β καὶ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ κα-
τὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπιπτέτωσαν ἀριθμοὶ
οἱ Δ Ε καὶ οἱ Ζ Η· λέγω ὅτι ὅσοι ἑκατέρου τῶν Α Β καὶ μο-
νάδος τῆς Γ μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμ-
πεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς Α Β μετα-
ξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται. ὁ Δ
γὰρ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Θ ποιείτω. ἑ-
κάτερος δὲ τῶν Δ Ζ τὸν Θ πολλαπλασιάσας ἑ-

κάτερον τῶν Κ Λ ποιείτω. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Γ μονὰς πρὸς
τὸν Δ ἀριθμόν, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε· ἰσάκις ἄρα ἡ Γ
μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν Ε. ἡ δὲ Γ μονὰς
τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· καὶ
ὁ Δ ἄρα ἀριθμὸς τὸν Ε μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας·
ὁ Δ ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκε.
πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Γ μονὰς πρὸς τὸν Δ ἀ-
ριθμόν, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Α· ἰσάκις ἄρα ἡ Γ μονὰς
τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Ε τὸν Α. ἡ δὲ Γ μονὰς τὸν
Δ ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· καὶ ὁ Ε
ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· ὁ Δ ἄ-
ρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκε. διὰ
τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ μὲν Ζ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Η
πεποίηκε, τὸν δὲ Η πολλαπλασιάσας τὸν Β πε-
ποίηκε. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας
τὸν Ε πεποίηκε, τὸν δὲ Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Θ
πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Ε ιζ΄ τοῦ ζ΄
πρὸς τὸν Θ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕ-
τως ὁ Θ πρὸς τὸν Η. καὶ ὡς ἄρα ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως
ὁ Θ πρὸς τὸν Η. πάλιν ἐπεὶ ὁ Δ ἑκάτερον τῶν Ε Θ πολ-
λαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Α Κ πεποίηκεν, ἔστιν
ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Κ. ἀλλ' ὡς
ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ
πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Κ. πάλιν ἐπεὶ ἑκά-
τερος τῶν Δ Ζ τὸν Θ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον
τῶν Κ Λ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὐ-

τως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ· ἀλλ' ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Κ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Κ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ. ἔτι ἐπεὶ ὁ Ζ ἑκάτερον τῶν Θ, Η πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Λ, Β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Θ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Β. ὡς δὲ ὁ Θ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Β. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὅ τε Α πρὸς τὸν Κ καὶ ὁ Κ πρὸς τὸν Λ· καὶ ὁ Λ πρὸς τὸν Β· οἱ Α, Κ, Λ, Β ἄρα κατὰ τὸ συνεχὲς ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον. ὅσοι ἄρα ἑκατέρου τῶν Α, Β καὶ τῆς Γ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἐμπεσοῦνται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

ια Δύο τετραγώνων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός· καὶ ὁ τετράγωνος πρὸς τὸν τετράγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν. ἔστωσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, καὶ τοῦ μὲν Α πλευρὰ ἔστω ὁ Γ, τοῦ δὲ Β ὁ Δ· λέγω ὅτι τῶν Α, Β εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω. καὶ ἐπεὶ τετράγωνός ἐστιν ὁ Α, πλευρὰ δὲ αὐτοῦ

ἐστὶν ὁ Γ, ὁ Γ ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ἐπεὶ οὖν ὁ Γ ἑκάτερον τῶν Γ, Δ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Α, Ε πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ε. πάλιν ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, δύο δὴ ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ ἕνα καὶ τὸν αὐτὸν τὸν Δ πολλαπλασιάσαντες τοὺς Ε, Β πεποιήκασιν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Β. ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Β· τῶν Α, Β ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμὸς ὁ Ε. λέγω δή, ὅτι καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ἐπεὶ γὰρ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν οἱ Α, Ε, Β, ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Α πρὸς τὸν Ε. ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ Γ πλευρὰ πρὸς τὴν Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

ιβ Δύο κύβων ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ κύβος πρὸς τὸν κύβον τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν. ἔστωσαν κύβοι ἀριθμοί

EUCLID *Elementa* BYZANTINE, 888 THE BODLEIAN LIBRARY Octavo

οἱ Α Β. καὶ τοῦ μὲν Α πλευρὰ ἔστω ὁ Γ. τοῦ δὲ Β ὁ Δ. λέ-
γω ὅτι τῶν Α Β δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί· καὶ
ὁ Α πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει. ἤπερ ὁ Γ
πρὸς τὸν Δ. ὁ γὰρ Γ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν
Ε ποιείτω. τὸν δὲ Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποι-
είτω. ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Η ποι-
είτω. ἑκάτερος δὲ τῶν Γ Δ τὸν Ζ πολλαπλασιά-
σας ἑκάτερον τῶν Θ Κ ποιείτω. καὶ ἐπεὶ κύβος
ἐστὶν ὁ Α πλευρὰ δὲ αὐτοῦ ὁ Γ. ὁ Γ ἄρα ἑαυτὸν μὲν πολ-
λαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν. τὸν δὲ Ε πολ-
λαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
καὶ ὁ Δ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Η πε-
ποίηκεν. τὸν δὲ Η πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίη-
κεν. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ ἑκάτερον τῶν Γ Δ πολλαπλασιάσας
ἑκάτερον τῶν Ε Ζ πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ
πρὸς τὸν Δ οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ
ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η. πάλιν ἐπεὶ
ὁ Γ ἑκάτερον τῶν Ε Ζ πολλαπλασιάσας ἑκάτε-
ρον τῶν Α Θ πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς
οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Θ· ὡς δὲ ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ
τὸν Ζ. οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς
τὸν Δ. οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Θ. πάλιν ἐπεὶ ἑκάτε-
ρος τῶν Γ Δ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον
τῶν Θ Κ πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ.
οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Κ. πάλιν ἐπεὶ ὁ Δ ἑκάτερον
τῶν Ζ Η πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Κ Β
πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Η. οὕτως ὁ Κ

πρὸς τὸν Β. ὡς δὲ ὁ Ζ πρὸς τὸν Η. οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. καὶ
ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. οὕτως ὅ τε Α πρὸς τὸν Θ καὶ ὁ Θ
πρὸς τὸν Κ καὶ ὁ Κ πρὸς τὸν Β. τῶν Α Β ἄρα δύο μέσοι
ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ Θ Κ. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὁ Α πρὸς
τὸν Β τριπλασίονα λό-
γον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς
τὸν Δ. ἐπεὶ γὰρ τέσσα-
ρες ἀριθμοὶ ἀνάλογόν
εἰσιν οἱ Α Θ Κ Β. ὁ Α ἄρα
πρὸς τὸν Β τριπλασίονα
λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Α πρὸς
τὸν Θ. ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν
Θ. οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ.
καὶ ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β τριπλα-
σίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ
Γ πρὸς τὸν Δ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

ιγ΄ Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον. καὶ
πολλαπλασιάσας ἕκαστος ἑαυτὸν ποιῇ τινας. οἱ
γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἀνάλογον ἔσονται· καὶ ἐὰν οἱ
ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες
ποιῶσί τινας. καὶ αὐτοὶ ἀνάλογον ἔσονται καὶ ἀεὶ πε-
ρὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει. ἔστωσαν ὁποσοιοῦν
ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α Β Γ· ὡς ὁ Α πρὸς τὸν
Β. οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ. καὶ οἱ Α Β Γ ἑαυτοὺς μὲν πολ-
λαπλασιάσαντες τοὺς Δ Ε Ζ ποιείτωσαν· τοὺς δὲ
Δ Ε Ζ πολλαπλασιάσαντες τοὺς Η Θ Κ ποιείτωσαν·

λέγω ὅτι οἱ Α Ε Ζ καὶ οἱ Η Θ Κ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν· ὁ μὲν
γὰρ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Λ ποιείτω· ἑκά-
τερος δὲ τῶν Α Β τὸν Λ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον
τῶν Μ Ν ποιείτω· καὶ πάλιν ὁ μὲν Β τὸν Γ πολλαπλασι-
άσας τὸν Ξ ποιείτω· ἑκάτερος δὲ τῶν Β Γ τὸν Ξ πολ-
λαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Ο Π ποιείτω· ὁμοίως δὴ
τοῖς ἔμπροσθεν δείξομεν ὅτι οἱ Α Λ Ε καὶ οἱ Η Μ Ν Θ ἑξῆς εἰσιν
ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγῳ· καὶ ἔτι οἱ Ε Ξ Ζ
καὶ οἱ Θ Ο Π Κ ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ Β πρὸς τὸν Γ
λόγῳ· καὶ ἔστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ·
καὶ οἱ Α Λ Ε ἄρα τοῖς Ε Ξ Ζ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν· καὶ
ἔτι οἱ Η Μ Ν Θ τοῖς
Θ Ο Π Κ· καὶ ἔστιν ἴσον
τὸ μὲν τῶν Α Λ Ε
πλῆθος τῷ τῶν
Ε Ξ Ζ πλήθει· τὸ δὲ
τῶν Η Μ Ν Θ τῷ τῶν
Θ Ο Π Κ· δι' ἴσου ἄρα
ἐστὶν ὡς ὁ μὲν Α πρὸς
τὸν Ε, οὕτως ὁ Ε πρὸς
τὸν Ζ· ὡς δὲ ὁ Η
πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ
Θ πρὸς τὸν Κ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

ιδ Ἐὰν τετράγωνος [ἀριθμὸς] τετράγωνον [ἀριθμὸν] μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευ-
ρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ
ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει. ἔστωσαν τετρά-
γωνοι ἀριθμοὶ οἱ Α Β· πλευραὶ δὲ αὐτῶν ἔστωσαν οἱ Γ Δ· ὁ δὲ
Α τὸν Β μετρείτω· λέγω ὅτι καὶ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ· ὁ Γ γὰρ τὸν Δ
πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω· οἱ Α Ε Β ἄρα ἑξῆς ἀ-
νάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ· καὶ ἐπεὶ οἱ Α Ε Β
ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν καὶ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Α
τὸν Ε· καὶ ἔστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ·
μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ. ἀλλὰ δὴ μετρείτω ὁ Γ τὸν Δ· λέγω
ὅτι καὶ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ. τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέν-
των, ὁμοίως δείξομεν ὅτι οἱ Α Ε Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰ-
σιν ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Γ
πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ε· μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ· με-
τρεῖ ἄρα καὶ ὁ Α τὸν Ε.
καί εἰσιν οἱ Α Ε Β ἑξῆς ἀνά-
λογον· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Α
τὸν Β. ἐὰν ἄρα τετράγω-
νος τετράγωνον μετρῇ,
καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευ-
ρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν ἡ
πλευρὰ τὴν πλευρὰν
μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος
τὸν τετράγωνον μετρήσει:~

ιε Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἡ πλευ-
ρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευ-
ρὰν μετρῇ, καὶ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει. κύβος γὰρ
ἀριθμὸς ὁ Α κύβον τὸν Β μετρείτω· καὶ τοῦ μὲν Α πλευ-
ρὰ ἔστω ὁ Γ· τοῦ δὲ Β ὁ Δ· λέγω ὅτι ὁ Γ τὸν Δ μετρήσει.

155

ὁ Γ γὰρ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω· καὶ ἔτι ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω· ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Η ποιείτω· ἑκάτερος δὲ τῶν Γ, Δ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Θ, Κ ποιείτω· φανερὸν δὴ ὅτι οἱ Ε, Ζ, Η καὶ οἱ Α, Θ, Κ, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ· καὶ ἐπεὶ οἱ Α, Θ, Κ, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν καὶ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β· μετρεῖ ἄρα καὶ τὸν Θ· καί ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ· ἀλλὰ δὴ μετρείτω ὁ Γ τὸν Δ· λέγω ὅτι καὶ ὁ Α τὸν Β μετρήσει· τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οἱ Α, Θ, Κ, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ· καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ, καί ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Θ· καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Θ μετρεῖ· ὥστε καὶ τὸν Β μετρεῖ ὁ Α· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

ις' Ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς τετράγωνον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει· ἔστωσαν τετράγωνοι οἱ Α, Β· πλευραὶ δὲ αὐτῶν ἔστωσαν οἱ Γ, Δ· καὶ μὴ μετρείτω ὁ Α τὸν Β· λέγω ὅτι οὐδὲ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ· εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Γ τὸν Δ, μετρήσει καὶ ὁ Α τὸν Β· οὐ μετρεῖ δέ· οὐδ' ἄρα ὁ Γ τὸν Δ μετρήσει· μὴ μετρείτω δὴ πάλιν ὁ Γ τὸν Δ· λέγω ὅτι οὐδὲ ὁ Α τὸν Β μετρήσει· εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, μετρήσει καὶ ὁ Γ τὸν Δ· οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ· οὐδ' ἄρα ὁ Α τὸν Β μετρήσει:–

ιζ' Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει· κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α κύβον ἀριθμὸν τὸν Β μὴ μετρείτω, καὶ τοῦ μὲν Α πλευρὰ ἔστω ὁ Γ, τοῦ δὲ Β ὁ Δ· λέγω ὅτι ὁ Γ τὸν Δ οὐ μετρήσει· εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Γ τὸν Δ, καὶ ὁ Α τὸν Β μετρήσει· οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Β· οὐδ' ἄρα ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ· ἀλλὰ δὴ μὴ μετρείτω ὁ Γ τὸν Δ· λέγω ὅτι οὐδὲ ὁ Α τὸν Β μετρήσει· εἰ γὰρ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ, καὶ ὁ Γ τὸν Δ μετρήσει· οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ· οὐδ' ἄρα ὁ Α τὸν Β μετρήσει:–

ιη' Δύο ὁμοίων ἐπιπέδων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός· καὶ ὁ ἐπίπεδος πρὸς τὸν ἐπίπεδον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν· ἔστωσαν δύο ὅμοιοι

ὅτι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ ΑΒ· καὶ τοῦ μὲν Α πλευραὶ ἔστωσαν οἱ ΓΔ ἀριθμοί· τοῦ δὲ Β, οἱ ΕΖ· καὶ ἐπεὶ ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. λέγω οὖν ὅτι τῶν ΑΒ, εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός· καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει. ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Ε ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ· τουτέστιν ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ε. ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ. καὶ ἐπεὶ ἐπίπεδός ἐστιν ὁ Α· πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ ΓΔ. ὁ Δ ἄρα τὸν Γ πολλαπλασιάσας, τὸν Α πεποίηκεν· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Ε τὸν Ζ πολλαπλασιάσας, τὸν Β πεποίηκεν. ὁ Δ δὴ τὸν Ε πολλαπλασιάσας, τὸν Η ποιείτω. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τὸν μὲν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν, τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Η· ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Η· πάλιν ἐπεὶ ὁ Ε τὸν μὲν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν· τὸν δὲ Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Β. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Η· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Β. οἱ ΑΗΒ ἄρα ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν. τῶν ΑΒ ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β διπλασίονα

λόγον ἔχει. ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν. τουτέστιν ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Ε. ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ. ἐπεὶ γὰρ οἱ ΑΗΒ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν. ὁ Α πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸν Η. καὶ ἔστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Η. οὕτως ὅ τε Γ πρὸς τὸν Ε καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ. καὶ ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει. ἤπερ ὅ τε Γ πρὸς τὸν Ε ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

Δύο ὁμοίων στερεῶν ἀριθμῶν. δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί· καὶ ὁ στερεὸς πρὸς τὸν ὅμοιον στερεὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει. ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν· ἔστωσαν δύο ὅμοιοι στερεοὶ οἱ ΑΒ. καὶ τοῦ Α πλευραὶ ἔστωσαν οἱ ΓΔΕ. τοῦ δὲ Β οἱ ΖΗΘ· καὶ ἐπεὶ ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς. ἔστιν ἄρα ὡς μὲν ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η· ὡς δὲ ὁ Δ πρὸς τὸν Ε. οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Θ· λέγω ὅτι τῶν ΑΒ δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί· καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ἔτι ὁ Ε πρὸς τὸν Θ· ὁ Γ γὰρ τὸν μὲν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Κ ποιείτω· ὁ δὲ Ζ τὸν Η πολλαπλασιάσας τὸν Λ ποιείτω· καὶ ἐπεὶ οἱ ΓΔΕ

[illegible]

ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ, ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Μ, ἐναλλάξ

πρὸς τὸν Λ. οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ, ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Μ

ὁ Ε πρὸς τὸν Θ. [illegible] πρὸς τὸν Ζ, ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Μ· ἀλλ' ὡς ὁ

[illegible] ὁ Ε πρὸς τὸν Θ. οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ν· [illegible] ἐναλλὰξ

[illegible] καὶ ἀνάπαλιν [illegible] οὕτως

[illegible] ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Γ

[illegible] ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ

ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ [illegible] Η. [illegible] ὁ Γ πρὸς τὸν

πρὸς τὸν Ζ, ὡς ὁ Δ [illegible] οὕτως ὁ Β πρὸς

ὁ Δ πρὸς τὸν Η, ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Θ. [illegible]

[illegible]

EUCLID *Elementa* BYZANTINE, 888 THE BODLEIAN LIBRARY Octavo

ὁμόλογόν ἐστι καὶ ὑπὲρ ὁ Δ πρὸς τὸν Ν. ἀλλ' ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ν, οὕτως ἐδείχθη ὅ τε Γ πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ἔτι ὁ Ε πρὸς τὸν Θ· καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἤπερ ὁ Γ ἀριθμὸς πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ἔτι ὁ Ε πρὸς τὸν Θ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—

κ̄ Ἐὰν δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτῃ ἀριθμός, ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἔσονται οἱ ἀριθμοί. δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν Α, Β εἷς μέσος ἐμπιπτέτω ἀριθμὸς ὁ Γ. λέγω ὅτι οἱ Α, Β ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί. εἰλήφθωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Γ, Β οἱ Δ, Ε· ἰσάκις ἄρα ὁ Δ τὸν Α μετρεῖ καὶ ὁ Ε τὸν Γ. ὁσάκις δὲ ὁ Δ τὸν Α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ζ· ὁ Ζ ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν· ὥστε ὁ Α ἐπίπεδός ἐστι, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ Δ, Ζ. πάλιν ἐπεὶ οἱ Δ, Ε ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Γ, Β, ἰσάκις ἄρα ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ καὶ ὁ Ε τὸν Β. ὁσάκις δὴ ὁ Ε τὸν Β μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Η. ὁ Ε ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Η μονάδας· ὁ Η ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν· ὁ Β ἄρα ἐπίπεδός ἐστι, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ Ε, Η. οἱ Α, Β ἄρα ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὅμοιοι. ἐπεὶ γὰρ ὁ Ζ τὸν μὲν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν, τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ, τουτέστιν ὁ Γ πρὸς τὸν Β. πάλιν ἐπεὶ ὁ Ε ἑκάτερον τῶν Γ, Β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Β. ὡς δὲ ὁ Γ πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η. οἱ Α, Β ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοί εἰσιν· αἱ γὰρ πλευραὶ αὐτῶν ἀνάλογόν εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—

κα̅ Ἐὰν δύο ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ ἀριθμοί. δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν Α, Β δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπιπτέτωσαν ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ. λέγω ὅτι οἱ Α, Β ὅμοιοι στερεοί εἰσιν. εἰλήφθωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Γ, Δ, Β τρεῖς οἱ Ε, Ζ, Η· οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ Ε, Η πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ τῶν Ε, Η εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπέπτωκεν ἀριθμὸς ὁ Ζ, οἱ Ε, Η ἄρα ἀριθμοὶ ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. ἔστωσαν οὖν τοῦ μὲν Ε πλευραὶ οἱ Θ, Κ, τοῦ δὲ Η οἱ Λ, Μ. φανερὸν ἄρα ἐστὶν ἐκ τούτου ὅτι οἱ Ε, Ζ, Η ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἔν τε τῷ τοῦ Θ πρὸς Λ λόγῳ καὶ τῷ τοῦ Κ πρὸς Μ. καὶ ἐπεὶ οἱ Ε, Ζ, Η ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Γ, Δ, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Δ. οἱ δὲ Ε, Η πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐ-

[illegible]

γωνον ἀριθμὸν πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος καὶ τετράγωνος, καὶ ὁ δεύτερος τετράγωνος ἔσται. Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β πρὸς ἀλλήλους λόγον ἐχέτωσαν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς ὁ Γ πρὸς τετράγωνον ἀριθμὸν τὸν Δ, ὁ δὲ Α τετράγωνος ἔστω· λέγω ὅτι καὶ ὁ Β τετράγωνός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ οἱ Γ, Δ τετράγωνοί εἰσιν, οἱ Γ, Δ ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσι· τῶν Γ, Δ ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. καί ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ τῶν Α, Β ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. καί ἐστιν ὁ Α τετράγωνος· καὶ ὁ Β ἄρα τετράγωνός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε' Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται. Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β πρὸς ἀλλήλους λόγον ἐχέτωσαν ὃν κύβος ἀριθμὸς ὁ Γ πρὸς κύβον ἀριθμὸν τὸν Δ, κύβος δὲ ἔστω ὁ Α· λέγω δὴ ὅτι καὶ ὁ Β κύβος ἐστίν. ἐπεὶ γὰρ οἱ Γ, Δ κύβοι εἰσίν, οἱ Γ, Δ ἄρα ὅμοιοι στερεοί εἰσι· τῶν Γ, Δ ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ὅσοι δὲ εἰς τοὺς Γ, Δ μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσι, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς· ὥστε καὶ τῶν Α, Β δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ἐμπιπτέτωσαν οἱ Ε, Ζ. ἐπεὶ οὖν τέσσαρες ἀριθμοὶ οἱ Α, Ε, Ζ, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσι, καί ἐστι κύβος ὁ Α, κύβος ἄρα καὶ ὁ Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κς' Οἱ ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. Ἔστωσαν ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β· λέγω ὅτι ὁ Α πρὸς τὸν Β λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. ἐπεὶ γὰρ οἱ Α, Β ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσι, τῶν Α, Β ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. ἐμπιπτέτω καὶ ἔστω ὁ Γ, καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Γ, Β οἱ Δ, Ε, Ζ· οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ Δ, Ζ τετράγωνοί εἰσιν. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β, καί εἰσιν οἱ Δ, Ζ τετράγωνοι, ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



κζ' Οἱ ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν. ἔστω-

σαν ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ οἱ Α Β· λέγω ὅτι ὁ Α πρὸς τὸν
Β λόγον ἔχει, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν.
ἐπεὶ γὰρ οἱ Α Β ὅμοιοι στερεοί εἰσιν, τῶν Α Β ἄρα δύο
μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ἐμπιπτέτω-
σαν οἱ Γ Δ. καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν
αὐτὸν λόγον ἐχόντων
τοῖς Α Γ Δ Β ἴσοι αὐ-
τοῖς τὸ πλῆθος οἱ
Ε Ζ Η Θ· οἱ ἄρα ἄκροι
αὐτῶν οἱ Ε Θ κύβοι
εἰσίν. καί ἐστιν ὡς ὁ Ε
πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ
Α πρὸς τὸν Β· καὶ ὁ Α
ἄρα πρὸς τὸν Β λόγον
ἔχει, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν :~

✝ ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ Η :~

✝ ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ, ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ. Θ :~

ἐὰν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες
ἀλλήλους ποιῶσί τινα. ὁ γενόμενος τετράγω-
νος ἔσται. ἔστωσαν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ Α Β.
καὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω. λέ-
γω ὅτι ὁ Γ τετράγωνός ἐστιν. ὁ γὰρ Α ἑαυτὸν πολ-
λαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω. ὁ Δ ἄρα τετράγωνός
ἐστιν. ἐπεὶ οὖν ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν
Δ πεποίηκεν. τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ
πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β οὕτως ὁ Δ
πρὸς τὸν Γ. καὶ ἐπεὶ οἱ Α Β ὅμοιοι ἐπί-
πεδοί εἰσιν ἀριθμοί. τῶν Α Β ἄρα
εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀ-
ριθμός. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμῶν μεταξὺ
κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμ-
πίπτωσιν. τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐ-
τὸν λόγον ἔχοντας. ὥστε καὶ τῶν Δ Γ
εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀ-
ριθμός. καί ἐστι τετράγωνος ὁ Δ. τετράγωνος ἄρα καὶ ὁ Γ :~

ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποι-
ῶσι τετράγωνον. ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. δύο γὰρ ἀ-
ριθμοὶ οἱ Α Β πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους τετράγωνον τὸν Γ ποι-
είτωσαν· λέγω ὅτι οἱ Α Β ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀ-
ριθμοί. ὁ γὰρ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποι-
είτω. ὁ Δ ἄρα τετράγωνός ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν
μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. τὸν δὲ
Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα



ὡς ὁ Α πρὸς Β, ὁ Δ πρὸς Γ. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ
τετράγωνός ἐστιν, ἀλλὰ καὶ ὁ Γ, οἱ Δ Γ ἄ-
ρα ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. τῶν Δ Γ
ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει·
καί ἐστιν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ
Α πρὸς τὸν Β. καὶ τῶν Α Β ἄρα εἷς μέ-
σος ἀνάλογον ἐμπίπτει. ὅμοιοι
ἐπίπεδοί εἰσιν οἱ ἀριθμοί· οἱ ἄρα
Α Β ὅμοιοι εἰσὶν ἐπίπεδοι. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ
τινα, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται. κύβος γὰρ ἀριθμὸς
ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β ποιείτω. λέγω ὅ-
τι ὁ Β κύβος ἐστίν. εἰλήφθω γὰρ τοῦ Α πλευρὰ ὁ Γ·
καὶ ὁ Γ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω. φα-
νερὸν δή ἐστιν ὅτι ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α
πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας
τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ Γ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν
αὐτῷ μονάδας. ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ μονὰς τὸν Γ μετρεῖ κα-
τὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς
πρὸς Γ, ὁ Γ πρὸς Δ. πάλιν ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ πολλα-
πλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν, ὁ Δ ἄρα τὸν Α με-
τρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μο-
νὰς τὸν Γ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἔστιν ἄρα
ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Γ, ὁ Δ πρὸς τὸν Α. ἀλλ' ὡς ἡ
μονὰς πρὸς τὸν Γ, ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. καὶ ὡς ἄρα ἡ μονὰς
πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Α.

τῆς ἄρα μονάδος καὶ τοῦ Α ἀριθμοῦ. δύο μέσοι ἀνάλογον
κατὰ τὸ συνεχὲς ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοὶ οἱ Γ Δ. πάλιν
καὶ ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν.
ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. μετρεῖ
δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν Α κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἔστιν
ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α,
ὁ Α πρὸς Β. τῆς δὲ μονά-
δος καὶ τοῦ Α. δύο μέσοι ἀνά-
λογον ἐμπεπτώκασιν ἀρι-
θμοί· καὶ τῶν Α Β ἄρα δύο
μέσοι ἀνάλογον ἐμπεσοῦν-
ται ἀριθμοί. ἐὰν δὲ δύο
ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλο-
γον ἐμπίπτωσιν. ὁ δὲ πρῶ-
τος κύβος ᾖ· καὶ ὁ τέταρτος κύβος ἔσται· καί ἐστιν ὁ Α κύ-
βος. καὶ ὁ Β ἄρα κύβος ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας
ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται. κύβος γὰρ
ἀριθμὸς ὁ Α κύβον ἀριθμὸν τὸν Β πολλαπλασιά-
σας τὸν Γ ποιείτω. λέγω ὅτι ὁ Γ κύβος ἐστίν. ὁ Α γὰρ
ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω. ὁ Δ ἄρα κύ-
βος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλα-
πλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, τὸν
δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποί-
ηκεν. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς Β, οὕτως
ὁ Δ πρὸς Γ. καὶ ἐπεὶ οἱ Α Β κύβοι εἰσίν, ὁ

μοιοι στερεοί εἰσιν οἱ Α Β. τῶν Α Β ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον
ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ὥστε καὶ τῶν Δ Γ δύο μέσοι ἀνά-
λογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοί. καί ἐστιν κύβος ὁ Δ. κύβος
ἄρα καὶ ὁ Γ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ε' Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας
κύβον ποιῇ, καὶ ὁ πολλαπλασιασθεὶς κύβος ἔσται.
κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α ἀριθμόν τινα τὸν Β πολλα-
πλασιάσας κύβον τὸν Γ ποιείτω. λέγω ὅτι ὁ Β κύ-
βος ἐστίν. ὁ γὰρ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποι-
είτω. κύβος ἄρα ἐστὶν ὁ Δ. καὶ ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολ-
λαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, τὸν δὲ Β πολλαπλα-
σιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν
ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Δ πρὸς τὸν
Γ. καὶ ἐπεὶ οἱ Δ Γ κύβοι εἰσίν, ὅμοιοι
στερεοί εἰσιν. τῶν Γ Δ ἄρα δύο
μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀ-
ριθμοί. καί ἐστιν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Γ,
οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β. καὶ τῶν Α Β ἄ-
ρα δύο μέσοι ἐμπίπτουσιν ἀρι-
θμοὶ ἀνάλογον. καί ἐστιν κύβος ὁ
Α. κύβος ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ Β. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ς' Ἐὰν ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ,
καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται. ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α ἑαυτὸν πολ-
λαπλασιάσας κύβον τὸν Β ποιείτω. λέγω ὅτι καὶ ὁ Α
κύβος ἐστίν. ὁ γὰρ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ
ποιείτω. ἐπεὶ οὖν ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας
τὸν Β πεποίηκεν, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποί-
ηκεν, ὁ Γ ἄρα κύβος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολ-
λαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, τὸν δὲ Β πολλαπλα-
σιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν
ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Β πρὸς τὸν Γ.
καὶ ἐπεὶ οἱ Β Γ κύβοι εἰσίν, ὅμοιοι
στερεοί εἰσιν. τῶν Β Γ ἄρα δύο
μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί.
καί ἐστιν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως
ὁ Α πρὸς τὸν Β. καὶ τῶν Α Β ἄρα
δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀρι-
θμοί. καί ἐστι κύβος ὁ Β. κύβος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ Α. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ζ' Ἐὰν σύνθετος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας
ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος στερεὸς ἔσται. σύνθετος γὰρ
ἀριθμὸς ὁ Α ἀριθμόν τινα τὸν Β πολλαπλασιάσας
τὸν Γ ποιείτω. λέγω ὅτι ὁ Γ στερεός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ
ὁ Α σύνθετός ἐστιν, ὑπὸ ἀριθμοῦ τινος μετρηθήσεται.
μετρείσθω ὑπὸ τοῦ Δ. καὶ ὁσάκις ὁ Δ τὸν Α μετρεῖ, το-
σαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ε.
ἐπεὶ οὖν ὁ Δ τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς
ἐν τῷ Ε μονάδας, ὁ Ε ἄρα τὸν Δ
πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποί-
ηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασι-
άσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ δὲ Α
ἐστιν ἐκ τῶν Δ Ε, ὁ ἄρα ἐκ τῶν Δ Ε
τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ

[illegible]

πεποίηκεν· ὁ Γ ἄρα στερεός ἐστι. πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ Δ, Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος τετράγωνος ἔσται καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ τέταρτος κύβος καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ ἕβδομος κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος καὶ οἱ πέντε διαλείποντες πάντες. Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α Β Γ Δ Ε Ζ· λέγω ὅτι ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ Β τετράγωνός ἐστι καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ τέταρτος ὁ Γ κύβος καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ ἕβδομος ὁ Ζ κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος καὶ οἱ πέντε διαλείποντες πάντες. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β, ἰσάκις ἄρα ἡ μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Α τὸν Β. ἡ δὲ μονὰς τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας· ὁ Α ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν· τετράγωνος ἄρα ἐστὶν ὁ Β. καὶ ἐπεὶ οἱ Β Γ Δ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ δὲ Β τετράγωνός ἐστι, καὶ ὁ Δ ἄρα τετράγωνός ἐστι. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Ζ τετράγωνός ἐστιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες τετράγωνοί εἰσιν. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὁ τέταρτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ Γ κύβος ἐστὶ καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ἰσάκις ἄρα ἡ μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Γ. ἡ δὲ μονὰς τὸν Α

ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας· καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας· ὁ Α ἄρα τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἐπεὶ οὖν ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, κύβος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ. καὶ ἐπεὶ οἱ Γ Δ Ε Ζ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ δὲ Γ κύβος ἐστί, καὶ ὁ Ζ ἄρα κύβος ἐστίν. ἐδείχθη δὲ καὶ τετράγωνος· ὁ ἄρα ἕβδομος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ Ζ κύβος τέ ἐστι καὶ τετράγωνος.

Α δ β · Β ιϛ δ · Γ ξδ η · Δ σνϛ ιϛ · Ε ͵ακδ λβ · Ζ ͵δϟϛ ξδ

ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ οἱ πέντε διαλείποντες πάντες κύβοι τέ εἰσι καὶ τετράγωνοι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα τετράγωνος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι ἔσονται. Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ἑξῆς ἀνάλογον ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ οἱ Α Β Γ Δ Ε Ζ, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ Α τετράγωνος ἔστω· λέγω ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται. ὅτι μὲν οὖν ὁ τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ Β τετράγωνός ἐστι καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες, δέδεικται· λέγω δὴ ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοί εἰσιν. ἐπεὶ γὰρ οἱ Α Β Γ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσι, καί ἐστιν ὁ Α τετρά-



[illegible]

[illegible]



καὶ ὁ Β ἄρα κύβος ἐστίν· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, ὁ
Α πρὸς τὸν Β· ἡ δὲ μονὰς τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ
μονάδας· καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ
μονάδας· ὁ Α ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον τὸν
Β πεποίηκεν· ἐὰν δὲ ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλα-
σιάσας κύ[illegible]ποι-
ῇ, καὶ αὐτὸς κύβος
ἔσται· κύβος ἄρα καὶ
ὁ Α· ὅπερ οὐχ ὑπό-
κειται· οὐκ ἄρα ὁ Δ
κύβος ἐστίν· ὁμοί-
ως δὴ δείξομεν ὅ-
τι οὐδ᾽ ἄλλος οὐδεὶς
κύβος ἐστὶ χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ
τῶν ἕνα διαλειπόντων. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—

ια Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον
ὦσιν, ὁ ἐλάσσων τὸν μείζονα μετρεῖ κατά τινα τῶν ὑ-
παρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς. ἔστωσαν
ἀπὸ μονάδος τῆς Α ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀ-
νάλογον οἱ Β Γ Δ Ε· λέγω ὅτι τῶν Β Γ Δ Ε ὁ ἐλάχιστος ὁ Β
τὸν Ε μετρεῖ κατά τινα τῶν Γ Δ· ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ Α
μονὰς πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ
πρὸς τὸν Ε· ἰσάκις ἄρα ἡ Α
μονὰς τὸν Β ἀριθμὸν μετρεῖ
καὶ ὁ Δ τὸν Ε· ἐναλλὰξ ἄρα
ἰσάκις ἡ Α μονὰς τὸν Δ

ἡ δὲ Α μονὰς τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν
μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Ε· [illegible] κατὰ τὰς ἐν
αὐτῷ μονάδας· καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Ε μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ
Δ μονάδας· ὥστε ὁ ἐλάσσων ὁ Β τὸν μείζονα τὸν Ε με-
τρεῖ κατά τινα ἀριθμὸν τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀ-
νάλογον ἀριθμοῖς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—

ιβ Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον
ὦσιν, ὑφ᾽ ὅσων ἂν ὁ ἔσχ[illegible] πρώτων ἀριθμῶν με-
τρῆται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν κ[illegible]ρὰ τὴν μονάδα με-
τρηθήσεται. ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ὁσοιδηποτοῦν
ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ Α Β Γ Δ· λέγω ὅτι ὑφ᾽ ὅσων ἂν ὁ
Δ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ
Α μετρηθήσεται. μετρείσθω γὰρ ὁ Δ ὑπό τινος πρώ-
του ἀριθμοῦ τοῦ Ε· λέγω ὅτι ὁ Ε τὸν Α μετρεῖ. μὴ γὰρ
μετρείτω ὁ Ε τὸν Α· καί ἐστιν ὁ Ε πρῶτος· ἅπας δὲ
πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς ἅπαντα ὃν μὴ μετρεῖ πρῶ-
τός ἐστιν· οἱ Ε Α ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν·
καὶ ἐπεὶ ὁ Ε τὸν Δ μετρεῖ, μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Ζ·
ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν·
πάλιν ἐπεὶ ὁ Α τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας,
ὁ Α ἄρα τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ἀλλὰ
μὴν καὶ ὁ Ε τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν·
ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Ε Ζ· ἔστιν ἄρα ὡς
ὁ Α πρὸς τὸν Ε, ὁ Ζ πρὸς τὸν Γ· οἱ δὲ Α Ε πρῶτοι, οἱ δὲ
πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχον-
τας ἰσάκις, ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπό-
μενος τὸν ἑπόμενον· μετρεῖ ἄρα ὁ Ε τὸν Γ· μετρείτω αὐ-



τὸν Η κατὰ τὸν Η· ὁ Ε ἄρα τὸν Η πολλαπλασιάσας τὸν Γ πε-
ποίηκεν· ἀλλὰ μὴν διὰ τὸ πρὸ τούτου καὶ ὁ Α τὸν Β πολ-
λαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α Β ἴ-
σος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Ε Η· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε ὁ Η
πρὸς τὸν Β. οἱ δὲ Α Ε πρῶτοι. οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι·
οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχον-
τας αὐτοῖς ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ
ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· μετρεῖ ἄρα ὁ Ε τὸν Β. μετρεί-
τω αὐτὸν κατὰ τὸν Θ· ὁ Ε ἄρα τὸν Θ πολλαπλασιάσας
τὸν Β πεποίηκεν· ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασια-
σας τὸν Β πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν Ε Θ ἴσος ἐσ-
τὶ τῷ ἀπὸ τοῦ Α. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Α ὁ Α πρὸς τὸν
Θ· οἱ δὲ Α Ε πρῶτοι· οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι· οἱ δὲ ἐ-
λάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς
ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπό-
μενος τὸν ἑπόμενον· μετρεῖ ἄρα ὁ Ε τὸν Α ὡς ἡγούμενος
τὸν ἡγούμενον· ἀλλὰ μὴν καὶ οὐ μετρεῖ· ὅπερ ἀδύνα-
τον· οὐκ ἄρα οἱ Ε Α πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν·
σύνθετοι ἄρα· οἱ δὲ σύνθετοι ὑπὸ πρώτου ἀριθμοῦ
τινὸς μετροῦνται· καὶ ἐπεὶ
ὁ Ε πρῶτος ὑπόκειται·
ὁ δὲ πρῶτος ὑπὸ ἑτέρου
ἀριθμοῦ οὐ μετρεῖται ἢ ὑ-
φ' ἑαυτοῦ. ὁ Ε ἄρα τοὺς
Ε Ε μετρεῖ· ὥστε ὁ Ε τὸν Α
μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ·

ὁ Ε ἄρα τοὺς Α Δ μετρεῖ· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι ὑφ' ὅσων
ἂν ὁ Δ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται· ὑπὸ τῶν αὐτῶν
καὶ ὁ Α μετρηθήσεται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ὦσιν ἀνάλογον
ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα πρῶτος ᾖ· ὁ μέγιστος ὑ-
π' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν ὑπαρχόν-
των ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς· ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος
ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α Β Γ Δ·
ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ Α πρῶτος ἔστω· λέγω ὅτι ὁ μέ-
γιστος αὐτῶν ὁ Δ ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται πα-
ρὲξ τῶν Α Β Γ· εἰ γὰρ δυνατὸν μετρείσθω ὑπὸ τοῦ Ε καὶ
ὁ Ε μηδενὶ τῶν Α Β Γ ἔστω ὁ αὐτός· φανερὸν δὴ ὅτι
ὁ Ε πρῶτος οὐκ ἔστιν· εἰ γὰρ ὁ Ε πρῶτός ἐστι καὶ μετρεῖ
τὸν Δ· καὶ τὸν Α μετρήσει πρῶτον ὄντα μὴ ὢν αὐτῷ ὁ
αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ὁ Ε πρῶτός ἐστι·
σύνθετος ἄρα· πᾶς δὲ σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ
πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· λέγω δὴ ὅτι ὑπ' οὐ-
δενὸς ἄλλου πρώτου μετρηθήσεται πλὴν τοῦ Α· εἰ γὰρ
ὑφ' ἑτέρου μετρεῖται ὁ Ε· ὁ δὲ Ε τὸν Δ μετρεῖ· κἀκεῖνος
ἄρα τὸν Δ μετρήσει· ὥστε καὶ τὸν Α μετρήσει πρῶτον ὄν-
τα μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· ὁ Α ἄ-
ρα τὸν Ε μετρεῖ· καὶ ἐπεὶ ὁ Ε τὸν Δ μετρεῖ· μετρείτω αὐτὸν
κατὰ τὸν Ζ· λέγω ὅτι ὁ Ζ οὐδενὶ τῶν Α Β Γ ἐστὶν ὁ αὐτός·
εἰ γὰρ ὁ Ζ ἑνὶ τῶν Α Β Γ ἐστὶν ὁ αὐτός καὶ μετρεῖ τὸν Δ
κατὰ τὸν Ε· καὶ εἷς ἄρα τῶν Α Β Γ τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὸν Ε·
ἀλλ' εἷς τῶν Α Β Γ τὸν Δ μετρεῖ κα-
τά τινα τῶν Α Β Γ· καὶ ὁ Ε ἄρα ἑνί τῶν Α Β Γ ἐστὶν ὁ αὐτός.

ὅπερ οὐχ ὑπόκειται· οὐκ ἄρα ὁ Ζ ἐστί τινι τῶν Α Β Γ ἐστὶν ὁ αὐτός.
ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐκ ἔστιν ὁ Ζ πρῶτος.
εἰ γὰρ πρῶτος καὶ μετρεῖ τὸν Δ, καὶ τὸν Δ μετρήσει πρῶτος ὢν
μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα
πρῶτός ἐστιν ὁ Ζ. σύνθετος ἄρα· ὑπὸ πρώτου ἄρα τινὸς ἀ-
ριθμοῦ μετρεῖται. λέγω δὴ ὅτι ὑφ' ἑτέρου πρώτου οὐ με-
τρηθήσεται πλὴν τοῦ Α. εἰ γὰρ ἕτερός τις πρῶτος
τὸν Ζ μετρεῖ, ὁ δὲ Ζ τὸν Δ μετρεῖ, κἀκεῖνος ἄρα τὸν Δ
μετρήσει· ὥστε καὶ τὸν Β μετρήσει πρῶτον ὄντα μὴ ὢν
αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὁ Α ἄρα τὸν Ζ με-
τρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Ε τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὸν Ζ, ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ
πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Α
τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ὁ ἄρα
ἐκ τῶν Α Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Ε Ζ. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν
ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Γ. ὁ δὲ Α τὸν Ε με-
τρεῖ· καὶ ὁ Ζ ἄρα τὸν Γ μετρεῖ. μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Η. ὁμοί-
ως δὴ δείξομεν ὅτι ὁ Η οὐδενὶ τῶν Α Β ἐστὶν ὁ αὐτός,
καὶ ὅτι μετρεῖται ὑπὸ τοῦ Α. καὶ ἐπεὶ ὁ Ζ τὸν Γ μετρεῖ κατὰ
τὸν Η, ὁ Ζ ἄρα τὸν Η πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποί-
ηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ
πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α Β ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν
Ζ Η. ἀνάλογον ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ζ, ὁ Η πρὸς τὸν Β.
μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Ζ· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Η τὸν Β. μετρείτω
αὐτὸν κατὰ τὸν Θ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι ὁ Θ τῷ
Α οὐκ ἔστιν ὁ αὐτός. καὶ ἐπεὶ ὁ Η τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὸν Θ,
ὁ Η ἄρα τὸν Θ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν·

ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Α ἑαυτὸν πολλα-
πλασιάσας τὸν Β πε-
ποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν
Θ Η ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ
Α τετραγώνῳ· ἔστιν ἄρα
ὡς ὁ Θ πρὸς τὸν Α, ὁ Α
πρὸς τὸν Η. μετρεῖ δὲ ὁ Α
τὸν Η· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Θ
τὸν Α πρῶτον ὄντα μὴ
ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ὁ μέγιστος
ὁ Δ ὑφ' ἑτέρου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲξ τῶν Α Β Γ :-

ἐὰν ἐλάχιστος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν με-
τρῆται, ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου πρώτου ἀριθμοῦ μετρη-
θήσεται παρὲξ τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρούντων. ἐλάχι-
στος γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν τῶν
Β Γ Δ μετρείσθω. λέγω ὅτι ὁ Α ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου
πρώτου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲξ τῶν Β Γ Δ.
εἰ γὰρ δυνατόν, μετρείσθω ὑπὸ πρώτου τοῦ Ε, καὶ ὁ Ε μὴ
ἔστω μηδενὶ τῶν Β Γ Δ ὁ αὐτός. καὶ ἐπεὶ ὁ Ε τὸν Α μετρεῖ, με-
τρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Ζ· ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ πολλαπλασιάσας
τὸν Α πεποίηκε. καὶ μετρεῖται ὁ Α ὑπὸ πρώτων ἀρι-
θμῶν τῶν Β Γ Δ. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιά-
σαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, τὸν δὲ γενόμενον
ἐξ αὐτῶν μετρῇ τις πρῶτος ἀριθμός, καὶ ἕνα
τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει· οἱ Β Γ Δ ἄρα ἕνα τῶν Ε Ζ
μετρήσουσιν. τὸν μὲν οὖν Ε οὐ μετρήσουσιν· ὁ γὰρ Ε

πρῶτός ἐστιν καὶ οὐδενὶ
τῶν ΒΓΔ ὁ αὐτός. τὸν
Ζ ἄρα μετροῦσιν ἐλάσ-
σονα ὄντα τοῦ Α· ὅπερ
ἀδύνατον. ὁ γὰρ Α ὑ-
πόκειται ἐλάχιστος ὑ-
πὸ τῶν ΒΓΔ μετρούμε-
νος. οὐκ ἄρα τὸν Α με-
τρήσει πρῶτος ἀρι-
θμὸς παρὲξ τῶν ΒΓΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ιε΄ Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν ἐλάχιστοι τῶν
τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, δύο ὁποσοιοῦν (ὁποιοιοῦν) συν-
τεθέντες πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοί εἰσιν. Ἔστωσαν
τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐ-
τὸν λόγον ἐχόντων (ὁποιοιοῦν) αὐτοῖς οἱ ΑΒΓ· λέγω ὅτι τῶν ΑΒΓ δύ-
ο ὁποσοιοῦν συντεθέντες πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοί εἰσιν·
οἱ μὲν ΑΒ πρὸς τὸν Γ, οἱ δὲ ΒΓ πρὸς τὸν Α, καὶ ἔτι οἱ ΑΓ πρὸς
τὸν Β. εἰλήφθωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν
λόγον ἐχόντων τοῖς ΑΒΓ δύο οἱ ΔΕ ΕΖ· φανερὸν δὴ ὅ-
τι ὁ μὲν ΔΕ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίη-
κεν, τὸν δὲ ΕΖ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν·
καὶ ἔτι ὁ ΕΖ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν·
καὶ ἐπεὶ οἱ ΔΕ ΕΖ ἐλάχιστοί εἰσι, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν·
ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, καὶ
συναμφότερος πρὸς ἑκάτερον πρῶτός ἐστιν· καὶ ὁ ΔΖ
ἄρα πρὸς ἑκάτερον τῶν ΔΕ ΕΖ πρῶτός ἐστιν. ἀλλὰ μὴν

καὶ ὁ ΔΕ πρὸς τὸν ΕΖ πρῶτός ἐστιν· οἱ ΔΖ ΔΕ ἄρα πρὸς τὸν ΕΖ
πρῶτοί εἰσιν. καὶ ὁ ἐκ τῶν ΖΔ ΔΕ ἄρα πρὸς τὸν ΕΖ πρῶ-
τός ἐστιν· ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ ἑνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν λοι-
πὸν πρῶτός ἐστιν· ὥστε ὁ ἐκ τῶν ΖΔ ΔΕ καὶ πρὸς τὸν
ἀπὸ τοῦ ΕΖ πρῶτός ἐστιν· [illegible] ὁ ἀπὸ τοῦ ΕΖ
τοῦ ΔΕ ἐστὶ μετὰ τοῦ ἐκ τῶν [illegible] ὁ Α· ὁ δὲ ἐκ τῶν
πρῶτός ἐστι· καί ἐστιν ὁ μὲν ἀπὸ [illegible]
ΔΕ ΕΖ ὁ Β· ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ [illegible]· οἱ ΑΒ ἄρα συντεθέν-
τες πρὸς τὸν Γ πρῶτοί εἰσιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν
ὅτι καὶ οἱ ΒΓ πρὸς τὸν Α πρῶτοί εἰσιν. λέγω δὴ ὅτι καὶ οἱ
ΑΓ πρὸς τὸν Β πρῶτοί εἰσιν. ἐπεὶ γὰρ ὁ ΔΖ πρὸς ἑκάτερον
τῶν ΔΕ ΕΖ πρῶτός ἐστιν, [illegible] ὁ ἀπὸ τοῦ
ἑκάτερον τῶν ΔΕ ΕΖ πρῶτός ἐστιν [illegible]
ΔΖ πρὸς τὸν ὑπὸ τῶν ΔΕ ΕΖ [illegible]
ἀπὸ τοῦ ΔΖ ἴσοι εἰσὶν οἱ ἀπὸ τῶν [illegible] τοῦ δὶς
ὑπὸ τῶν ΔΕ ΕΖ· καὶ οἱ ἀπὸ τῶν ΔΕ ΕΖ πρὸς τὸν [illegible] διελόν-
τι· ὁ ἀπὸ τῶν ΔΕ ΕΖ μετὰ
τοῦ ἅπαξ ὑπὸ ΔΕ ΕΖ πρὸς
τὸν ὑπὸ ΔΕ ΕΖ πρῶτός ἐστιν ἔτι
διελόντι· ὁ ἀπὸ τῶν ΔΕ
ΕΖ ἄρα πρὸς τὸν ὑπὸ ΔΕ ΕΖ
πρῶτός ἐστιν· καί ἐστιν ὁ μὲν
ἀπὸ τοῦ ΔΕ ὁ Α· ὁ δὲ ὑπὸ
τῶν ΔΕ ΕΖ ὁ Β· ὁ δὲ ὑπὸ
τοῦ ΕΖ ὁ Γ· οἱ ΑΓ ἄρα συν-
τεθέντες πρὸς τὸν Β πρῶτοί εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιϛ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται
ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ δεύτερος
πρὸς ἄλλον τινά. δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α Β πρῶτοι πρὸς ἀλ-
λήλους ἔστωσαν. λέγω ὅτι οὐκ ἔστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕ-
τως ὁ Β πρὸς ἄλλον τινά. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὡς ὁ Α
πρὸς τὸν Β, ὁ Β πρὸς τὸν Γ. οἱ δὲ Α Β πρῶτοι. οἱ δὲ πρῶ-
τοι καὶ ἐλάχιστοι. οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοί. μετροῦσι τοὺς
τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσά-
κις. μετρεῖ ἄρα ὁ Α τὸν Β ὡς
ἡγούμενος ἡγούμενον. με-
τρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν. ὁ Α ἄρα
τοὺς Α Β μετρεῖ πρώτους ὄν-
τας πρὸς ἀλλήλους. ὅπερ
ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἐστὶν ὡς
ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς
τὸν Γ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ιζ Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ
δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐ-
κ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ ἔσχα-
τος πρὸς ἄλλον τινά. ἔστωσαν ὁσοιδηποτοῦν ἀρι-
θμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α Β Γ Δ. οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν οἱ
Α Δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστωσαν. λέγω ὅτι οὐκ ἔ-
στιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς ἄλλον τινά. εἰ
γὰρ δυνατόν, ἔστω ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς
τὸν Ε. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Δ, ὁ Β πρὸς
τὸν Ε. οἱ δὲ Α Δ πρῶτοι. οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι.

οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοί. μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας
ἰσάκις. ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος
τὸν ἑπόμενον. μετρεῖ ἄρα ὁ Α τὸν Β. καί ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς
τὸν Β, ὁ Β πρὸς τὸν Γ. καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Γ μετρεῖ. ὥστε καὶ ὁ Α
τὸν Γ μετρεῖ. καί ἐστιν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ὁ Γ πρὸς
τὸν Δ. μετρεῖ δὲ ὁ Β τὸν Γ. μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ. ἀλλ' ὁ Α
τὸν Γ ἐμέτρει. ὥστε ὁ Α
τὸν Γ μετρεῖ. ὥστε ὁ Α καὶ
τὸν Δ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ
ἑαυτόν. ὁ Α ἄρα τοὺς
Α Δ μετρεῖ πρώτους ὄν-
τας πρὸς ἀλλήλους. ὅ-
περ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐ-
κ ἄρα ἔσται ὡς ὁ Α πρὸς
τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς
ἄλλον τινά. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ιη Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστιν
αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν. ἔστωσαν οἱ δο-
θέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ Α Β. καὶ δέον ἔστω ἐπισκέψασθαι
εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσ-
ευρεῖν. οἱ δὴ Α Β ἤτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἢ οὔ. καὶ εἰ μὲν
οὖν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, δέδεικται ὅτι ἀ-
δύνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.
ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστωσαν οἱ Α Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους.
καὶ ὁ Β ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω. ὁ Α
δὴ τὸν Γ ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω πρότερον

κατὰ τὸν δ. ὁ α ἄρα τὸν δ πολλαπλασιάσας
τὸν γ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ β ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν γ πε-
ποίηκεν. ὁ ἄρα ἐκ τῶν α δ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τοῦ β. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α πρὸς τὸν β ὁ β πρὸς τὸν δ. τοῖς
α β ἄρα τρίτος ἀριθμὸς προσεύρηται ὁ δ. ἀλλὰ δὴ
μὴ μετρείτω ὁ α τὸν γ. λέγω ὅτι τοῖς α β ἀδύνατόν ἐστι
τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν. εἰ γὰρ δυ-
νατόν, προσευρήσθω ὁ δ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν α δ ἴσος
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ β. ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ β ἐστὶν ὁ γ. ὁ ἄρα ἐκ
τῶν α δ ἴσος ἐστὶ τῷ γ. ὥστε
ὁ α τὸν δ πολλαπλασιάσας
τὸν γ πεποίηκεν. ὁ α ἄρα
τὸν γ μετρεῖ κατὰ τὸν δ. ἀλλὰ
μὴν ὑπόκειται καὶ μὴ μετρῶν.
ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα δυ-
νατόν ἐστι τοῖς α β τρίτον ἀ-
νάλογον προσευρεῖν ἀρι-
θμόν, ὅταν ὁ α τὸν γ μὴ μετρῇ :-

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι πότε δυνατόν
ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν. ἔστω-
σαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ α β γ. καὶ δέον ἔστω
ἐπισκέψασθαι πότε δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀ-
νάλογον προσευρεῖν. οἱ δὴ α β γ ἤτοι ἑξῆς εἰσιν
ἀνάλογον καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν οἱ α γ πρῶτοι πρὸς
ἀλλήλους εἰσίν. ἢ οὔ. εἰ μὲν οὖν οἱ α β γ ἑξῆς εἰσιν
ἀνάλογον καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν οἱ α γ πρῶτοι πρὸς

ἀλλήλους εἰσί. δέδεικται ὅτι ἀδύνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρ-
τον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν. εἰ δὲ ὁ β τὸν γ πολ-
λαπλασιάσας τὸν δ ποιείτω. ὁ δὴ α τὸν δ ἤτοι μετρεῖ
ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω πρότερον κατὰ τὸν ε. ὁ α ἄρα
τὸν ε πολλαπλασιάσας τὸν δ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν
καὶ ὁ β τὸν γ πολλαπλασιάσας τὸν δ πεποίηκεν. ὁ
ἄρα ἐκ τῶν α ε ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν β γ. ἀνάλογον ἄρα
ἐστὶν ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, ὁ γ πρὸς τὸν ε. τοῖς α β γ ἄ-
ρα τέταρτος ἀνάλογον προσηύρηται ὁ ε. ἀλλὰ δὴ μὴ
μετρείτω ὁ α τὸν δ. λέγω ὅτι ἀδύνατόν ἐστι τοῖς α β γ
τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν. εἰ γὰρ δυνα-
τόν, προσευρήσθω ὁ ε. ὁ ἄρα ἐκ τῶν α ε ἴσος ἐστὶ τῷ
ἐκ τῶν β γ. ἀλλ' ὁ ἐκ τῶν β γ
ἐστὶν ὁ δ. καὶ ὁ ἐκ τῶν α ε ἄρα
ἴσος ἐστὶ τῷ δ. ὁ α ἄρα τὸν ε
πολλαπλασιάσας τὸν δ πε-
ποίηκεν. ὁ α ἄρα τὸν δ με-
τρεῖ κατὰ τὸν ε. ὥστε μετρεῖ
ὁ α τὸν δ. ἀλλὰ καὶ οὐ μετρεῖ. ὅ-
περ ἄτοπον. οὐκ ἄρα δυνα-
τόν ἐστι τοῖς α β γ τέταρτον ἀ-
νάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν, ὅταν ὁ α τὸν δ μὴ μετρῇ :-

Οἱ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους εἰσὶ παντὸς τοῦ προτε-
θέντος πλήθους πρώτων ἀριθμῶν. πρῶτοι ἀριθμοὶ ἔστωσαν οἱ προ-
τεθέντες πρῶτοι ἀριθμοὶ οἱ α β γ. λέγω ὅτι τῶν α β γ
πλείους εἰσὶ πρῶτοι ἀριθμοί. εἰλήφθω γὰρ ὁ ὑπὸ

τῶν ΑΒΓ ἐλάχιστος μετρούμενος ὑπ' αὐτῶν ὁ ΔΕ, καὶ προσκείσθω τῷ ΔΕ μονὰς ἡ ΔΖ· ὁ δὴ ΕΖ ἤτοι πρῶτός ἐστιν ἢ οὔ. ἔστω πρότερον πρῶτος· εὑρημένοι ἄρα εἰσὶ πρῶτοι ἀριθμοὶ οἱ ΑΒΓ ΕΖ πλείους τῶν ΑΒΓ. ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω πρῶτος ὁ ΕΖ· ὑπὸ πρώτου ἄρα τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. μετρείσθω ὑπὸ πρώτου τοῦ Η· λέγω ὅτι ὁ Η οὐδενὶ τῶν ΑΒΓ ἐστὶν ὁ αὐτός. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω. οἱ δὲ ΑΒΓ τὸν ΔΕ μετροῦσιν· καὶ ὁ Η ἄρα τὸν ΔΕ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν ΕΖ· καὶ λοιπὴν τὴν ΔΖ μονάδα μετρήσει ὁ Η ἀριθμὸς ὤν· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ὁ Η ἑνὶ τῶν ΑΒΓ ἐστὶν ὁ αὐτός. καὶ ὑπόκειται πρῶτος. εὑρημένοι ἄρα εἰσὶ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους τοῦ προτεθέντος πλήθους τῶν ΑΒΓ οἱ ΑΒΓΗ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα Ἐὰν ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστιν. συγκείσθωσαν γὰρ ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν οἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ· λέγω ὅτι ὅλος ὁ ΑΕ ἄρτιός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ ἕκαστος τῶν ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ἄρτιός ἐστιν, ἔχει μέρος ἥμισυ· ὥστε καὶ ὅλος ὁ ΑΕ ἔχει μέρος ἥμισυ. ἄρτιος δὲ ἀριθμός ἐστιν ὁ δίχα διαιρούμενος· ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΕ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν ἄρτιον ᾖ, ὁ ὅλος ἄρτιος ἔσται. συγκείσθωσαν γὰρ περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁσοιδηποτοῦν ἄρτιοι τὸ πλῆθος οἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ· λέγω ὅτι ὅλος ὁ ΑΕ ἄρτιός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ ἕκαστος τῶν ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ περιττός ἐστιν, ἀφαιρεθείσης μονάδος ἀφ' ἑκάστου ἕκαστος τῶν λοιπῶν ἄρτιος ἔσται· ὥστε καὶ ὁ συγκείμενος ἐξ αὐτῶν ἄρτιος ἔσται. ἔστι δὲ καὶ τὸ πλῆθος τῶν μονάδων ἄρτιον. καὶ ὅλος ἄρα ὁ ΑΕ ἄρτιός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κγ Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν περισσὸν ᾖ, καὶ ὁ ὅλος περισσὸς ἔσται. συγκείσθωσαν γὰρ ὁποσοιοῦν περισσοὶ ἀριθμοί, ὧν τὸ πλῆθος περισσὸν ἔστω, οἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ· λέγω ὅτι καὶ ὅλος ὁ ΑΔ περισσός ἐστιν. ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ΓΔ μονὰς ἡ ΔΕ· λοιπὸς ἄρα ὁ ΓΕ ἄρτιός ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ὁ ΑΓ ἄρτιος· καὶ ὅλος ἄρα ὁ ΑΕ ἄρτιός ἐστιν. καί ἐστι μονὰς ἡ ΔΕ· περισσὸς ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κδ Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται. ἀπὸ γὰρ ἀρτίου τοῦ ΑΒ ἄρτιος ἀφῃρήσθω ὁ ΒΓ· λέγω ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ ΓΑ ἄρ-

τιός ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ ὁ ΑΒ
ἄρτιός ἐστιν· ἔχει μέρος
ἥμισυ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
καὶ ὁ ΒΓ ἔχει μέρος ἥμισυ·
ὥστε καὶ λοιπὸς ὁ ΓΑ ἔχει μέρος ἥμισυ· ἄρτιος ἄρα ἐστὶν

κε Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται· ἀπὸ γὰρ ἀρτίου τοῦ ΑΒ περισσὸς ἀφῃρήσθω ὁ ΒΓ· λέγω ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ ΓΑ περισσός ἐστιν· ἀφῃρήσθω γὰρ ἀπὸ τοῦ ΒΓ μονὰς ἡ ΓΔ· ὁ ΔΒ ἄρα ἄρτιός ἐστιν· ἔστι δὲ καὶ ὁ ΑΒ ἄρτιος· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΑΔ ἄρτιός ἐστιν· καί ἐστι μονὰς ἡ ΓΔ· ὁ ΓΑ ἄρα περισσός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

κς Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται· ἀπὸ γὰρ περισσοῦ τοῦ ΑΒ περισσὸς ἀφῃρήσθω ὁ ΒΓ· λέγω ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ ΓΑ ἄρτιός ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ ὁ ΑΒ περισσός ἐστιν, ἀφῃρήσθω μονὰς ἡ ΒΔ· λοιπὸς ἄρα ὁ ΑΔ ἄρτιός ἐστιν· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ ΓΔ ἄρτιός ἐστιν· ὥστε καὶ λοιπὸς ὁ ΓΑ ἄρτιός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

κζ Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται· ἀπὸ γὰρ περισσοῦ τοῦ ΑΒ ἄρτιος ἀφῃρήσθω ὁ ΒΓ· λέγω ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ ΓΑ περισσός ἐστιν·

ἀφῃρήσθω γὰρ μονὰς ἡ ΑΔ· ὁ ΔΒ ἄρα ἄρτιός ἐστιν· ἔστι δὲ καὶ ὁ ΒΓ ἄρτιος· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΓΔ ἄρτιος· περισσὸς ἄρα ὁ ΓΑ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

κη Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἐπὶ ἄρτιον πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος ἄρτιος ἔσται· περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α ἐπὶ ἄρτιον τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· λέγω ὅτι ὁ Γ ἄρτιός ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· ὁ Γ ἄρα σύγκειται ἐκ τοσούτων ἴσων τῷ Β ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ Α μονάδες· καί ἐστιν ὁ Β ἄρτιος· ὁ Γ ἄρα σύγκειται ἐξ ἀρτίων· ἐὰν δὲ ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστιν· ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

κθ Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς περισσὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος περισσὸς ἔσται· περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α περισσὸν τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· λέγω ὅτι ὁ Γ περισσός ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· ὁ Γ ἄρα σύγκειται ἐκ τοσούτων ἴσων τῷ Β ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ Α μονάδες· καί ἐστιν ἑκάτερος τῶν Α Β περισσός· ὁ Γ ἄρα σύγκειται ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν ὧν τὸ πλῆθος περισσόν ἐστιν· ὥστε ὁ Γ περισσός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

λ' Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ μετρήσει. περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α ἄρτιον τὸν Β μετρείτω· λέγω ὅτι καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ μετρήσει. ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ, μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Γ· λέγω ὅτι ὁ Γ οὐκ ἔστι περισσός. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω. καὶ ἐπεὶ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὸν Γ, ὁ Α ἄρα τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ὁ Β ἄρα σύγκειται ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν ὧν τὸ πλῆθος περισσόν ἐστιν. ὁ Β ἄρα περισσός ἐστιν· ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ἄρτιος. οὐκ ἄρα ὁ Γ περισσός ἐστιν· ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ. ὥστε ὁ Α τὸν Β μετρεῖ ἀρτιάκις. διὰ δὴ τοῦτο καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ μετρήσει :~

λα' Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτος ᾖ, καὶ πρὸς τὸν διπλασίονα αὐτοῦ πρῶτος ἔσται. περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α πρός τινα ἀριθμὸν τὸν Β πρῶτος ἔστω· τοῦ δὲ Β διπλασίων ἔστω ὁ Γ· λέγω ὅτι ὁ Α καὶ πρὸς τὸν Γ πρῶτός ἐστιν. εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ Α Γ πρῶτοι, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρείτω καὶ ἔστω ὁ Δ. καί ἐστιν ὁ Α περισσός· περισσὸς ἄρα καὶ ὁ Δ. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ περισσὸς ὢν τὸν Γ μετρεῖ, καί ἐστιν ὁ Γ ἄρτιος, καὶ τὸν ἥμισυν ἄρα αὐτοῦ μετρήσει ὁ Δ. τοῦ δὲ Γ ἥμισύς ἐστιν ὁ Β. ὁ Δ ἄρα τὸν Β μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Α. ὁ Δ ἄρα τοὺς Α Β μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Γ πρῶτος οὐκ ἔστιν. οἱ Α Γ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~

λβ' Τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἀριθμῶν ἕκαστος ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον. ἀπὸ γὰρ δυάδος τῆς Α δεδιπλασιάσθωσαν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ οἱ Β Γ Δ· λέγω ὅτι οἱ Β Γ Δ ἀρτιάκις ἄρτιοί εἰσι μόνον. ὅτι μὲν οὖν ἕκαστος τῶν Β Γ Δ ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι, φανερόν· ἀπὸ γὰρ δυάδος ἐστὶ διπλασιασθείς. λέγω δὴ ὅτι καὶ μόνον. ἐκκείσθω γὰρ μονάς. ἐπεὶ οὖν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ Α πρῶτός ἐστιν, ὁ μέγιστος τῶν Α Β Γ Δ ὁ Δ ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν Α Β Γ. καί ἐστιν ἕκαστος τῶν Α Β Γ ἄρτιος· ὁ Δ ἄρα ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκάτερος τῶν Β Γ ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~

λγ' Ἐὰν ἀριθμὸς τὸν ἥμισυν ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον. ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α τὸν ἥμισυν ἐχέτω περισσόν· λέγω ὅτι ὁ Α ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον. ὅτι μὲν οὖν ἀρτιάκις περισσός ἐστι, φανερόν· ὁ γὰρ ἥμισυς αὐτοῦ περισσὸς ὤν, μετρεῖ αὐτὸν

ἀρτιάκις· λέγω δή, ὅτι καὶ μόνον· εἰ γὰρ ἔσται ὁ Α καὶ ἀρτιάκις ἄρτιος, μετρηθήσεται ὑπὸ ἀρτίου κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν· ὥστε καὶ ὁ ἥμισυς αὐτοῦ μετρηθήσεται ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ περισσὸς ὤν· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον· ὁ Α ἄρα ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

λδ Ἐὰν ἀριθμὸς μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ᾖ, μήτε τὸν ἥμισυν ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις περισσός. ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἔστω μήτε τὸν ἥμισυν ἐχέτω περισσόν· λέγω ὅτι ὁ Α ἀρτιάκις ἐστὶν ἄρτιος καὶ ἀρτιάκις περισσός· ὅτι μὲν οὖν ὁ Α ἀρτιάκις ἐστὶν ἄρτιος, φανερόν· τὸν γὰρ ἥμισυν οὐκ ἔχει περισσόν· λέγω δή, ὅτι καὶ ἀρτιάκις περισσός ἐστιν· ἐὰν γὰρ τὸν Α τέμνωμεν δίχα καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ δίχα καὶ τοῦτο ἀεὶ ποιῶμεν, καταντήσομεν εἴς τινα ἀριθμὸν περισσόν, ὃς μετρήσει τὸν Α κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν· εἰ γὰρ οὐ καταντήσομεν εἰς περισσὸν ἀριθμόν, ὃς μετρήσει τὸν Α κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν, καταντήσομεν εἰς δυάδα· καὶ ἔσται ὁ Α τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται· ὥστε ὁ Α ἀρτιάκις περισσός ἐστιν· ἐδείχθη δὲ καὶ ἀρτιάκις ἄρτιος· ὁ Α ἄρα ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις περισσός· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

λε Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ἀφαιρεθῶσι δὲ ἀπό τε τοῦ δευτέρου καὶ τοῦ ἐσχάτου ἴσοι τῷ πρώτῳ, ἔσται ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ πάντας. ἔστωσαν ὁποσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α, ΒΓ, Δ, ΕΖ ἀρχόμενοι ἀπὸ ἐλαχίστου τοῦ Α· καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ΒΓ καὶ τοῦ ΕΖ τῷ Α ἴσος ἑκάτερος τῶν ΒΗ, ΖΘ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ ΗΓ πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ ΕΘ πρὸς τοὺς Α, ΒΓ, Δ. κείσθω γὰρ τῷ μὲν ΒΓ ἴσος ὁ ΖΚ, τῷ δὲ Δ ἴσος ὁ ΖΛ· καὶ ἐπεὶ ὁ ΖΚ τῷ ΒΓ ἴσος ἐστίν, ὧν ὁ ΖΘ τῷ ΒΗ ἴσος ἐστί, λοιπὸς ἄρα ὁ ΘΚ λοιπῷ τῷ ΗΓ ἐστιν ἴσος· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ ΕΖ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν ΒΓ καὶ ὁ ΒΓ πρὸς τὸν Α, ἴσος δὲ ὁ μὲν Δ τῷ ΖΛ, ὁ δὲ ΒΓ τῷ ΖΚ, ὁ δὲ Α τῷ ΖΘ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΕΖ πρὸς τὸν ΛΖ, οὕτως ὁ ΛΖ πρὸς τὸν ΖΚ καὶ ὁ ΖΚ πρὸς τὸν ΖΘ· διελόντι ὡς ὁ ΕΛ πρὸς τὸν ΛΖ, οὕτως ὁ ΛΚ πρὸς τὸν ΖΚ καὶ ὁ ΚΘ πρὸς τὸν ΖΘ· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΚΘ πρὸς τὸν ΖΘ, οὕτως οἱ ΕΛ, ΛΚ, ΚΘ πρὸς τοὺς ΛΖ, ΖΚ, ΘΖ· ἴσος δὲ ὁ μὲν ΚΘ τῷ ΓΗ, ὁ δὲ ΖΘ τῷ Α, οἱ δὲ ΛΖ, ΖΚ, ΘΖ τοῖς Δ, ΒΓ, Α· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΓΗ πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ ΕΘ πρὸς τοὺς Δ, ΒΓ, Α.
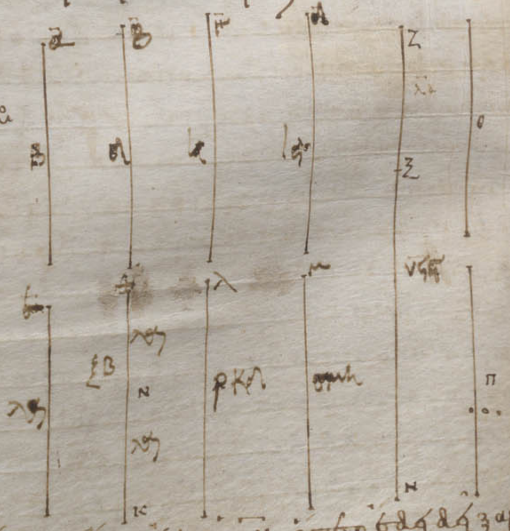
ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον,
οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυ-
τοῦ πάντας :-

λϛ Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐκτεθῶ-
σιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ ἕως οὗ ὁ σύμπας
συντεθεὶς πρῶτος γένηται, καὶ ὁ σύμπας ἐπὶ τὸν
ἔσχατον πολλαπλασιασθεὶς ποιῇ τινα, ὁ γενόμε-
νος τέλειος ἔσται. ἀπὸ γὰρ μονάδος ἐκκείσθωσαν
ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογί-
ᾳ ἕως οὗ ὁ σύμπας συντεθεὶς πρῶτος γένηται, οἱ
Α Β Γ Δ. καὶ τῷ σύμπαντι ἴσος ἔστω ὁ Ε. καὶ ὁ Ε τὸν Δ
πολλαπλασιάσας τὸν ΖΗ ποιείτω. λέγω ὅτι ὁ ΖΗ
τέλειός ἐστιν. ὅσοι γάρ εἰσιν οἱ Α Β Γ Δ τῷ πλήθει,
τοσοῦτοι ἀπὸ τοῦ Ε εἰλήφθωσαν ἐν τῇ διπλασίο-
νι ἀναλογίᾳ οἱ Ε ΘΚ Λ Μ. δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α
πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Μ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν Ε Δ
ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Α Μ. καὶ ἔστιν ὁ ἐκ τῶν Ε Δ ὁ ΖΗ. καὶ
ὁ ἐκ τῶν Α Μ ἄρα ἐστὶν ὁ ΖΗ. ὁ Α ἄρα τὸν Μ πολλα-
πλασιάσας τὸν ΖΗ πεποίηκεν. ὁ Μ ἄρα τὸν ΖΗ
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας. καί ἐστι δυὰς ὁ Α.
διπλάσιος ἄρα ἐστὶν ὁ ΖΗ τοῦ Μ. εἰσὶ δὲ καὶ οἱ Μ Λ Θ
Κ Ε ἑξῆς διπλάσιοι ἀλλήλων. οἱ Ε ΘΚ Λ Μ ΖΗ ἄρα
ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ.
ἀφῃρήσθω δὴ ἀπὸ τοῦ δευτέρου τοῦ ΘΚ καὶ τοῦ
ἐσχάτου τοῦ ΖΗ τῷ πρώτῳ τῷ Ε ἴσος ἑκάτε-
ρος τῶν ΘΝ ΖΞ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ἀ-

ριθμοῦ ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον. οὕτως ἡ τοῦ ἐσχά-
του ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ πάντας. ἔστιν
ἄρα ὡς ὁ ΝΚ πρὸς τὸν Ε. οὕτως ὁ ΞΗ πρὸς τοὺς Μ Λ ΚΘ Ε.
καί ἐστιν ὁ ΝΚ ἴσος τῷ Ε. καὶ ὁ ΞΗ ἄρα ἴσος ἐστὶ τοῖς Μ Λ
ΘΚ Ε. ἔστι δὲ καὶ ὁ ΖΞ τῷ Ε ἴσος. ὁ δὲ Ε τοῖς Α Β Γ Δ καὶ τῇ
μονάδι. ὅλος ἄρα ὁ ΖΗ ἴσος ἐστὶ τοῖς τε Ε ΘΚ Λ Μ καὶ τοῖς
Α Β Γ Δ καὶ τῇ μονάδι καὶ μετρεῖται ὑπ' αὐτῶν. λέγω ὅτι ὁ
ΖΗ ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν Α Β Γ Δ
Ε ΘΚ Λ Μ καὶ τῆς μονάδος. εἰ γὰρ δυνατόν. μετρεί-
τω τὸν ΖΗ ὁ Ο. καὶ ὁ Ο μηδενὶ τῶν Α Β Γ Δ Ε ΘΚ Λ Μ ἔστω
ὁ αὐτός. καὶ ὁσάκις ὁ Ο τὸν ΖΗ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες
ἔστωσαν ἐν τῷ Π. ὁ Π ἄρα τὸν Ο πολλαπλασιάσας
τὸν ΖΗ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Ε τὸν Δ πολλαπλα-
σιάσας τὸν ΖΗ πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν
Π ὁ Ο πρὸς τὸν Δ. καὶ ἐπεὶ ἀπὸ μονάδος ἑξῆς εἰσιν ἀ-
νάλογον ἀριθμοὶ οἱ Α Β Γ Δ. ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ Α
πρῶτός ἐστι· δυὰς γάρ. ὁ Δ ἄρα ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου ἀρι-
θμοῦ μετρηθήσεται παρὲξ τῶν Α Β Γ. ὁ δὲ Ο οὐδενὶ τῶν
Α Β Γ ἐστὶν ὁ αὐτός. οὐκ ἄρα μετρήσει ὁ Ο τὸν Δ. ἀλλ' ὡς
ὁ Ο πρὸς τὸν Δ ὁ Ε πρὸς τὸν Π. οὐδὲ ὁ Ε ἄρα τὸν Π με-
τρεῖ. καί ἐστιν ὁ Ε πρῶτος. ἅπας δὲ πρῶτος ἀριθμὸς
πρὸς ἅπαντα ὃν μὴ μετρεῖ πρῶτός ἐστιν. οἱ Ε Π ἄ-
ρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐ-
λάχιστοι. οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον
ἔχοντας ἰσάκις. ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ
ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον. καί ἐστιν ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Π ὁ Ο



πρὸς τὸν Λ· ἰσάκις ἄρα ὁ Ε τὸν Ο μετρεῖ καὶ ὁ Π τὸν Λ. ὁ δὲ Δ ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρεῖται παρὲξ τῶν Α Β Γ· ὁ Π ἄρα ἑνὶ τῶν Α Β Γ ἐστὶν ὁ αὐτός. ἔστω τῷ Β ὁ αὐτός. καὶ ὅσοι εἰσὶν οἱ Β Γ Δ τῷ πλήθει, τοσοῦτοι εἰλήφθωσαν ἀπὸ τοῦ Ε οἱ Ε ΘΚ Λ. καί εἰσιν οἱ Ε ΘΚ Λ τοῖς Β Γ Δ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Δ, ὁ Ε πρὸς τὸν Λ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν Β Λ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Δ Ε· ἀλλ' ὁ ἐκ τῶν Δ Ε ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Π Ο· καὶ ὁ ἐκ τῶν Π Ο ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Β Λ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Π πρὸς τὸν Β, ὁ Λ πρὸς τὸν Ο. καί ἐστιν ὁ Π τῷ Β ὁ αὐτός· καὶ ὁ Λ ἄρα τῷ Ο ἐστὶν ὁ αὐτός· ὅπερ ἀδύνατον· ὁ γὰρ Ο ὑπόκειται μηδενὶ τῶν ἐκκειμένων ὁ αὐτός· οὐκ ἄρα τὸν ΖΗ μετρήσει τις ἀριθμὸς παρὲξ τῶν Α Β Γ Δ Ε ΘΚ Λ Μ καὶ τῆς μονάδος. οἱ Α Β Γ Δ Ε ΘΚ Λ Μ ἄρα μόνοι καὶ ἡ μονὰς μετροῦσι τὸν ΖΗ. καὶ ἐδείχθη ὁ ΖΗ τοῖς Α Β Γ Δ Ε ΘΚ Λ Μ καὶ τῇ μονάδι ἴσος. τέλειος δὲ ἀριθμός ἐστιν ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν· τέλειος ἄρα ἐστὶν ὁ ΖΗ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



ὅροι τοῦ ι′

Σύμμετρα μεγέθη λέγεται τὰ τῷ αὐτῷ μέτρῳ μετρούμενα· ἀσύμμετρα δέ, ὧν μηδὲν ἐνδέχεται κοινὸν μέτρον γενέσθαι. Εὐθεῖαι δυνάμει σύμμετροί εἰσιν, ὅταν τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα τῷ αὐτῷ χωρίῳ μετρῆται· ἀσύμμετροι δέ, ὅταν τοῖς ἀπ' αὐτῶν τετραγώνοις μηδὲν ἐνδέχηται χωρίον κοινὸν μέτρον γενέσθαι. Τούτων ὑποκειμένων δείκνυται ὅτι τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ, τουτέστιν ἀφ' ἧς θέσει τὰ μέτρα τό τε πηχυαῖον καὶ τὸ παλαιστιαῖον καὶ τὸ δακτυλιαῖον ἢ τὸ ποδιαῖον λαμβάνεται, ὑπάρχουσιν εὐθεῖαι πλήθει ἄπειροι σύμμετροί τε καὶ ἀσύμμετροι, αἱ μὲν μήκει καὶ δυνάμει, αἱ δὲ δυνάμει μόνον. καλείσθω οὖν ἡ μὲν προτεθεῖσα εὐθεῖα ῥητή, καὶ αἱ ταύτῃ σύμμετροι εἴτε μήκει καὶ δυνάμει εἴτε δυνάμει μόνον ῥηταί, αἱ δὲ ταύτῃ ἀσύμμετροι κατ' ἀπὸ συναμφότερον, τουτέστι μήκει καὶ δυνάμει, ἄλογοι καλείσθωσαν. καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς προτεθείσης εὐθείας τετράγωνον ῥητόν, καὶ τὰ τούτῳ σύμμετρα ῥητά, τὰ δὲ τούτῳ ἀσύμμετρα ἄλογα καλείσθωσαν, καὶ αἱ δυνάμεναι αὐτὰ ἄλογοι καλείσθωσαν, εἰ μὲν τετράγωνα εἴη, αὐταὶ αἱ πλευραί, εἰ δὲ ἕτερά τινα εὐθύγραμμα, αἱ ἴσα αὐτοῖς τετράγωνα ἀναγράφουσαι.

α′ Δύο μεγεθῶν ἐκκειμένων ἀνίσων, ἐὰν ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀφαιρεθῇ μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, καὶ τοῦ καταλειπομένου μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, καὶ τοῦτο ἀεὶ γίγνηται, λειφθήσεταί τι μέγεθος, ὃ ἔσται ἔλασσον τοῦ ἐκκειμένου ἐλάσσονος με-

ἄλλως τὸ αὐτό



τὸ ΖΜ τοῦ ΙΚ. μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ΗΖ τοῦ ΛΚ. καὶ ἔστι τὸ μὲν ΖΗ ἴσον τῷ Γ. τὸ δὲ ΚΛ τῷ ΑΔ. τὸ Γ ἄρα μεῖζόν ἐστι τοῦ ΑΔ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~

β Ἐὰν δύο μεγεθῶν ἐκκειμένων ἀνίσων ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος τὸ καταλειπόμενον μηδέποτε καταμετρῇ τὸ πρὸ ἑαυτοῦ, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη. δύο γὰρ μεγεθῶν ὄντων ἀνίσων τῶν ΑΒ ΓΔ καὶ ὄντος ἐλάσσονος τοῦ ΑΒ ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, τὸ περιλειπόμενον μηδέποτε καταμετρείτω τὸ πρὸ ἑαυτοῦ. λέγω ὅτι ἀσύμμετρά ἐστι τὰ ΑΒ ΓΔ μεγέθη. εἰ γάρ ἐστι σύμμετρα, μετρήσει τι αὐτὰ μέγεθος. μετρείτω εἰ δυνατὸν καὶ ἔστω τὸ Ε. καὶ τὸ μὲν ΑΒ τὸ ΖΔ καταμετροῦν, λειπέτω ἑαυτοῦ ἔλασσον τὸ ΓΖ. τὸ δὲ ΓΖ τὸ ΒΗ καταμετροῦν, λειπέτω ἑαυτοῦ ἔλασσον τὸ ΑΗ. καὶ τοῦτο ἀεὶ γινέσθω ἕως οὗ λειφθῇ τι μέγεθος ὅ ἐστιν ἔλασσον τοῦ Ε. γεγονέτω καὶ λελείφθω τὸ ΑΗ ἔλασσον τοῦ Ε. ἐπεὶ οὖν τὸ Ε τὸ ΑΒ μετρεῖ. ἀλλὰ τὸ ΑΒ τὸ ΔΖ μετρεῖ. καὶ τὸ Ε ἄρα τὸ ΔΖ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸ ΓΔ. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΓΖ μετρήσει. ἀλλὰ τὸ ΓΖ τὸ ΒΗ μετρεῖ. καὶ τὸ Ε ἄρα τὸ ΒΗ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸ ΑΒ. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΗ μετρήσει τὸ μεῖζον τὸ ἔλασσον. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὰ ΑΒ ΓΔ μεγέθη μετρήσει τι μέγεθος.

Α Η Β Ε Γ Ζ Δ

ἀσύμμετρα ἄρα ἐστὶ τὰ ΑΒ ΓΔ μεγέθη. ἐὰν ἄρα δύο μεγεθῶν ἀνίσων καὶ τὰ ἑξῆς :~

γ Δύο μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. ἔστω τὰ δοθέντα δύο μεγέθη σύμμετρα τὰ ΑΒ ΓΔ. ὧν ἔλασσον τὸ ΑΒ. δεῖ δὴ τῶν ΑΒ ΓΔ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. τὸ ΑΒ γὰρ ἤτοι μετρεῖ τὸ ΓΔ ἢ οὔ. εἰ μὲν οὖν μετρεῖ, μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτό. τὸ ΑΒ ἄρα τῶν ΑΒ ΓΔ κοινὸν μέτρον ἐστί. καὶ φανερὸν ὅτι καὶ μέγιστον. μεῖζον γὰρ τοῦ ΑΒ μεγέθους τὸ ΑΒ οὐ μετρήσει. μὴ μετρείτω δὴ τὸ ΑΒ τὸ ΓΔ. ἀνθυφαιρουμένου τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος τὸ περιλειπόμενον μετρήσει ποτὲ τὸ πρὸ ἑαυτοῦ διὰ τὸ μὴ εἶναι ἀσύμμετρα τὰ ΑΒ ΓΔ. καὶ τὸ μὲν ΑΒ τὸ ΕΔ καταμετροῦν, λειπέτω ἑαυτοῦ ἔλασσον τὸ ΕΓ. τὸ δὲ ΕΓ τὸ ΑΖ. τὸ δὲ ΑΖ τὸ ΓΕ μετρείτω. ἐπεὶ οὖν τὸ ΑΖ τὸ ΓΕ μετρεῖ. ἀλλὰ τὸ ΓΕ τὸ ΖΒ μετρεῖ. καὶ τὸ ΑΖ ἄρα τὸ ΖΒ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτό. καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΑΒ μετρήσει τὸ ΑΖ. ἀλλὰ τὸ ΑΒ τὸ ΕΔ μετρεῖ. καὶ τὸ ΑΖ ἄρα τὸ ΕΔ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸ ΓΕ. καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΓΔ μετρεῖ. τὸ ΑΖ ἄρα τὰ ΑΒ ΓΔ μετρεῖ. τὸ ΑΖ ἄρα τῶν ΑΒ ΓΔ κοινὸν μέτρον ἐστί. λέγω δὴ ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ μή, ἔσται τι μέγεθος μεῖζον τοῦ ΑΖ ὃ μετρήσει τὰ ΑΒ ΓΔ. ἔστω τὸ Η. ἐπεὶ οὖν τὸ Η τὸ ΑΒ μετρεῖ. ἀλλὰ τὸ ΑΒ τὸ ΕΔ μετρεῖ. καὶ τὸ Η ἄρα τὸ ΕΔ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸ ΓΔ. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΓΕ μετρήσει τὸ Η. ἀλλὰ τὸ ΓΕ τὸ ΖΒ μετρεῖ. καὶ τὸ Η ἄρα τὸ ΖΒ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸ ΑΒ. καὶ λοιπὸν τὸ ΑΖ μετρήσει τὸ μεῖζον τὸ ἔλασσον. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

τον· οὐκ ἄρα μεῖζον μέγεθος τοῦ ΔΖ τὰ ΑΒ, ΓΔ μεγέθη μετρήσει· τὸ ΔΖ ἄρα τῶν ΑΒ, ΓΔ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστί. δύο ἄρα μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων τῶν ΑΒ, ΓΔ, τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ηὕρηται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:~

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν μέγεθος δύο μεγέθη μετρῇ, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει:~

δ. Τριῶν μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. ἔστω τὰ δοθέντα τρία μεγέθη σύμμετρα τὰ Α, Β, Γ· δεῖ δὴ τῶν Α, Β, Γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. εἰλήφθω γὰρ δύο τῶν Α, Β τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον καὶ ἔστω τὸ Δ· τὸ δὴ Δ τὸ Γ ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω πρότερον. ἐπεὶ οὖν τὸ Δ τὸ Γ μετρεῖ, μετρεῖ δὲ καὶ τὰ Α, Β, τὸ Δ ἄρα τὰ Α, Β, Γ μετρεῖ· τὸ Δ ἄρα τῶν Α, Β, Γ κοινὸν μέτρον ἐστί. καὶ φανερὸν ὅτι καὶ μέγιστον· μεῖζον γὰρ τοῦ Δ μεγέθους τὰ Α, Β οὐ μετρεῖ. μὴ μετρείτω δὴ τὸ Δ τὸ Γ. λέγω πρῶτον ὅτι σύμμετρά ἐστι τὰ Γ, Δ. ἐπεὶ γὰρ σύμμετρά ἐστι τὰ Α, Β, Γ, μετρήσει τι αὐτὰ μέγεθος, ὃ δηλαδὴ καὶ τὰ Α, Β μετρήσει· ὥστε καὶ τὸ τῶν Α, Β μέγιστον κοινὸν μέτρον τὸ Δ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸ Γ· ὥστε τὸ εἰρημένον μέγεθος μετρήσει τὰ Γ, Δ· σύμμετρα ἄρα ἐστὶ τὰ Γ, Δ. εἰλήφθω αὐτῶν τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον καὶ ἔστω τὸ Ε. ἐπεὶ οὖν τὸ Ε τὸ Δ μετρεῖ, ἀλλὰ τὸ Δ τὰ Α, Β μετρεῖ· καὶ τὸ Ε ἄρα τὰ Α, Β μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸ Γ· τὸ Ε ἄρα τῶν Α, Β, Γ κοινὸν μέτρον ἐστί. λέγω δὴ ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τι τοῦ Ε μεῖζον μέγεθος τὸ Ζ, καὶ μετρείτω τὰ Α, Β, Γ. καὶ ἐπεὶ τὸ Ζ τὰ Α, Β, Γ μετρεῖ, καὶ τὰ Α, Β ἄρα μετρήσει· καὶ τὸ τῶν Α, Β ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει. τὸ δὲ τῶν Α, Β μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶ τὸ Δ· τὸ Ζ ἄρα τὸ Δ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸ Γ· τὸ Ζ ἄρα τὰ Γ, Δ μετρεῖ· καὶ τὸ τῶν Γ, Δ ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει τὸ Ζ. ἔστι δὲ τὸ Ε· τὸ Ζ ἄρα τὸ Ε μετρήσει, τὸ μεῖζον τὸ ἔλασσον· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα μεῖζόν τι τοῦ Ε μεγέθους μέγεθος τὰ Α, Β, Γ μετρεῖ· τὸ Ε ἄρα τῶν Α, Β, Γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστίν, ἐὰν μὴ μετρῇ τὸ Δ τὸ Γ· ἐὰν δὲ μετρῇ, αὐτὸ τὸ Δ. τριῶν ἄρα μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ηὕρηται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:~

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν μέγεθος τρία μεγέθη μετρῇ, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ πλειόνων τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ληφθήσεται, καὶ τὸ πόρισμα προχωρήσει:~

ε. Τὰ σύμμετρα μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. ἔστω σύμμετρα μεγέθη τὰ Α, Β· λέγω ὅτι τὸ Α πρὸς τὸ Β λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. ἐπεὶ γὰρ σύμμετρά ἐστι τὰ Α, Β, μετρήσει τι αὐτὰ μέγεθος. μετρείτω καὶ ἔστω τὸ Γ. καὶ ὁσάκις τὸ Γ τὸ Α

πρὸς τὴν Ζ. οὕτως ἄρα
τὸ ἀπὸ τῆς ... πρὸς τὸ ...
... ὅμοιον ...
... ἀλλ' ὡς ἡ Α
πρὸς τὴν Ζ, οὕτως ἐστὶν
ὁ Δ ἀριθμὸς πρὸς τὸν Ε
ἀριθμόν. γέγονεν ἄρα
καὶ ὡς ὁ Δ ἀριθμὸς πρὸς
τὸν Ε ἀριθμόν, οὕτως
τὸ ἀπὸ τῆς Α εὐθείας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β εὐθείας:–

ἄλλως τὸ ϛ:–

Δύο γὰρ μεγέθη τὰ Α Β πρὸς ἄλληλα λόγον ἐχέτω ὃν ἀριθμὸς ὁ Γ πρὸς ἀριθμὸν τὸν Δ· λέγω ὅτι σύμμετρά ἐστι τὰ μεγέθη. ὅσαι γάρ εἰσιν ἐν τῷ Γ μονάδες, εἰς τοσαῦτα ἴσα διῃρήσθω τὸ Α, καὶ ἑνὶ αὐτῶν ἴσον ἔστω τὸ Ε· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Γ ἀριθμόν, τὸ Ε πρὸς τὸ Α. ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, τὸ Α πρὸς τὸ Β· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Δ, τὸ Ε πρὸς τὸ Β. μετρεῖ δὲ ἡ μονὰς τὸν Δ· μετρεῖ ἄρα καὶ τὸ Ε τὸ Β. ἡ μονὰς τὸν Γ· τὸ Ε ἄρα ἑκάτερον τῶν Α Β μετρεῖ.

Ζ τὰ Α Β ἄρα σύμμετρά ἐστιν. ὡς ἄρα αὐτῶν κοινὸν μέτρον τὸ Ε:–

Τὰ ἀσύμμετρα μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. ἔστω ἀσύμμετρα μεγέθη τὰ Α Β· λέγω ὅτι τὸ Α πρὸς τὸ Β λόγον οὐκ ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. εἰ γὰρ ἔχει τὸ Α πρὸς τὸ Β λόγον ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, σύμμετρον ἔσται τὸ Α τῷ Β. οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα τὸ Α πρὸς τὸ Β λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. τὰ ἄρα ἀσύμμετρα μεγέθη λόγον οὐκ ἔχει πρὸς ἄλληλα ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν:–

Η Ἐὰν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχῃ ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη. δύο γὰρ μεγέθη τὰ Α Β πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἐχέτω ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν· λέγω ὅτι ἀσύμμετρά ἐστι τὰ Α Β μεγέθη. εἰ γὰρ ἔσται σύμμετρα, τὸ Α πρὸς τὸ Β λόγον ἕξει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. οὐκ ἔχει δέ· ἀσύμμετρα ἄρα ἐστὶ τὰ Α Β μεγέθη. ἐὰν ἄρα δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα καὶ τὰ ἑξῆς:–

Θ Τὰ ἀπὸ τῶν μήκει συμμέτρων εὐθειῶν τετράγωνα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· καὶ τὰ τετράγωνα τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχοντα ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· καὶ τὰς

πλευρὰς ἕξει μήκει συμμέτρους. τὰ δὲ ἀπὸ τῶν μήκει ἀ-
συμμέτρων εὐθειῶν τετράγωνα πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ
ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀρι-
θμόν· καὶ τὰ τετράγωνα τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχον-
τα, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν,
οὐδὲ τὰς πλευρὰς ἕξει μήκει συμμέτρους. ἔστωσαν γὰρ
αἱ Α Β μήκει σύμμετροι· λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς Α τετρά-
γωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν τετρά-
γωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. ἐπεὶ γὰρ
σύμμετρός ἐστιν ἡ Α τῇ Β μήκει, ἡ Α ἄρα πρὸς τὴν Β λό-
γον ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. ἐχέτω ὃν ὁ
Γ πρὸς τὸν Δ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως
ὁ Γ ἀριθμὸς πρὸς τὸν Δ ἀριθμόν, ἀλλὰ τοῦ μὲν τῆς
Α πρὸς τὴν Β λόγου διπλασίων ἐστὶν ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς Α
τετραγώνου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β τετράγωνον· τὰ γὰρ ὅ-
μοια σχήματα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολό-
γων πλευρῶν· τοῦ δὲ τοῦ Γ ἀριθμοῦ πρὸς τὸν Δ ἀρι-
θμὸν λόγου διπλασίων ἐστὶν ὁ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ τετραγώ-
νου πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Δ τετράγωνον· δύο γὰρ τετραγώνων
ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ τετρά-
γωνος πρὸς τὸν τετράγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤ-
περ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς τὸ ἀπὸ
τῆς Α τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β τετράγωνον, οὕ-
τως ὁ ἀπὸ τοῦ Γ τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τὸν ἀπὸ
τοῦ Δ ἀριθμοῦ τετράγωνον ἀριθμόν. ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς
τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β τετράγω-

νον, οὕτως ὁ ἀπὸ τοῦ Γ τετράγωνος πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Δ τε-
τράγωνον· λέγω ὅτι σύμμετρός ἐστιν ἡ Α τῇ Β μήκει. ἐπεὶ
γάρ ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β
τετράγωνον, οὕτως ὁ ἀπὸ τοῦ Γ τετράγωνος πρὸς τὸν
ἀπὸ τοῦ Δ τετράγωνον· ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ἀπὸ τῆς Α τετρα-
γώνου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β τετράγωνον λόγος, διπλάσιος
ἐστι τοῦ τῆς Α πρὸς τὴν Β λόγου· ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ
ἀριθμοῦ τετραγώνου ἀριθμοῦ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ Δ α-
ριθμοῦ τετράγωνον ἀριθμὸν λόγος, διπλάσιός ἐστι
τοῦ τοῦ Γ ἀριθμοῦ πρὸς τὸν Δ ἀριθμὸν λόγου· ἔστιν
ἄρα καὶ ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ὁ Γ ἀριθμὸς πρὸς τὸν
Δ ἀριθμόν. ἡ Α ἄρα πρὸς τὴν Β λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς
ὁ Γ πρὸς ἀριθμὸν τὸν Δ· σύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ Α τῇ Β μή-
κει. ἀλλὰ δὴ ἀσύμμετρος ἔστω ἡ Α τῇ Β μήκει· λέγω ὅ-
τι τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β τετρά-
γωνον λόγον οὐκ ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς
τετράγωνον ἀριθμόν. εἰ γὰρ ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς Α τετρά-
γωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β τετράγωνον λόγον ὃν τε-
τράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, σύμ-
μετρος ἔσται ἡ Α τῇ Β. οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα τὸ ἀπὸ
τῆς Α τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β τετράγωνον
λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον
ἀριθμόν. πάλιν δὴ τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς Β τετράγωνον λόγον μὴ ἐχέτω, ὃν τετρά-
γωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· λέγω
ὅτι ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ Α τῇ Β μήκει. εἰ γάρ ἐστι σύμμε-

πρὸς τὴν ᾱ τῇ β̄. ἔσται τὸ ἀπὸ τῆς ᾱ τετράγωνον πρὸς τὸ
ἀπὸ τῆς β̄ τετράγωνον λόγον ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς
πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα σύμμε-
τρός ἐστιν ἡ ᾱ τῇ β̄ μήκει· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν μήκει ἀσυμ-
μέτρων καὶ τὰ ἑξῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~

ι Καὶ φανερὸν ἐκ τῶν δεδειγμένων. ὅτι αἱ μήκει σύμ-
μετροι πάντως καὶ δυνάμει· αἱ δὲ δυνάμει οὐ πάντως καὶ
μήκει· εἴπερ τὰ ἀπὸ τῶν μήκει συμμέτρων εὐθειῶν τε-
τράγωνα λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς
τετράγωνον ἀριθμόν· τὰ δὲ λόγον ἔχοντα ὃν ἀριθμὸς
πρὸς ἀριθμὸν. σύμμετρά ἐστιν· ὥστε αἱ μήκει σύμμε-
τροι εὐθεῖαι οὐ μόνον εἰσὶ μήκει σύμμετροι, ἀλλὰ καὶ δυ-
νάμει. πάλιν ἐπεὶ ὅσα τετράγωνα πρὸς ἄλληλα λόγον
ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν,
μήκει ἐδείχθη σύμμετρα, καὶ δυνάμει ὄντα σύμμετρα,
τῷ τὰ τετράγωνα λόγον ἔχειν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς
πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ὅσα ἄρα τετράγωνα λόγον
οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον
ἀριθμόν. ἀλλ' ἁπλῶς, ὃν ἕτερός τις ἀριθμὸς πρὸς ἀρι-
θμόν, σύμμετρα μὲν ἔσται αὐτὰ τὰ τετράγωνα τουτέστιν
αἱ εὐθεῖαι ἀφ' ὧν ἀναγράφονται, δυνάμει· οὐκέτι δὲ καὶ
μήκει· ὥστε αἱ μὲν μήκει σύμμετροι, πάντως καὶ δυ-
νάμει. αἱ δὲ δυνάμει, οὐ πάντως καὶ μήκει· ἐὰν μὴ καὶ λό-
γον ἔχοιεν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον
ἀριθμόν· λέγω δὴ ὅτι καὶ αἱ μήκει ἀσύμμετροι, οὐ πάν-
τως καὶ δυνάμει· ἐπειδὴ αἱ δυνάμει σύμμετροι. δύ-

[illegible marginal scholia]

νανται λόγον μὴ ἔχειν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετρά-
γωνον ἀριθμόν· καὶ διὰ τοῦτο δυνάμει οὖσαι σύμμετροι, μή-
κει εἰσὶν ἀσύμμετροι· ὥστε οὐχ αἱ τῷ μήκει ἀσύμμετροι
πάντως καὶ δυνάμει· ἀλλὰ δύνανται μήκει οὖσαι ἀσύμμε-
τροι, δυνάμει εἶναι καὶ ἀσύμμετροι καὶ σύμμετροι· αἱ δὲ δυ-
νάμει ἀσύμμετροι, πάντως καὶ μήκει ἀσύμμετροι· εἰ γὰρ
μήκει σύμμετροι, ἔσονται καὶ δυνάμει σύμμετροι· ὑ-
πόκεινται δὲ καὶ ἀσύμμετροι· ὅπερ ἄτοπον· ἄρα αἱ δυ-
νάμει ἀσύμμετροι. πάντως καὶ μήκει :~ + λῆμμα :~

Δέδεικται ἐν τοῖς ἀριθμητικοῖς ὅτι οἱ ὅμοιοι ἐπίπεδοι
ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν ὃν τετράγω-
νος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· καὶ ὅτι ἐὰν
δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν ὃν τετράγω-
νος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, ὅμοιοί εἰ-
σιν ἐπίπεδοι. καὶ δῆλον ἐκ τούτων ὅτι οἱ μὴ ὅμοιοι
ἐπίπεδοι ἀριθμοί τουτέστιν οἱ μὴ ἀνάλογον ἔχοντες
τὰς πλευρὰς πρὸς ἀλλήλους λόγον
οὐκ ἔχουσιν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς
πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· εἰ γὰρ ἕξου-
σιν, ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἔσονται. ὅπερ οὐ-
χ ὑπόκειται· οἱ ἄρα μὴ ὅμοιοι ἐπί-
πεδοι πρὸς ἀλλήλους λόγον οὐκ ἔ-
χουσιν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς
πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν :~



+ ἄλλως τὸ θ̄ :~

Εἰ γὰρ σύμμετρός ἐστιν ἡ ᾱ τῇ β̄. λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς

[illegible marginal scholion]

πρὸς ἀριθμόν· ἐχέτω ὃν ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὁ Γ ἑαυτὸν μὲν
πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω· τὸν δὲ Δ πολλαπλα-
σιάσας τὸν Ζ· ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Η
ποιείτω· ἐπεὶ οὖν ὁ Γ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας
τὸν Ε πεποίηκεν, τὸν δὲ Δ πολλαπλασιάσας τὸν
Ζ πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ [illegible]
ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β· οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸ ὑπὸ
τῶν Α Β· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸ ὑπὸ
τῶν Α Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. πάλιν ἐπεὶ ὁ Δ ἑαυτὸν
πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν, ὁ δὲ Γ τὸν Δ
πολλαπλασιάσας τὸν Ζ πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς
ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, τουτέστιν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως
ὁ Ζ πρὸς τὸν Η. ἀλλ' ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως τὸ ὑπὸ
τῶν Α Β πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ
τῶν Α Β πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η. ἀλ-
λ' ὡς τὸ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Α Β, οὕτως ἦν ὁ Ε
πρὸς τὸν Ζ· δι' ἴσου ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸ ἀπὸ
τῆς Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Η. ἑκάτερος δὲ τῶν Ε Η
τετράγωνός ἐστιν· ὁ μὲν γὰρ Ε ἀπὸ τοῦ Γ ἐστίν, ὁ δὲ Η ἀπὸ
τοῦ Δ· τὸ ἀπὸ τῆς Α ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β λόγον
ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ἀλλὰ δὴ ἐχέτω τὸ ἀπὸ τῆς Α πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς Β λόγον ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς ὁ Ε
πρὸς τετράγωνον ἀριθμὸν τὸν Η. λέγω ὅτι σύμμετρός
ἐστιν ἡ Α τῇ Β. ἔστω γὰρ τοῦ μὲν Ε πλευρὰ ὁ Γ, τοῦ
δὲ Η ὁ Δ· καὶ ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποι-

[illegible] ἀνάλογον [illegible]
ἐστιν ὁ Ζ· καὶ ἐπεὶ τῶν ἀπὸ τῶν Α Β μέσον ἀνάλογόν
[illegible] ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς
[illegible] τῶν Α Β [illegible] οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· ὡς δὲ τὸ
[illegible] τῆς Β, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η·
ὑπὸ τῶν Α Β πρὸς [illegible] ὑπὸ τῶν Α Β, οὕτως ἡ Α
πρὸς τὴν Β· αἱ Α Β ἄρα σύμμετροί εἰσιν· λόγον γὰρ ἔχου-
σιν ὃν ἀριθμὸς ὁ [illegible] πρὸς
[illegible] ἀριθμὸν τὸν Ζ· τουτέστιν ὁ Γ
[illegible] πρὸς τὸν Δ· ὡς γὰρ ὁ Γ
πρὸς τὸν Δ, ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· ὁ
γὰρ Γ ἑαυτὸν μὲν πολλα-
πλασιάσας τὸν Ε πεποίη-
κεν, τὸν δὲ Δ πολλαπλασι-
άσας τὸν Ζ πεποίηκεν·
ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ:

Τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ προσευρεῖν δύο εὐθείας ἀσυμ-
μέτρους, τὴν μὲν μήκει μόνον, τὴν δὲ καὶ δυνάμει.
ἔστω ἡ προτεθεῖσα εὐθεῖα ἡ Α· δεῖ δὴ τῇ Α προσευ-
ρεῖν δύο εὐθείας ἀσυμμέτρους, τὴν μὲν μήκει μόνον,
τὴν δὲ καὶ δυνάμει. ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο ἀριθμοὶ
οἱ Β Γ πρὸς ἀλλήλους λόγον μὴ ἔχοντες ὃν τετράγω-
νος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, τουτέστιν
μὴ ὅμοιοι ἐπίπεδοι· καὶ γεγονέτω ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ,
οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Δ
τετράγωνον· ἐμάθομεν γάρ· σύμμετρον ἄρα τὸ

ἀπὸ τῆς Α τῷ ἀπὸ τῆς Δ. καὶ ἐπεὶ ἡ Β πρὸς τὴν Γ λόγον οὐ
ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀρι-
θμόν· οὐδ' ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Δ λό-
γον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀ-
ριθμόν· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ Α τῇ Δ μήκει. εἰλή-
φθω τῶν Α Δ μέση ἀνάλογον ἡ Ε· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α
πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς Ε· ἀσύμμετρος δέ ἐστιν ἡ Α τῇ Δ μήκει·
ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον τῷ
ἀπὸ τῆς Ε τετραγώνῳ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ Α τῇ
Ε δυνάμει. τῇ ἄρα προτεθείσῃ εὐθείᾳ τῇ Α προ-
σηύρηνται δύο εὐθεῖαι ἀσύμμετροι αἱ Δ Ε, μήκει μὲν
μόνον ἡ Δ, καὶ δυνάμει δὲ καὶ
μήκει δηλαδὴ ἡ Ε. τῇ ἄρα
προτεθείσῃ εὐθείᾳ τῇ
τῇ ἀφ' ἧς ἔφαμεν τὰ μέτρα
λαμβάνεσθαι οἷον ἐστὶ τῇ Α.
προσηύρηται δυνάμει μόνον
σύμμετρος ἡ Δ, τουτέστι ῥη-
τὴ δυνάμει μόνον σύμμετρος·
ἄλογος δὲ ἡ Ε· ἀλόγους γὰρ
καθόλου καλεῖ τὰς καὶ μήκει
καὶ δυνάμει ἀσυμμέτρους τῇ
ῥητῇ :–

Α Β Γ Δ Ε Ζ Η

ια
Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ δὲ πρῶτον τῷ
δευτέρῳ σύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ τρίτον τῷ τετάρτῳ
σύμμετρον ἔσται· κἂν τὸ πρῶτον τῷ δευτέρῳ ἀσύμμετρον
ᾖ, καὶ τὸ τρίτον τῷ τετάρτῳ ἀσύμμετρον ἔσται. ἔστω-
σαν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὰ Α Β Γ Δ· ὡς τὸ Α πρὸς
τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ· τὸ Α δὲ τῷ Β σύμμετρον
ἔστω· λέγω ὅτι καὶ τὸ Γ τῷ Δ σύμμετρόν ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ
σύμμετρόν ἐστι τὸ Α τῷ Β, τὸ Α ἄρα πρὸς τὸ Β λόγον
ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν· καί ἐστιν ὡς τὸ Α πρὸς
τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ· καὶ τὸ Γ ἄρα πρὸς τὸ Δ λό-
γον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν· σύμμετρον ἄ-
ρα ἐστὶ τὸ Γ τῷ Δ. ἀλλὰ δὴ τὸ Α τῷ Β ἀσύμμετρον ἔστω·
λέγω ὅτι καὶ τὸ Γ τῷ Δ ἀσύμμετρον
ἐστίν. ἐπεὶ γὰρ ἀσύμμετρόν ἐστι τὸ Α
τῷ Β, τὸ Α ἄρα πρὸς τὸ Β λόγον οὐκ
ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν·
καί ἐστιν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ
πρὸς τὸ Δ· οὐδὲ τὸ Γ ἄρα πρὸς τὸ Δ
λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀ-
ριθμόν· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ
Γ τῷ Δ. ἐὰν ἄρα τέσσαρα μεγέ-
θη ἀνάλογον ᾖ, καὶ τὰ ἑξῆς :–

Α Β Γ Δ

ιβ
Τὰ τῷ αὐτῷ μεγέθει σύμμετρα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶ σύμμε-
τρα· ἑκάτερον γὰρ τῶν Α Β τῷ Γ ἔστω σύμμετρον·
λέγω ὅτι καὶ τὸ Α τῷ Β ἐστὶ σύμμετρον. ἐπεὶ γὰρ σύμ-
μετρόν ἐστι τὸ Α τῷ Γ, τὸ Α ἄρα πρὸς τὸ Γ λόγον ἔχει ὃν
ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. ἐχέτω ὃν ὁ Δ πρὸς τὸν Ε·
πάλιν ἐπεὶ σύμμετρόν ἐστι τὸ Γ τῷ Β, τὸ Γ ἄρα πρὸς τὸ Β

[illegible]

λόγον ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν· ἐχέτω ὃν ὁ Ζ
πρὸς τὸν Η. καὶ εἰλήφθωσαν [illegible] ὅσοι
ὃν ἔχει ὁ Δ πρὸς τὸν Ε καὶ ὁ Ζ πρὸς τὸν Η [illegible]
ἀριθμοὶ ἑξῆς [illegible] ἐλάχιστοι οἱ Θ Κ Λ ὥστε
εἶναι ὡς μὲν τὸν Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως τὸν Θ πρὸς τὸν
Κ, ὡς δὲ τὸν Ζ πρὸς τὸν Η, οὕτως τὸν Κ πρὸς τὸν Λ.
ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε·
ἀλλ᾽ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Κ· ἔστιν
ἄρα καὶ ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Κ. πά-
λιν ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Β, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η·
ἀλλ᾽ ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ· καὶ ὡς
ἄρα τὸ Γ πρὸς τὸ Β, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ. ἔστιν δὲ
ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ οὕτως
ὁ Θ πρὸς τὸν Κ· δι᾽ ἴσου
ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς
τὸ Β, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν
Λ. τὸ Α ἄρα πρὸς τὸ Β
λόγον ἔχει, ὃν ἀριθμὸς
ὁ Θ πρὸς ἀριθμὸν τὸν
Λ· σύμμετρον ἄρα ἐστὶ
τὸ Α τῷ Β· τὰ ἄρα τῷ
αὐτῷ μεγέθει σύμμετρα
καὶ ἀλλήλοις ἐστὶ σύμμετρα :–

Α Γ Β
Δ Ε Ζ Η
Θ Κ Λ

ιγ ἐὰν ᾖ δύο μεγέθη, καὶ τὸ μὲν σύμμετρον ᾖ τινι τῷ αὐτῷ,
τὸ δὲ ἕτερον ἀσύμμετρον, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέ-
θη. ἔστω γὰρ δύο μ[illegible]

[illegible]

τὸ μὲν Α τῷ Γ σύμμετρον ἔστω·
τὸ δὲ Β τῷ Γ ἀσύμμετρον·
λέγω ὅτι καὶ τὸ Α τῷ Β ἀ-
σύμμετρόν ἐστιν. εἰ γάρ ἐστι
σύμμετρον τὸ Α τῷ Β, ἔστι
δὲ καὶ τὸ Γ τῷ Α, καὶ τὸ Γ
ἄρα τῷ Β σύμμετρόν ἐστιν.
ὅπερ οὐχ ὑπόκειται :–

Α Γ Β

ιδ ἐὰν ᾖ δύο μεγέθη σύμμετρα, τὸ δὲ ἕτερον αὐτῶν μεγέθει
τινὶ ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ λοιπὸν τῷ αὐτῷ ἀσύμ-
μετρον ἔσται. ἔστω δύο μεγέθη σύμμετρα τὰ Α Β, τὸ δὲ
ἕτερον αὐτῶν τὸ Α ἄλλῳ τινὶ τῷ Γ ἀσύμμετρον ἔστω·
λέγω ὅτι καὶ τὸ λοιπὸν τὸ Β τῷ Γ ἀσύμμετρόν ἐστιν. εἰ
γάρ ἐστι σύμμετρον τὸ Β
τῷ Γ, ἀλλὰ καὶ τὸ Α τῷ
Β σύμμετρόν ἐστι, καὶ τὸ Α
ἄρα τῷ Γ σύμμετρόν ἐστιν·
ἀλλὰ καὶ ἀσύμμετρον· ὅ-
περ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα
σύμμετρόν ἐστι τὸ Β τῷ Γ·
ἀσύμμετρον ἄρα. ἐὰν ἄρα
ᾖ δύο μεγέθη σύμμετρα, καὶ τὰ ἑξῆς :– + ΛΗΜΜΑ :–

Α Β Γ

ιε δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων, εὑρεῖν τίνι μεῖζον δύνα-
ται ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος. ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι
δύο ἄνισοι εὐθεῖαι αἱ ΑΒ Γ, ὧν μείζων ἔστω ἡ ΑΒ· δεῖ
δὴ εὑρεῖν τίνι μεῖζον δύναται ἡ ΑΒ τῆς Γ. γεγράφθω



ἐπὶ τῆς ΑΒ ἡμικύκλιον τὸ ΑΔΒ, καὶ εἰς αὐτὸ ἐνηρμόσθω τῇ Γ ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ. φανερὸν δὴ ὅτι ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΔΒ γωνία, καὶ ὅτι ἡ ΑΒ τῆς ΑΔ, τουτέστι τῆς Γ, μεῖζον δύναται τῇ ΔΒ. ὁμοίως δὲ καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἡ δυναμένη αὐτὰς εὑρίσκεται οὕτως. ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΔ, ΔΒ, καὶ δέον ἔστω εὑρεῖν τὴν δυναμένην αὐτάς. κείσθωσαν γὰρ ὥστε ὀρθὴν γωνίαν περιέχειν τὴν ὑπὸ ΑΔ, ΔΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ· φανερὸν πάλιν ὅτι ἡ τὰς ΑΔ, ΔΒ δυναμένη ἐστὶν ἡ ΑΒ.

Δ
Α
Β
Γ

ις Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, δύνηται δὲ ἡ πρώτη τῆς δευτέρας μεῖζον τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ τρίτη τῆς τετάρτης μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. καὶ ἐὰν ἡ πρώτη τῆς δευτέρας μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ τρίτη τῆς τετάρτης μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

ἔστωσαν γὰρ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ Α, Β, Γ, Δ, ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, καὶ ἡ Α μὲν τῆς Β μεῖζον δυνάσθω τῷ ἀπὸ τῆς Ε, ἡ δὲ Γ τῆς Δ μεῖζον δυνάσθω τῷ ἀπὸ τῆς Ζ· λέγω ὅτι εἴτε σύμμετρός ἐστιν ἡ Α τῇ Ε, σύμμετρός ἐστι καὶ ἡ Γ τῇ Ζ, εἴτε ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ Α τῇ Ε, ἀσύμμετρός ἐστι καὶ ἡ Γ τῇ Ζ.

ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, ἔστιν ἄρα καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Γ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Δ. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς Α ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν Ε, Β, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς Γ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν Δ, Ζ. ἔστιν ἄρα ὡς τὰ ἀπὸ τῶν Ε, Β πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β, οὕτως τὰ ἀπὸ τῶν Δ, Ζ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Δ· διελόντι ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς Ε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Ζ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Δ· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ Ε πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Ζ πρὸς τὴν Δ· ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Β πρὸς τὴν Ε, οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Ζ. ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Δ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Ε, οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Ζ. εἴτε οὖν σύμμετρός ἐστιν ἡ Α τῇ Ε, σύμμετρός ἐστι καὶ ἡ Γ τῇ Ζ, εἴτε ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ Α τῇ Ε, ἀσύμμετρός ἐστι καὶ ἡ Γ τῇ Ζ. ἐὰν ἄρα καὶ τὰ ἑξῆς.

Α
Β
Ε
Γ
Δ
Ζ

ιζ Ἐὰν δύο μεγέθη σύμμετρα συντεθῇ, καὶ τὸ ὅλον ἑκατέρῳ αὐτῶν σύμμετρον ἔσται· κἂν τὸ ὅλον ἑνὶ αὐτῶν σύμμετρον ᾖ, καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς μεγέθη σύμμετρα ἔσται. συγκείσθω γὰρ δύο μεγέθη σύμμετρα τὰ ΑΒ, ΒΓ· λέγω ὅτι καὶ ὅλον τὸ ΑΓ ἑκατέρῳ τῶν ΑΒ, ΒΓ ἐστὶ σύμμετρον.

ἐπεὶ γὰρ σύμμετρά ἐστι τὰ ΑΒ ΒΓ· μετρήσει τι αὐτὰ μέγεθος·
μετρείτω καὶ ἔστω τὸ Δ. ἐπεὶ οὖν τὸ Δ τὰ ΑΒ ΒΓ μετρεῖ,
καὶ ὅλον τὸ ΑΓ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὰ ΑΒ ΒΓ· τὸ Δ ἄρα
τὰ ΑΒ ΒΓ ΑΓ μετρεῖ· σύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΓ ἑκατέ-
ρῳ τῶν ΑΒ ΒΓ. ἀλλὰ δὴ τὸ ΑΓ ἑκατέρῳ τῶν ΑΒ ΒΓ ἔστω σύμ-
μετρον· ἔστω δὴ τῷ ΑΒ·
λέγω δὴ ὅτι καὶ τὰ ΑΒ ΒΓ
σύμμετρά ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ
σύμμετρά ἐστι τὰ ΓΑ ΑΒ
μετρήσει τι αὐτὰ μέγεθος·
μετρείτω καὶ ἔστω τὸ Δ. ἐπεὶ
οὖν τὸ Δ τὰ ΓΑ ΑΒ μετρεῖ,
καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΒΓ με-
τρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸ ΑΒ·
τὸ Δ ἄρα τὰ ΑΒ ΒΓ μετρή-
σει· σύμμετρα ἄρα ἐστὶν
τὰ ΑΒ ΒΓ. ἐὰν ἄρα δύο μεγέθη, καὶ τὰ ἑξῆς :—

ις ἐὰν δύο μεγέθη ἀσύμμετρα συντεθῇ, καὶ τὸ ὅλον ἑκατέ-
ρῳ αὐτῶν ἀσύμμετρον ἔσται· κἂν τὸ ὅλον ἑνὶ αὐτῶν
ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς μεγέθη ἀσύμμετρα ἔσται.
συγκείσθω γὰρ δύο μεγέθη ἀσύμμετρα τὰ ΑΒ ΒΓ· λέ-
γω ὅτι καὶ ὅλον τὸ ΑΓ ἑκατέρῳ τῶν ΑΒ ΒΓ ἀσύμμε-
τρόν ἐστιν. εἰ γὰρ μή ἐστιν ἀσύμμετρα τὰ ΓΑ ΑΒ, με-
τρήσει τι αὐτὰ μέγεθος. μετρείτω εἰ δυνατόν, καὶ ἔστω
τὸ Δ. ἐπεὶ οὖν τὸ Δ τὰ ΓΑ ΑΒ μετρεῖ, καὶ λοιπὸν
τὸ ΒΓ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸ ΑΒ· τὸ Δ ἄρα

μετρεῖ· σύμμετρα ἄρα ἐστὶ τὰ ΑΒ ΒΓ· ὑπόκειται δὲ
μετρα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τὰ ΓΑ Α
τι μέγεθος· ἀσύμμετρα ἄρα ἐστὶ τὰ ΓΑ ΑΒ· ὁ
δείξομεν ὅτι καὶ τὰ ΑΓ ΓΒ ἀσύμμετρά ἐστιν· τὸ
ἑκατέρῳ τῶν ΑΒ ΒΓ ἀσύμμετρον· ἀλλὰ δὴ τὸ ΑΓ
τῶν ΑΒ ΒΓ ἀσύμμετρον ἔστω· ἔστω δὴ πρότερον τῷ ΑΒ· λέ-
γω ὅτι καὶ τὰ ΑΒ ΒΓ ἀσύμμετρά ἐστιν· εἰ γὰρ ἔσται σύμμετρα, μετρή-
σει τι αὐτὰ μέγεθος· μετρείτω καὶ ἔστω τὸ Δ. ἐπεὶ οὖν τὸ Δ
τὰ ΑΒ ΒΓ μετρεῖ, καὶ ὅλον
ἄρα τὸ ΑΓ μετρήσει· μετρεῖ
δὲ καὶ τὸ ΑΒ· τὸ Δ ἄρα τὰ
ΓΑ ΑΒ μετρεῖ· σύμμετρα
ἄρα ἐστὶ τὰ ΓΑ ΑΒ· ὑπό-
κειται δὲ καὶ ἀσύμμετρα· ὅ-
περ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ
ἄρα τὰ ΑΒ ΒΓ μετρήσει
τι μέγεθος· ἀσύμμετρα
ἄρα ἐστὶ τὰ ΑΒ ΒΓ. ἐὰν ἄρα δύο μεγέθη, καὶ τὰ ἑξῆς :—

+ λῆμμα :—

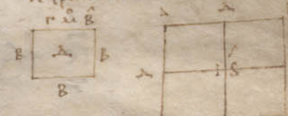
ἐὰν παρά τινα εὐθεῖαν παραβληθῇ παραλληλόγραμμον
ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, τὸ παραβληθὲν ἴσον ἐστὶ
τῷ ὑπὸ τῶν ἐκ τῆς παραβολῆς γενομένων τμη-
μάτων τῆς εὐθείας. παρὰ γάρ τινα εὐθεῖαν τὴν
ΑΒ παραβεβλήσθω τὸ ΑΔ παραλληλόγραμμον
ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ τῷ ΔΒ· λέγω ὅτι ἴσον
ἐστὶ τὸ ΑΔ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ· καὶ ἔστιν αὐτόθεν

φανερόν· ἐπεὶ γὰρ τὸ τετράγωνόν ἐστιν τὸ ΑΒ, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΒΓ· καὶ ἐστὶν τὸ ΑΔ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΔ· τουτέστιν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ· ἐὰν ἄρα παρὰ τινα εὐθεῖαν· καὶ τὰ ἑξῆς τῆς προτάσεως:-

ιη

ἐὰν ὦσιν δύο εὐθεῖαι ἄνισοι· τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ καὶ εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρῇ μήκει· ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει· καὶ ἐὰν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει· τῷ δὲ τετάρτῳ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ· εἰς σύμμετρα αὐτὴν διελεῖ μήκει· ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ Α ΒΓ· ὧν μείζων ἡ ΒΓ· τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος τῆς Α τουτέστιν τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τοῦ Α ἴσον παρὰ τὴν ΒΓ παραβεβλήσθω ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ καὶ ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ ΔΓ· σύμμετρος δὲ ἔστω ἡ ΒΔ τῇ ΔΓ μήκει· λέγω ὅτι ἡ ΒΓ τῆς Α μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· τετμήσθω γὰρ ἡ ΒΓ δίχα

κατὰ τὸ Ε σημεῖον· καὶ κείσθω τῇ ΔΕ ἴση ἡ ΕΖ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΓ ἴση ἐστὶν τῇ ΒΖ· καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΒΓ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Ε· εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΔ ΔΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΓ τετραγώνῳ· καὶ τὰ τετραπλάσια· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΒΔ ΔΓ μετὰ τοῦ τετραπλασίου τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ ἴσα ἐστὶ τῷ τετράκις ἀπὸ τῆς ΕΓ τετραγώνῳ· ἀλλὰ τῷ μὲν τετραπλασίῳ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΔ ΔΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον· τῷ δὲ τετραπλασίῳ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ τετράγωνον· διπλασίων γάρ ἐστιν ἡ ΔΖ τῆς ΔΕ· τῷ δὲ τετραπλασίῳ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον· διπλασίων γάρ ἐστιν πάλιν ἡ ΒΓ τῆς ΓΕ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν Α ΔΖ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ· ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τοῦ ἀπὸ τῆς Α μεῖζόν ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς ΔΖ· ἡ ΒΓ ἄρα τῆς Α μεῖζον δύναται τῇ ΔΖ· δεικτέον ὅτι καὶ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΒΓ τῇ ΔΖ· ἐπεὶ γὰρ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΒΔ τῇ ΔΓ μήκει· + ΔΓ μήκει· σύμμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΓΔ μήκει· ἀλλὰ ἡ ΓΔ ταῖς ΓΔ ΒΖ ἐστὶ σύμμετρος μήκει· ἴση γὰρ ἐστὶν ἡ ΓΔ τῇ ΒΖ· καὶ ἡ ΒΓ ἄρα ταῖς ΒΖ ΓΔ ἐστὶ σύμμετρος μήκει· ὥστε καὶ λοιπῇ τῇ ΖΔ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΒΓ μήκει· ἡ ΒΓ ἄρα τῆς Α μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· ἀλλὰ δὴ ἡ ΒΓ τῆς Α μεῖζον δυνάσθω τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· τῷ δὲ τετάρτῳ τοῦ ἀπὸ τῆς Α ἴσον παρὰ τὴν ΒΓ παραβεβλήσθω



...τῷ δὲ τετραγώνῳ. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ ΔΓ ...
... ὅτι σύμμετρός ἐστιν ἡ ΒΔ τῇ ΔΓ μήκει ...
... κατασκευασθέντων. ὁμοίως δείξομεν ...
... δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ... δύναται
ΒΓ τῆς Α μεῖζον τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ ...
... ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΖΔ ...
συναμφότερος ... ἡ ΒΓ ...
σύμμετρός ἐστιν ἡ ΒΓ ...
... συναμφότερος ...
ΒΖ ΔΓ τῇ ΒΓ σύμμετρος
... μήκει. ἴση γάρ ἐστιν ἡ
ΒΓ τῇ ΔΓ. ἡ ΒΓ ἄρα
σύμμετρός ἐστι τῇ ΖΔ
διελόντι ἄρα ἡ ΒΔ τῇ
ΔΓ ἐστὶ σύμμετρος μήκει.
ἐὰν ἄρα ὦσιν δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, καὶ τὰ ἑξῆς:

ιη

ἐὰν ὦσιν δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διαιρῇ μήκει, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐὰν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ, τῷ δὲ τετάρτῳ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ μήκει. ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ

ΒΓ Α, ὧν μείζων ἡ ΒΓ. τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος τῆς Α ἴσον παρὰ τὴν ΒΓ παραβεβλήσθω ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ. λέγω τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ ΔΓ ... ἀσύμμετρος ἔστω ἡ ΒΔ τῇ ΔΓ μήκει. λέγω ὅτι ἡ ΒΓ τῆς Α μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ. τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ... ὁμοίως δείξομεν ὅτι ἡ ΒΓ τῆς Α μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ τῆς ΖΔ. ... ΖΔ. δεικτέον οὖν ὅτι ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΒΓ τῇ ΖΔ ... ἀσύμμετρος ... συναμφότερος ... ΒΖ ΔΓ ... ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΒΓ μήκει. ἡ ΒΓ ἄρα ... δύναται τῷ ἀπὸ τῆς ΖΔ. ἡ ΒΓ ἄρα ... δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ. ... ἡ ΒΓ τῆς Α μεῖζον τῷ ἀπὸ τῆς Α ... τετάρτῳ τοῦ ἀπὸ τῆς Α ἴσον παρὰ τὴν ΒΓ ... τετραγώνῳ. λέγω ὅτι ... ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΒΔ τῇ ΔΓ μήκει ... τῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δείξομεν ὅτι ἡ ΒΓ τῆς Α μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ... ἀλλὰ ἡ ΒΓ τῆς Α μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ. ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΖΔ μήκει. ὥστε ... συναμφοτέρῳ τῇ ΒΖ ΔΓ ἀσύμμετρος

Β Ζ Ε Δ Γ

ἐστὶν ἡ ΒΓ· ἀλλὰ συναμφότερος ἡ ΒΖ, ΔΓ τῇ ΔΓ σύμμετρός ἐστι μήκει· καὶ ἡ ΒΓ ἄρα τῇ ΔΓ ἀσύμμετρός ἐστι μήκει· ὥστε καὶ διελόντι ἡ ΒΔ τῇ ΔΓ ἀσύμμετρός ἐστι μήκει. ἐὰν ἄρα ὦσιν δύο εὐθεῖαι καὶ τὰ ἑξῆς.

Ἐπεὶ δέδεικται ὅτι αἱ μήκει σύμμετροι πάντως καὶ δυνάμει εἰσὶ σύμμετροι, αἱ δὲ δυνάμει οὐ πάντως καὶ μήκει, ἀλλὰ δὴ δύνανται καὶ μήκει σύμμετροι εἶναι καὶ ἀσύμμετροι, φανερὸν ὅτι ἐὰν τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ σύμμετρός τις ᾖ μήκει, λέγεται ῥητὴ καὶ σύμμετρος αὐτῇ οὐ μόνον μήκει ἀλλὰ καὶ δυνάμει· αἱ γὰρ μήκει σύμμετροι πάντως καὶ δυνάμει. ἐὰν δὲ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ σύμμετρός τις ᾖ δυνάμει, εἰ μὲν καὶ μήκει, λέγεται καὶ οὕτως ῥητὴ καὶ σύμμετρος αὐτῇ μήκει καὶ δυνάμει· εἰ δὲ τῇ ἐκκειμένῃ πάλιν ῥητῇ σύμμετρός τις οὖσα δυνάμει μήκει αὐτῇ ᾖ ἀσύμμετρος, λέγεται καὶ οὕτως ῥητὴ δυνάμει μόνον σύμμετρος. ῥηταὶ γὰρ καλοῦνται αἱ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ ἤτοι μήκει καὶ δυνάμει σύμμετροι ἢ δυνάμει μόνον. ἐὰν δὲ ἄλλαι εὐθεῖαι αἱ μήκει μὲν ἀσύμμετροι ὦσι τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, δυνάμει δὲ μόνον σύμμετροι, καὶ διὰ τοῦτο πάλιν λέγονται ῥηταὶ καὶ σύμμετροι πρὸς ἀλλήλας καθὸ ῥηταί, ἀλλὰ σύμμετροι πρὸς ἀλλήλας ἤτοι μήκει δηλαδὴ καὶ δυνάμει ἢ δυνάμει μόνον· καὶ εἰ μὲν μήκει, λέγονται καὶ αὗται ῥηταὶ μήκει σύμμετροι, ἐνακουομένου ὅτι καὶ δυνάμει· εἰ δὲ δυνάμει μόνον πρὸς ἀλλήλας εἰσὶ σύμμετροι, λέγονται καὶ αὗται ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι. ὅτι δὲ αἱ ῥηταὶ σύμμετροί εἰσιν· ἐπεὶ γὰρ ῥηταί εἰσιν αἱ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ σύμμετροι, τὰ δὲ τῷ αὐτῷ σύμμετρα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶ σύμμετρα, αἱ ἄρα ῥηταὶ σύμμετροί εἰσιν.

Τὸ ὑπὸ ῥητῶν μήκει συμμέτρων εὐθειῶν κατά τινα τῶν προειρημένων τρόπων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ῥητόν ἐστιν. ὑπὸ γὰρ ῥητῶν μήκει συμμέτρων εὐθειῶν τῶν ΑΒ, ΒΓ ὀρθογώνιον περιεχέσθω τὸ ΑΓ· λέγω ὅτι ῥητόν ἐστι τὸ ΑΓ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΑΔ· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔ. καὶ ἐπεὶ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει, ἴση δέ ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΒΔ, σύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΔ τῇ ΒΓ μήκει. καί ἐστιν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ΔΑ πρὸς τὸ ΑΓ· σύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΑ τῷ ΑΓ. ῥητὸν δὲ τὸ ΔΑ· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΑΓ. τὸ ἄρα ὑπὸ ῥητῶν καὶ τὰ ἑξῆς.

κ Ἐὰν ῥητὸν παρὰ ῥητὴν παραβληθῇ, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν καὶ σύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται μήκει. ῥητὸν γὰρ τὸ ΑΓ παρὰ ῥητὴν κατά τινα πάλιν τῶν προειρημένων τρόπων τὴν ΑΒ παραβεβλήσθω, πλάτος ποιοῦν τὴν ΒΓ· λέγω ὅτι ῥητή ἐστιν ἡ ΒΓ καὶ σύμμετρος τῇ ΒΑ μήκει. ἀναγεγράφθω γὰρ

ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΑΔ· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔ. ῥητὸν δὲ καὶ τὸ ΑΓ· σύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔ τῷ ΑΓ. καί ἐστιν ὡς τὸ ΔΑ πρὸς τὸ ΑΓ, οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς ΒΓ· σύμμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΔΒ τῇ ΒΓ. ἴση δὲ ἡ ΔΒ τῇ ΒΑ· σύμμετρος ἄρα καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ. ῥητὴ δέ ἐστιν ἡ ΑΒ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΒΓ καὶ σύμμετρος τῇ ΒΑ μήκει. ἐὰν ἄρα ῥητὸν παρὰ ῥητὴν παραβληθῇ, καὶ τὰ ἑξῆς.

+ λῆμμα.

εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῆς

Ἡ δυναμένη ἄλογον χωρίον ἄλογός ἐστιν. δυνάσθω γὰρ ἡ Α ἄλογον χωρίον, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον ἄλογον ἔστω· λέγω, ὅτι ἡ Α ἄλογός ἐστιν. εἰ γὰρ ἔσται ῥητὴ ἡ Α, ῥητὸν ἔσται καὶ τὸ ἀπὸ αὐτῆς τετράγωνον· οὕτως γὰρ ἐν τοῖς ὅροις. οὐκ ἔστιν δέ· ἄλογος ἄρα ἡ Α ἐστιν.

ΚΑ

Τὸ ὑπὸ ῥητῶν δυνάμει μόνον συμμέτρων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἄλογόν ἐστι, καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ μέση. ὑπὸ γὰρ ῥητῶν δυνάμει μόνον συμμέτρων εὐθειῶν τῶν ΑΒ, ΒΓ ὀρθογώνιον περιεχέσθω τὸ ΑΓ· λέγω ὅτι ἄλογόν ἐστι τὸ ΑΓ, καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ μέση. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετρά-

γωνον τὸ ΑΔ· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔ. καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει· δυνάμει γὰρ μόνον ὑπόκεινται σύμμετροι· ἴση δὲ ἡ ΑΒ τῇ ΒΔ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΔΒ τῇ ΒΓ μήκει. καί ἐστιν ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ΑΔ πρὸς τὸ ΑΓ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΑ τῷ ΑΓ. ῥητὸν δὲ τὸ ΔΑ· ἄλογον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΓ· ὥστε καὶ ἡ δυναμένη τὸ ΑΓ, τουτέστιν ἡ ἴσον αὐτῷ τετράγωνον δυναμένη, ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μέση, διὰ τὸ τὸ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνον ἴσον εἶναι τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, καὶ μέσην ἀνάλογον αὐτὴν γίνεσθαι τῶν ΑΒ, ΒΓ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

+ λῆμμα.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν. ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΖΕ, ΕΗ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΕΗ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΖΕ, ΕΗ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΖΕ τετράγωνον τὸ ΔΖ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΗΔ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΕΗ, οὕτως τὸ ΖΔ πρὸς τὸ ΔΗ, καί ἐστι τὸ μὲν ΖΔ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ, τὸ δὲ ΔΗ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕ, ΕΗ, τουτέστι τὸ ὑπὸ τῶν ΖΕ, ΕΗ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΖΕ πρὸς τὴν

ΕΗ. οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΖΕ ΕΗ. ὁ-
μοίως δὲ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΗΕ ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
ΕΖ τουτέστιν ὡς ἡ ΗΔ πρὸς ΔΖ. οὕτως ἡ ΗΕ πρὸς
τὴν ΕΖ :—

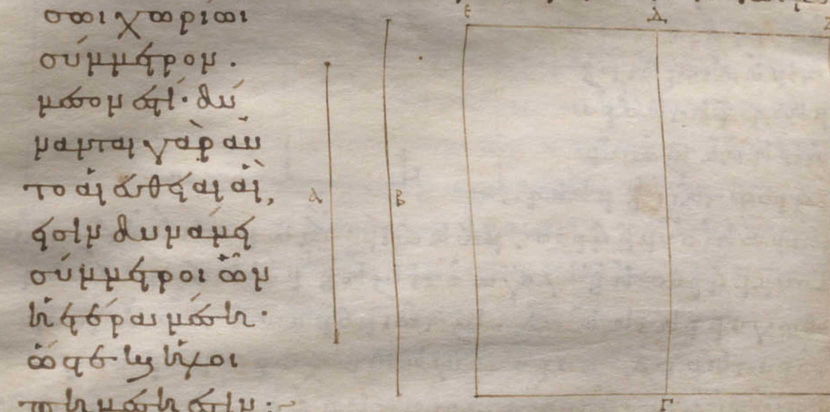
κβ Τὸ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλά-
τος ποιεῖ ῥητὴν καὶ ἀσύμμετρον τῇ παρ' ἣν παρά-
κειται μήκει. ἔστω μέση μὲν ἡ Α. ῥητὴ δὲ ἡ ΓΒ. καὶ
τῷ ἀπὸ τῆς Α ἴσον παρὰ τὴν ΒΓ παραβεβλήσθω
χωρίον ὀρθογώνιον τὸ ΒΔ πλάτος ποιοῦν τὴν
ΓΔ. λέγω ὅτι ῥητή ἐστιν ἡ ΓΔ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΓΒ
μήκει. ἐπεὶ γὰρ μέση ἐστὶν ἡ Α. δύναται χωρίον
δ τ κα τ ι — περιεχόμενον ὑπὸ ῥητῶν δυνάμει μόνον συμμέ-
τρων. δυνάσθω τὸ ΗΖ. δύναται δὲ καὶ τὸ ΒΔ. ἴσον
ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΔ τῷ ΗΖ. ἔστιν δὲ αὐτῷ καὶ ἰσογώνιον.
δ τ ιδ τ ς — τῶν δὲ ἴσων τε καὶ ἰσογωνίων παραλληλογράμ-
μων. ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴ-
σας γωνίας. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς
τὴν ΕΗ. οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΓΔ. ἔστιν ἄρα καὶ ὡς
τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ. οὕτως τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ. σύμμετρον δέ ἐστι
τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ. ῥητὴ γάρ ἐστιν
ἑκατέρα αὐτῶν. σύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ
τῆς ΕΖ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ. ῥητὸν δέ ἐστι τὸ ἀπὸ
τῆς ΕΖ. ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ. ῥητὴ
ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ. καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ
μήκει. δυνάμει γὰρ μόνον εἰσὶ σύμμετροι. ὡς δὲ

ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΕΗ. οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ὑπὸ — δ τ προλ λῆμμα
τῶν ΖΕ ΕΗ. ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τῷ
ὑπὸ τῶν ΖΕ ΕΗ. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΕΖ. συμμέ-
τρόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ. ῥηταὶ γάρ εἰσι δυνάμει.
τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΖΕ ΕΗ. σύμμετρον τὸ ὑπὸ τῶν ΔΓ
ΓΒ. ἴσαι γάρ εἰσι τῷ ἀπὸ τῆς Α. ἀσύμμετρον ἄρα — δ τ αυ παλιν λῆ
ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΓ ΓΒ. ὡς δὲ
τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ
πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν
ΔΓ ΓΒ. οὕτως ἐστὶν
ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΒ.
ἀσύμμετρος ἄρα
ἐστὶν ἡ ΔΓ τῇ ΓΒ
μήκει. ῥητὴ ἄρα
ἐστὶν ἡ ΓΔ καὶ ἀσύμ-
μετρος τῇ ΓΒ μήκει :—

κγ Ἡ τῇ μέσῃ σύμμετρος. μέση ἐστίν. ἔστω μέση ἡ Α καὶ τῇ
Α σύμμετρος ἡ Β. λέγω ὅτι καὶ ἡ Β μέση ἐστίν. ἐκκεί-
σθω γὰρ ῥητὴ ἡ ΓΔ. καὶ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς Α ἴσον
παρὰ τὴν ΓΔ παραβεβλήσθω χωρίον ὀρθογώ-
νιον τὸ ΓΕ, πλάτος ποιοῦν τὴν ΕΔ. ῥητὴ ἄρα — δ τ κβ τ ι
ἐστὶν ἡ ΕΔ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΓΔ μήκει. τῷ δὲ
ἀπὸ τῆς Β ἴσον παρὰ τὴν ΔΓ παραβεβλήσθω
χωρίον ὀρθογώνιον τὸ ΓΖ, πλάτος ποιοῦν τὴν
ΔΖ. ἐπεὶ οὖν σύμμετρός ἐστιν ἡ Α τῇ Β, σύμμετρόν
ἐστι καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Α τῷ ἀπὸ τῆς Β. ἀλλὰ τῷ μὲν



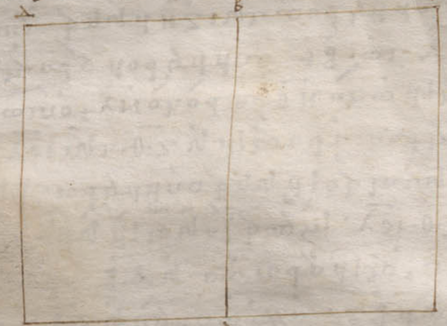
ἀπὸ τῆς Α· ἴσον ἐστὶ τὸ ΕΓ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς Β ἴσον τὸ ΓΖ· σύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΓ τῷ ΓΖ· καί ἐστιν ὡς τὸ ΕΓ πρὸς τὸ ΓΖ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ· σύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΔ τῇ ΔΖ μήκει· ῥητὴ δὲ ἡ ΕΔ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΔΓ μήκει· ῥητὴ ἄρα καὶ ἡ ΔΖ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΔΓ μήκει· αἱ ΓΔ, ΔΖ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἡ δὲ τὸ ὑπὸ ῥητῶν δυνάμει μόνον συμμέτρων δυναμένη μέση ἐστίν· ἡ ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΔΖ δυναμένη μέση ἐστί· καὶ δύναται τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΔΖ ἡ Β· μέση ἄρα ἐστὶν ἡ Β· ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι τὸ τῷ μέσῳ χωρίῳ σύμμετρον μέσον ἐστί· δύνανται γὰρ αὐτὰ εὐθεῖαι αἵ εἰσι δυνάμει σύμμετροι, ὧν ἡ ἑτέρα μέση· ὥστε καὶ ἡ λοιπὴ μέση ἐστίν:—



Ὡσαύτως δὲ τοῖς ἐπὶ τῶν ῥητῶν εἰρημένοις καὶ ἐπὶ τῶν μέσων ἐξακολουθεῖ τὴν τῇ μέσῃ μήκει σύμμετρον λέγεσθαι μέσην καὶ σύμμετρον αὐτῇ μὴ μόνον μήκει, ἀλλὰ καὶ δυνάμει· ἐπειδήπερ καθόλου αἱ μήκει σύμμετροι πάντως καὶ δυνάμει. ἐ-

ὰν δὲ τῇ μέσῃ σύμμετρός τις ᾖ δυνάμει μόνον, λέγονται μέσαι καὶ σύμμετροι δυνάμει μόνον· εἰ δὲ δυνάμει μόνον, λέγονται μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι:—

Τὸ ὑπὸ μέσων μήκει συμμέτρων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον μέσον ἐστίν· ὑπὸ γὰρ μέσων μήκει συμμέτρων εὐθειῶν τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχέσθω ὀρθογώνιον τὸ ΑΓ· λέγω ὅτι τὸ ΑΓ μέσον ἐστίν· ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΑΔ· μέσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΒΔ, σύμμετρος δὲ ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει, σύμμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΔΒ τῇ ΒΓ μήκει· ὥστε καὶ τὸ ΔΑ τῷ ΑΓ σύμμετρόν ἐστι· μέσον δὲ τὸ ΔΑ· μέσον ἄρα καὶ τὸ ΑΓ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—



Τὸ ὑπὸ μέσων δυνάμει μόνον συμμέτρων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἤτοι ῥητὸν ἢ μέσον ἐστίν· ὑπὸ γὰρ μέσων δυνάμει μόνον συμμέτρων εὐθειῶν τῶν ΑΒ, ΒΓ ὀρθογώνιον περιεχέσθω τὸ ΑΓ· λέγω ὅτι τὸ ΑΓ ἤτοι ῥητόν ἢ μέσον ἐστίν· ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τετράγωνα τὰ ΑΔ, ΒΕ· μέσον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΑΔ, ΒΕ· καὶ ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ ΖΗ· καὶ τῷ μὲν ΑΔ ἴσον παρὰ τὴν ΖΗ παραβεβλήσθω ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον τὸ ΗΘ, πλάτος ποιοῦν τὴν ΖΘ· τῷ δὲ ΑΓ ἴσον παρα-

τὴν ΘΜ παραβεβλήσθω ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον τὸ ΜΚ πλάτος ποιοῦν τὴν ΘΚ. καὶ ἔτι τῷ ΒΕ ἴσον ὁμοίως παρὰ τὴν ΚΝ παραβεβλήσθω τὸ ΝΛ πλάτος ποιοῦν τὴν ΚΛ· ἐπ' εὐθείας ἄρα εἰσὶν αἱ ΖΘ ΘΚ ΚΛ. ἐπεὶ οὖν μέσον ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΑΔ ΒΕ, καί ἐστιν ἴσον τὸ μὲν ΑΔ τῷ ΗΘ, τὸ δὲ ΒΕ τῷ ΝΛ, μέσον ἄρα καὶ ἑκάτερον τῶν ΗΘ ΝΛ· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΖΗ παράκειται· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΖΘ ΚΛ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΖΗ μήκει. καὶ ἐπεὶ σύμμετρόν ἐστι τὸ ΑΔ τῷ ΒΕ, σύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΗΘ τῷ ΝΛ. καί ἐστιν ὡς τὸ ΗΘ πρὸς τὸ ΝΛ, οὕτως ἡ ΖΘ πρὸς ΚΛ· σύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΘ τῇ ΚΛ μήκει. αἱ ΖΘ ΚΛ ἄρα ῥηταί εἰσι μήκει σύμμετροι· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΖΘ ΚΛ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΔΒ τῇ ΒΑ, ἡ δὲ ΞΒ τῇ ΒΓ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΞ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ΔΑ πρὸς τὸ ΑΓ· ὡς δὲ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΞ, οὕτως τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΞ. ἴσον δέ ἐστι τὸ μὲν ΔΑ τῷ ΗΘ, τὸ δὲ ΑΓ τῷ ΜΚ, τὸ δὲ ΓΞ τῷ ΝΛ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΗΘ πρὸς τὸ ΜΚ, οὕτως τὸ ΜΚ πρὸς τὸ ΝΛ· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΖΘ πρὸς τὴν ΘΚ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς τὴν ΚΛ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΖΘ ΚΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΘΚ. ῥητὸν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΖΘ ΚΛ· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΘΚ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΚ. καὶ εἰ μὲν σύμμετρός ἐστι τῇ ΖΗ μήκει, ῥητόν ἐστι τὸ ΘΝ· εἰ δὲ ἀσύμμετρός ἐστι τῇ ΖΗ μήκει, αἱ ΚΘ ΘΝ ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· μέσον ἄρα τὸ ΘΝ. τὸ ΘΝ ἄρα ἤτοι ῥητὸν ἢ μέσον ἐστίν. ἴσον δὲ τὸ ΘΝ τῷ ΑΓ· τὸ ΑΓ ἄρα ἤτοι ῥητὸν ἢ μέσον ἐστί. τὸ ἄρα ὑπὸ μέσων δυνάμει μόνον συμμέτρων, καὶ τὰ ἑξῆς.

κς Μέσον μέσου οὐχ ὑπερέχει ῥητῷ. εἰ γὰρ δυνατόν, μέσον τὸ ΑΒ μέσου τοῦ ΑΓ ὑπερεχέτω ῥητῷ τῷ ΔΒ, καὶ ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ ΕΖ, καὶ τῷ μὲν ΑΒ ἴσον παρὰ τὴν ΕΖ παραβεβλήσθω παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον τὸ ΖΘ πλάτος ποιοῦν τὴν ΕΘ, τῷ δὲ ΑΓ ἴσον ἀφῃρήσθω τὸ ΖΗ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΒΔ λοιπῷ τῷ ΚΘ ἐστὶν ἴσον. ῥητὸν δέ ἐστι τὸ ΔΒ· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΚΘ. ἐπεὶ οὖν μέσον ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΑΒ ΑΓ, καί ἐστι τὸ μὲν ΑΒ τῷ ΖΘ ἴσον, τὸ δὲ ΑΓ τῷ ΖΗ, μέσον ἄρα καὶ ἑκάτερον τῶν ΖΘ ΖΗ. καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΕΖ παράκειται· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΘΕ ΕΗ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΕΖ μήκει. καὶ ἐπεὶ ῥητόν ἐστι τὸ ΔΒ καί ἐστιν ἴσον τῷ ΚΘ, ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΚΘ· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΕΖ παράκειται· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΘ καὶ σύμμετρος τῇ ΕΖ μήκει. ἀλλὰ καὶ ἡ ΕΗ ῥητή ἐστι καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΕΖ μήκει· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΗ

τῇ ΗΘ μήκει. καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΗ ΗΘ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ τῷ ὑπὸ τῶν ΕΗ ΗΘ. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΕΗ σύμμετρά ἐστι τὰ ἀπὸ τῶν ΕΗ ΗΘ τετράγωνα· ῥητὰ γὰρ ἀμφότερα· τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΕΗ ΗΘ σύμμετρόν ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΕΗ ΗΘ· διπλάσιον γάρ ἐστιν αὐτοῦ· ἀσύμμετρα ἄρα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΕΗ ΗΘ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΕΗ ΗΘ. καὶ συναμφότερα ἄρα τὰ τε ἀπὸ τῶν ΕΗ ΗΘ καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΕΗ ΗΘ, ὅπερ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΘ, ἀσύμμετρόν ἐστι τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΗ ΗΘ. ῥητὰ δὲ τὰ ἀπὸ τῶν ΕΗ ΗΘ· ἄλογον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΕΘ· ἄλογος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΘ. ἀλλὰ καὶ ῥητή· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

κζ Μέσας εὑρεῖν δυνάμει μόνον συμμέτρους ῥητὸν περιεχούσας. ἐκκείσθωσαν δύο ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι αἱ Α Β, καὶ εἰλήφθω τῶν Α Β μέση ἀνάλογον ἡ Γ, καὶ γεγονέτω ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Δ. καὶ ἐπεὶ αἱ Α Β ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Α Β, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς Γ, μέσον ἐστί. μέση ἄρα ἡ Γ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β,

οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, αἱ δὲ Α Β δυνάμει μόνον σύμμετροι, καὶ αἱ Γ Δ ἄρα δυνάμει μόνον εἰσὶ σύμμετροι. καί ἐστι μέση ἡ Γ, μέση ἄρα καὶ ἡ Δ. αἱ Γ Δ ἄρα μέσαι εἰσὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι. λέγω ὅτι καὶ ῥητὸν περιέχουσιν. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Γ, ἡ Β πρὸς τὴν Δ. ἀλλ' ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Γ, ἡ Γ πρὸς τὴν Β· καὶ ὡς ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Δ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Γ Δ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς Β. ῥητὸν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς Β· ῥητὸν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν Γ Δ. εὕρηνται ἄρα μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι ῥητὸν περιέχουσαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη Μέσας εὑρεῖν δυνάμει μόνον συμμέτρους μέσον περιεχούσας. ἐκκείσθωσαν τρεῖς ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι αἱ Α Β Γ, καὶ εἰλήφθω τῶν Α Β μέση ἀνάλογον ἡ Δ, καὶ γεγονέτω ὡς ἡ Β πρὸς τὴν Γ, ἡ Δ πρὸς τὴν Ε. ἐπεὶ αἱ Α Β ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Α Β, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς Δ, μέσον ἐστί· μέση ἄρα ἡ Δ. καὶ ἐπεὶ αἱ Β Γ δυνάμει μόνον εἰσὶ σύμμετροι, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Α Β, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς Δ, μέσον ἐστί· μέση ἄρα ἡ Δ. καί ἐστιν ὡς ἡ Β πρὸς τὴν Γ, ἡ Δ πρὸς τὴν Ε· καὶ αἱ Δ Ε ἄρα δυνάμει μόνον εἰσὶ σύμμετροι. μέση δὲ ἡ Δ· μέση ἄρα καὶ ἡ Ε· αἱ Δ Ε ἄρα μέσαι εἰσὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι. λέγω δὴ ὅτι καὶ μέσον περιέχουσιν. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ Β

πρὸς τὴν Γ, ἡ Δ πρὸς τὴν Ε· ἐναλλὰξ
ἄρα ὡς ἡ Β πρὸς τὴν Δ, ἡ Δ πρὸς
τὴν Δ. καὶ ὡς ἄρα ἡ Δ πρὸς τὴν Δ,
ἡ Γ πρὸς τὴν Ε· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν
ΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΕ. μέσον
δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΓ· μέσον ἄρα
καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕ. εὕρηνται ἄρα αἱ
ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι
μέσον περιέχουσαι :—

\+ ΛΗΜΜΑ :—

Εὑρεῖν δύο τετραγώνους ἀριθμούς, ὥστε καὶ τὸν συγκεί-
μενον ἐξ αὐτῶν εἶναι τετράγωνον. ἐκκείσθωσαν δύο ἀρι-
θμοὶ οἱ ΑΒ, ΒΓ· ἔστωσαν δὲ ἤτοι ἄρτιοι ἢ περιττοί. καὶ
ἐπεὶ ἐάν τε ἀπὸ ἀρτίου ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ἐάν τε
ἀπὸ περισσοῦ περισσός, ὁ λοιπὸς ἄρτιός ἐστιν, ὁ λοι-
πὸς ἄρα ὁ ΑΓ ἄρτιός ἐστι. τετμήσθω ὁ ΑΓ δίχα κατὰ
τὸ Δ. ἔστωσαν δὲ καὶ οἱ ΑΒ, ΒΓ ἤτοι ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἢ τε-
τράγωνοι, οἳ καὶ αὐτοὶ ὅμοιοί εἰσιν ἐπίπεδοι· ὁ ἄρα ἐκ τῶν
ΑΒ, ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΔ τετραγώνου ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τοῦ ΒΔ τετραγώνῳ. καί ἐστι τετράγωνος ὁ ἐκ τῶν ΑΒ, ΒΓ,
ἐπειδήπερ ἐδείχθη, ὅτι ἐὰν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι
πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενό-
μενος τετράγωνός ἐστιν. εὕρηνται ἄρα δύο τετρά-
γωνοι ἀριθμοὶ ὅ τε ἐκ τῶν ΑΒ, ΒΓ καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ΓΔ, οἳ συν-
τεθέντες ποιοῦσι τὸν ἀπὸ τοῦ ΒΔ τετράγωνον. καὶ
φανερὸν ὅτι εὕρηνται πάλιν δύο τετράγωνοι ὅ τε
ἀπὸ τοῦ ΒΔ καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ΓΔ, ὥστε τὴν ὑπεροχὴν αὐ-
τῶν τὸν ὑπὸ ΑΒ, ΒΓ εἶναι τετράγωνον, ὅταν οἱ ΑΒ, ΒΓ ὅμοιοι
ὦσιν ἐπίπεδοι. ὅταν δὲ μὴ ὦσιν ὅμοιοι ἐπίπεδοι,
εὕρηνται δύο τετρά-
γωνοι ὅ τε ἀπὸ
τοῦ ΒΔ καὶ ὁ ἀπὸ
τοῦ ΓΔ, ὧν ἡ ὑ-
περοχὴ ὁ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ οὐκ ἔστι τετράγωνος :—

\+ ΛΗΜΜΑ :—

Εὑρεῖν δύο τετραγώνους ἀριθμούς, ὥστε τὸν ἐξ αὐτῶν συγ-
κείμενον μὴ εἶναι τετράγωνον. ἔστω γὰρ ὁ ἐκ τῶν ΑΒ, ΒΓ
ὡς ἔφαμεν τετράγωνος, καὶ ἄρτιος ὁ ΓΑ, καὶ τετμήσθω
ὁ ΓΑ δίχα τῷ Δ. φανερὸν δὴ ὅτι ὁ ἐκ τῶν ΑΒ, ΒΓ τε-
τράγωνος μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ ΓΔ τετραγώνου ἴσος ἐστὶ
τῷ ἀπὸ ΒΔ τετραγώνῳ. ἀφῃρήσθω μονὰς ἡ ΔΕ· ὁ
ἄρα ἐκ τῶν ΑΒ, ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΕ ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ ἀπὸ
τοῦ ΒΔ τετραγώνου. λέγω οὖν ὅτι ὁ ἐκ τῶν ΑΒ, ΒΓ τε-
τράγωνος μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΕ οὐκ ἔσται τετράγωνος. εἰ γὰρ
ἔσται τετράγωνος, ἤτοι ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΒΕ ἢ ἐλάσσων
τοῦ ἀπὸ ΒΕ, οὐκέτι δὲ καὶ μείζων, ἵνα μὴ τμηθῇ
ἡ μονάς. ἔστω, εἰ δυνατόν, πρότερον ὁ ἐκ τῶν ΑΒ, ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΕ ἴσος
τῷ ἀπὸ ΒΕ, καὶ ἔστω τῆς ΔΕ μονάδος διπλα-
σίων ὁ ΗΑ. ἐπεὶ οὖν ὅλος ὁ ΑΓ ὅλου τοῦ ΓΔ ἐστι διπλα-
σίων, ὧν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΕ ἐστι διπλασίων, καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ
ΗΓ λοιποῦ τοῦ ΕΓ ἐστι διπλασίων. δίχα ἄρα

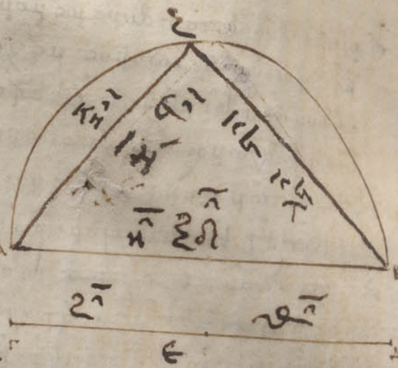


τέμνηται ἡ ΗΓ τῷ Ε· ὁ ἄρα ὑπὸ τῶν ΗΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΕ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΒΕ τετραγώνῳ. ἀλλὰ καὶ ὁ ὑπὸ τῶν ΔΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΕ ἴσος ὑπόκειται τῷ ἀπὸ ΒΕ τετραγώνῳ· ὁ ἄρα ὑπὸ τῶν ΗΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΕ ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΕ. καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ἀπὸ ΓΕ. συνάγεται ὁ ΔΒ ἴσος τῷ ΗΒ· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ὁ ὑπὸ τῶν ΔΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΕ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΒΕ· λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ ἐλάσσονι τοῦ ἀπὸ ΒΕ. εἰ γὰρ δυνατόν ἔστω τῷ ἀπὸ ΒΖ· καὶ τοῦ ΔΖ διπλάσιος ὁ ΘΔ. καὶ συναχθήσεται πάλιν διπλάσιος ὁ ΘΓ τοῦ ΓΖ· ὥστε καὶ τὸν ΓΘ δίχα τετμῆσθαι κατὰ τὸ Ζ. καὶ διὰ τοῦτο τὸν ὑπὸ τῶν ΘΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΖΓ ἴσον γίνεσθαι τῷ ἀπὸ ΖΒ· ὑπόκειται δὲ καὶ ὁ ὑπὸ τῶν ΔΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΕ ἴσος τῷ ἀπὸ ΒΖ· συναχθήσεται ἄρα ἴσος ὁ ὑπὸ τῶν ΔΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΕ τῷ ὑπὸ τῶν ΘΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ὁ ὑπὸ τῶν ΔΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΕ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐλάσσονι τοῦ ἀπὸ ΒΕ. ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ αὐτῷ τῷ ἀπὸ ΒΕ. οὐδὲ μείζονι αὐτοῦ· οὐκ ἄρα ὁ ὑπὸ τῶν ΔΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΕ τετράγωνός ἐστι· δυνατοῦ δὲ ὄντος καὶ κατ᾽ ἄλλους τρόπους τοὺς εἰρημένους ἐπιδεικνύναι ἀρκείσθω ἡμῖν ὁ εἰρημένος· ἵνα μὴ μακροτέρας οὔσης τῆς πραγματείας, ἐπὶ πλέον αὐτὴν μηκύνωμεν:—

Εὑρεῖν δύο ῥητὰς δυνάμει μόνον συμμέτρους, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. ἐκκείσθω γάρ τις ῥητὴ ἡ ΑΒ. καὶ δύο τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ ΓΔ ΔΕ· ὥστε τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν τὸν ΓΕ μὴ εἶναι τετράγωνον· καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς ΑΒ ἡμικύκλιον τὸ ΑΖΒ. καὶ πεποιήσθω ὡς ὁ ΔΓ πρὸς τὸν ΓΕ. οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ τετράγωνον καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΒ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ. οὕτως ὁ ΔΓ πρὸς τὸν ΓΕ· τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς ὁ ΔΓ πρὸς ἀριθμὸν τὸν ΓΕ· σύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΖ· ῥητὸν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ· ῥητὸν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ· ῥητὴ ἄρα καὶ ἡ ΑΖ· καὶ ἐπεὶ ὁ ΔΓ πρὸς τὸν ΓΕ λόγον οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. οὐδὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΑΖ μήκει· αἱ ΒΑ ΑΖ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ ΔΓ πρὸς τὸν ΓΕ. οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ· ἀναστρέψαντι ἄρα ὡς ὁ ΓΔ πρὸς τὸν ΔΕ. οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΖ· ὁ δὲ ΓΔ πρὸς τὸν ΔΕ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΖ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς



πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν·
σύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ
τῇ ΒΖ μήκει· καὶ ἐπεὶ τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΑΒ ἴσον τοῖς ἀ-
πὸ τῶν ΑΖ ΖΒ· ἡ ΑΒ ἄρα
τῆς ΑΖ μεῖζον δύναται
τῇ ΒΖ συμμέτρῳ αὐτῇ·
εὕρηνται ἄρα δύο ῥηταὶ
δυνάμει μόνον σύμμετροι



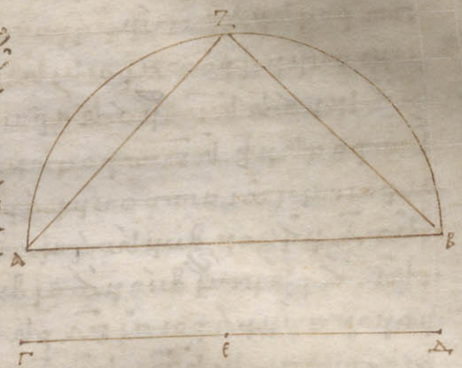
αἱ ΒΑ ΑΖ· ὥστε τὴν μείζονα τὴν ΒΑ τῆς ἐλάσσονος
τῆς ΑΖ μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ συμμέ-
τρου ἑαυτῇ μήκει :—

δ τοῦ ς τι
δ τοῦ μζ τοῦ ι

λ Εὑρεῖν δύο ῥητὰς δυνάμει μόνον συμμέτρους· ὥστε
τὴν μείζονα τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνασθαι τῷ
ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει· ἐκκείσθω ῥητὴ
ἡ ΑΒ καὶ δύο τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ ΓΕ ΕΔ· ὥστε
τὸν συγκείμενον ἐξ αὐτῶν τὸν ΓΔ μὴ εἶναι τετρά-
γωνον· καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς ΑΒ ἡμικύκλιον τὸ
ΑΖΒ· καὶ πεποιήσθω ὡς ὁ ΔΓ πρὸς ΓΕ· οὕτως
τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ· καὶ ἐπεζεύχθω
ἡ ΖΒ· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὡς ἐπὶ τοῦ πρὸ τούτου
ὅτι αἱ ΑΒ ΑΖ ῥηταί εἰσιν δυνάμει μόνον σύμμετροι·
καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ ΔΓ πρὸς ΓΕ· οὕτως τὸ ἀπὸ
τῆς ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ· ἀναστρέψαντι ἄρα
ὡς ὁ ΓΔ πρὸς τὸν ΔΕ· οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς ΒΖ· ὁ δὲ ΓΔ πρὸς τὸν ΔΕ λόγον οὐ

δ τοῦ λήμματος τοῦ προ τοῦ κθ τοῦ ι

ἔχει ὃν, τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν·
οὐδ' ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΖ λόγον
ἔχει ὃν, τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀρι-
θμόν· ἀσύμμετρος ἄρα
ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΒΖ μήκει· καὶ
δύναται ἡ ΑΒ τῆς ΑΖ μεῖ-
ζον τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ ἀ-
συμμέτρου ἑαυτῇ· αἱ ΑΒ
ΒΖ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνά-
μει μόνον σύμμετροι· καὶ ἡ
ΑΒ τῆς ΑΖ μεῖζον δύνα-
ται τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ ἀ-
συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει:



λα Εὑρεῖν δύο μέσας δυνάμει μόνον συμμέτρους ῥητὸν πε-
ριεχούσας· ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάσσονος
μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει·
ἐκκείσθωσαν δύο ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι
αἱ Α Β· ὥστε τὴν Α μείζονα οὖσαν τῆς ἐλάσσονος
τῆς Β μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει·
καὶ τῷ ὑπὸ τῶν Α Β ἴσον ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς Γ· μέσον ·/· διὰ κα τοῦ δεκάτου:—
δὲ τὸ ὑπὸ τῶν Α Β· μέσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Γ·
μέση ἄρα καὶ ἡ Γ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς Β ἴσον ἔστω τὸ
ὑπὸ τῶν Γ Δ· ῥητὸν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς Β· ῥητὸν ἄρα διὰ λήμματος τοῦ
καὶ τὸ ὑπὸ τῶν Γ Δ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β· πρὸ τοῦ κβ τοῦ ι
οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν Α Β πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β· ἀλλὰ
τῷ μὲν ὑπὸ τῶν Α Β ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Γ· τῷ δὲ

ἀπὸ τῆς Β ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν Γ, Δ· ὡς ἄρα ἡ Α πρὸς
τὴν Β, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Γ, Δ.
ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Γ, Δ, οὕτως ἡ
Γ πρὸς τὴν Δ· καὶ ὡς ἄρα ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ
Γ πρὸς τὴν Δ. σύμμετρος δὲ ἡ Α τῇ Β δυνάμει
μόνον· σύμμετρος ἄρα καὶ ἡ Γ τῇ Δ δυνάμει μόνον
καί ἐστι μέση ἡ Γ· μέση ἄρα καὶ ἡ Δ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ
Α πρὸς τὴν Β ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, ἡ δὲ Α τῆς Β μεῖζον
δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καὶ ἡ Γ ἄρα
τῆς Δ μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυ-
τῇ. εὕρηνται δύο μέσαι δυνάμει
μόνον σύμμετροι αἱ Γ, Δ ῥητὸν περι-
έχουσαι. καὶ ἡ Γ τῆς Δ μεῖζον
δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑ-
αυτῇ μήκει. ὁμοίως δὴ δειχθή-
σεται καὶ τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου, ὅ-
ταν ἡ Α τῆς Β μεῖζον δυνήση-
ται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ:-

λβ΄ Εὑρεῖν δύο μέσας δυνάμει μόνον συμμέτρους μέσον πε-
ριεχούσας, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάσσονος μεῖ-
ζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. ἐκ-
κείσθωσαν τρεῖς ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι
αἱ Α, Β, Γ, ὥστε τὴν Α τῆς Γ μεῖζον δύνασθαι τῷ
ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καὶ τῷ μὲν ὑπὸ τῶν Α, Β
ἴσον ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς Δ· μέσον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς
Δ· καὶ ἡ Δ ἄρα μέση ἐστίν· τῷ δὲ ὑπὸ τῶν Β, Γ ἴ-

σον ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν Δ, Ε. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ὑπὸ τῶν Α, Β πρὸς
τὸ ὑπὸ τῶν Β, Γ, οὕτως ἡ Α πρὸς τὴν Γ, ἀλλὰ τῷ μὲν ὑ-
πὸ τῶν Α, Β ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Δ, τῷ δὲ ὑπὸ τῶν
Β, Γ ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν Δ, Ε, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Γ,
οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Δ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Δ, Ε. ὡς δὲ τὸ
ἀπὸ τῆς Δ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Δ, Ε, οὕτως ἡ Δ πρὸς
τὴν Ε· καὶ ὡς ἄρα ἡ Α πρὸς τὴν Γ, οὕτως ἡ Δ πρὸς
τὴν Ε. σύμμετρος δὲ ἡ Α τῇ Γ δυνάμει μόνον· σύμ-
μετρος ἄρα καὶ ἡ Δ τῇ Ε δυνάμει μόνον. μέση δὲ ἡ
Δ· μέση ἄρα καὶ ἡ Ε. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Γ
ἡ Δ πρὸς τὴν Ε, ἡ δὲ Α τῆς Γ μεῖζον δύναται τῷ
ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καὶ ἡ Δ ἄρα τῆς Ε μεῖζον δυ-
νήσεται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. λέγω δὴ ὅτι καὶ
μέσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν Δ, Ε. ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ
τῶν Β, Γ τῷ ὑπὸ τῶν Δ, Ε, μέσον δὲ τὸ ὑπὸ τῶν Β, Γ,
μέσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν Δ, Ε. εὕρηνται ἄρα δύο μέσαι
δυνάμει μόνον σύμμετροι αἱ
Δ, Ε μέσον περιέχουσαι, ὥστε
τὴν μείζονα τῆς ἐλάσσονος
μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ
συμμέτρου ἑαυτῇ. ὁμοίως
δὴ πάλιν δειχθήσεται καὶ τῷ
ἀπὸ ἀσυμμέτρου, ὅταν ἡ Α τῆς
Γ μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ
ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ:- + λῆμμα:-

Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ ὀρθὴν ἔχον τὴν

ὑπὸ ΒΑΓ· καὶ ἤχθω κάθετος ἡ ΑΔ· λέγω ὅτι τὸ μὲν ὑπὸ
τῶν ΓΒΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΑ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΒΓΔ
ἴσον τῷ ἀπὸ ΓΑ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΔΓ ἴσον τῷ ἀπὸ
τῆς ΑΔ· καὶ ἔτι τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΑΔ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΒΑ,
ΑΓ· καὶ πρῶτον ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΓΒΔ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς
ΒΑ· ἐπεὶ γὰρ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρ-
θῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἦκται ἡ ΑΔ,
τὰ ΑΒΔ, ΑΔΓ ἄρα τρίγωνα ὅμοιά ἐστιν τῷ τε ὅλῳ τῷ
ΑΒΓ καὶ ἀλλήλοις· καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ
ΑΒΔ τριγώνῳ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΑ, οὕτως
ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΒΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΒΔ ἴσον ἐστὶ τῷ
ἀπὸ τῆς ΑΒ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓΔ ἴσον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ· καὶ ἐπεὶ ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ ἀπὸ
τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, ἡ
ἀχθεῖσα τῶν τῆς βάσεως τμημάτων μέση ἀνάλογόν
ἐστιν· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΑΔ
πρὸς τὴν ΔΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς ΔΑ. λέγω ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΑΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ
τῶν ΒΑ, ΑΓ· ἐπεὶ γάρ, ὡς ἔφαμεν, ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τῷ
ΑΓΔ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς
τὴν ΑΔ· ἐὰν δὲ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, τὸ ὑ-
πὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων· τὸ ἄρα ὑ-
πὸ τῶν ΒΓ, ΑΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑ-
πὸ ΒΑ, ΑΓ· λέγω ὅτι ἐὰν ἀναγρά-
φωμεν τὸ ΕΓ ὀρθογώνιον παραλ-
ληλόγραμμον καὶ συμπλη-

Ε Α Γ Β Δ Ζ

τὸ ΕΓ τῷ ΑΖ· ἑκάτερον γὰρ
ρώσωμεν τὸ ΑΖ· ἴσον ἔσται
αὐτῶν διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου· καὶ ἔστι τὸ μὲν
ΕΓ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΑΔ· τὸ δὲ ΑΖ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ· τὸ
ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΑΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ :-

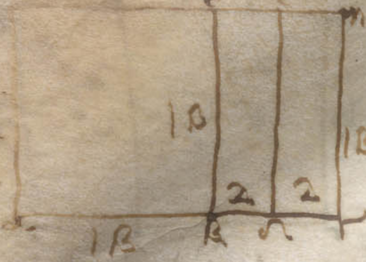
Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους ποιούσας τὸ
μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητόν·
τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν μέσον. ἐκκείσθωσαν δύο ῥηταὶ δυνά-
μει μόνον σύμμετροι αἱ ΑΒ, ΒΓ· ὥστε τὴν μείζονα τὴν
ΑΒ τῆς ἐλάσσονος τῆς ΒΓ μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ
ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Δ·
καὶ τῷ ἀφ' ὁποτέρας τῶν ΒΔ, ΔΓ ἴσον παρὰ τὴν ΑΒ
παραβεβλήσθω παραλληλόγραμμον ἐλλεῖπον εἴδει
τετραγώνῳ· καὶ ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΒ· καὶ γεγράφθω ἐπὶ
τῆς ΑΒ ἡμικύκλιον τὸ ΑΖΒ· καὶ ἤχθω τῇ ΑΒ πρὸς ὀρ-
θὰς ἡ ΕΖ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ, ΖΒ· καὶ ἐπεὶ δύο εὐθεῖ-
αι ἄνισοί εἰσιν αἱ ΑΒ, ΒΓ, καὶ ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ μεῖζον δύναται
τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ· τῷ δὲ τετάρτῳ τοῦ ἀ-
πὸ τῆς ἐλάσσονος τῆς ΒΓ, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισεί-
ας αὐτῆς, ἴσον παρὰ τὴν ΑΒ παραβέβληται ἐλλεῖπον
εἴδει τετραγώνῳ, καὶ ποιεῖ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΒ· ἀσύμμε-
τρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΒ· καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΑΕ πρὸς ΕΒ,
οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΕ· ἴ-
σον δὲ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΖ· τὸ
δὲ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ· ἀσύμμετρον
ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ· αἱ ΑΖ, ΖΒ ἄ-
ρα δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ ῥητή ἐστι.

ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ· ὥστε καὶ τὸ συγκείμενον
ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΖ ΖΒ ῥητόν ἐστι· καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ
τῶν ΑΕ ΕΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ· ὑπόκειται δὲ τὸ ὑ-
πὸ τῶν ΑΕ ΕΒ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΔ ἴσον· ἴση ἄρα ἐστὶν
ἡ ΖΕ τῇ ΒΔ· διπλῆ ἄρα ἡ ΒΓ τῆς ΖΕ· ὥστε καὶ τὸ ὑ-
πὸ τῶν ΑΒ ΒΓ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΕΖ· μέ-
σον δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· μέσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΒ ΕΖ· ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΕΖ τῷ ὑπὸ τῶν
ΑΖ ΖΒ· μέσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΖ ΖΒ· ἐδείχθη
δὲ καὶ ῥητὸν τὸ συγκεί-
μενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν
τετραγώνων· αἱ ῥηταὶ
ἄρα δύο εὐθεῖαι δυνάμει
ἀσύμμετροι αἱ ΑΖ ΖΒ ποι-
οῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον
ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετρα-
γώνων ῥητόν· τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν μέσον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

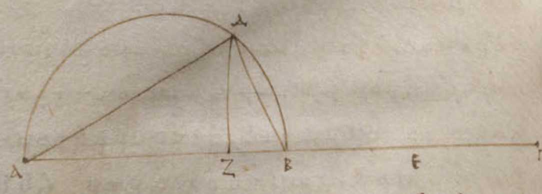
Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους ποιούσας τὸ
μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέ-
σον· τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν ῥητόν· ἐκκείσθωσαν δύο μέσαι
δυνάμει μόνον σύμμετροι αἱ ΑΒ ΒΓ ῥητὸν περιέχου-
σαι τὸ ὑπ' αὐτῶν· ὥστε τὴν ΑΒ τῆς ΒΓ μεῖζον δύ-
νασθαι τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ γεγρά-
φθω ἐπὶ τῆς ΑΒ τὸ ΑΔΒ ἡμικύκλιον· καὶ τετμήσθω
ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Ε· καὶ παραβεβλήσθω παρὰ
τὴν ΑΒ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΕ ἴσον παραλληλόγραμμον

τὸ ὑπὸ τῶν ΑΖ ΖΒ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ μήκει·
καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ζ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΖΔ· καὶ ἐπεζεύ-
χθωσαν αἱ ΑΔ ΔΒ· ἐπεὶ ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ· ἀ-
σύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ ΑΖ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ
ΒΖ· ἴσον δὲ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΒΑ ΑΖ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΑ·
τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΖ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ· ἀσύμμετρον ἄ-
ρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΑ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ· καὶ ἐπεὶ μέσον
ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ· μέσον ἄρα καὶ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀ-
πὸ τῶν ΔΑ ΔΒ· καὶ ἐπεὶ διπλασίων ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆς ΔΖ· δι-
πλάσιον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΖΔ·
ῥητὸν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· ὑπόκειται γάρ· ῥητὸν ἄρα
καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΖΔ·
τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΖΔ
ἴσον τὸ ὑπὸ ΔΑ ΔΒ· ὥσ-
τε καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΑ ΔΒ
ῥητόν ἐστιν· αἱ ῥηταὶ
ἄρα δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀ-
σύμμετροι αἱ ΔΑ ΔΒ ποι-
οῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον·
τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν ῥητόν :-

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους ποιούσας τό τε
συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον· καὶ
τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τῷ συγκειμένῳ
ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων· ἐκκείσθωσαν δύο
μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι αἱ ΑΒ ΒΓ μέσον περιέ-
χουσαι· ὥστε τὴν ΑΒ τῆς ΒΓ μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ



τοῦ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς ΑΒ ἡμικύκλιον
ὁ ΑΔΒ. καὶ τὰ λοιπὰ γεγονέτω τοῖς πρότερον. καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρός
ἐστιν ἡ ΑΖ τῇ ΒΖ μήκει. ἀσύμμετρός ἐστι καὶ ἡ ΑΔ τῇ
ΔΒ δυνάμει. καὶ ἐπεὶ μέσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ. μέσον ἄρα
καὶ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ. καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ
τῶν ΑΖ, ΖΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀφ' ἑκατέρας τῶν ΒΕ, ΔΖ.
ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΔΖ. διπλῆ ἄρα ἡ ΒΓ τῆς ΔΖ.
ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΒ,
ΖΔ. μέσον δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΖΔ. καὶ ἔστιν ἴσον τῷ ὑπὸ
τῶν ΑΔ, ΔΒ. μέσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ. καὶ ἐπεὶ ἀσύμ-
μετρός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει. σύμμετρος δὲ ἡ ΓΒ τῇ
ΒΕ. ἀσύμμετρος ἄρα καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΒΕ μήκει. ὥστε καὶ τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΑΒ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΕ ἀσύμμετρόν ἐστιν. ἀλλὰ
τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΔΑ, ΔΒ. τῷ
δὲ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΔΖ τουτέστι
τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ. ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ συγκείμενον
ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ. εὕρηνται
ἄρα δύο εὐθεῖαι αἱ
ΔΑ, ΔΒ δυνάμει ἀ-
σύμμετροι ποιοῦ-
σαι τό τε συγκεί-
μενον ἐκ τῶν ἀπ'
αὐτῶν μέσον.
τό θ' ὑπ' αὐτῶν μέσον
καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν
τετραγώνων :-



λϛ ἐὰν δύο ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσιν. ἡ ὅ-
λη ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἐκ δύο ὀνομάτων. συγκεί-
σθωσαν γὰρ δύο ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι. αἱ
ΑΒ, ΒΓ. λέγω ὅτι ἡ ΑΓ ἄλογός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ ἀσύμμε-
τρός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει. δυνάμει γὰρ μόνον εἰσὶ
σύμμετροι. ὡς δὲ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ
τῶν ΑΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ. ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ
τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ. ἀλλὰ τῷ μὲν ὑ-
πὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ. σύμμετρόν ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ.
τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΒΓ. σύμμετρά ἐστι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ.
ὥστε καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ
ἀσύμμετρόν ἐστι. καὶ συνθέντι τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ
μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ. ἀ-
σύμμετρόν ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ.
ῥητὸν δὲ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ. ἄ-
λογον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ. ὥστε καὶ ἡ ΑΓ ἄλογός ἐστι.
καλείσθω δὲ ἐκ δύο ὀνομάτων. ἐκάλεσε δὲ αὐτὴν
ἐκ δύο ὀνομάτων.
διὰ τὸ ἐκ δύο ῥητῶν   Α   Β   Γ
αὐτὴν συγκεῖσθαι.
κύριον ὄνομα καλοῦμεν τὸ ῥητόν. καθὸ ῥητόν :-



λζ ἐὰν δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσιν
ῥητὸν περιέχουσαι. ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ
ἐκ δύο μέσων πρώτη. συγκείσθωσαν γὰρ δύο μέσαι
δυνάμει μόνον σύμμετροι αἱ ΑΒ, ΒΓ ῥητὸν περιέχου-
σαι. λέγω ὅτι ὅλη ἡ ΑΓ ἄλογός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ ἀσύμ-

μετρός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει. καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἄρα ἀσύμμετρα τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· συνθέντι ἄρα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ὅπερ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἀσύμμετρόν ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· ὑπόκεινται δὲ αἱ ΑΒ ΒΓ ῥητὸν περιέχουσαι· ἄλογον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ· ἄλογος ἄρα ἡ ΑΓ· καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων πρώτη·

ἐκλήθη δὲ αὕτη ἐκ δύο μέσων πρώτη, διὰ τὸ ῥητὸν περιέχειν καὶ προτερεύειν τὸ ῥητόν :–

λη ἐὰν δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσι μέσον περιέχουσαι, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι· καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων δευτέρα· συγκείσθωσαν γὰρ δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι αἱ ΑΒ ΒΓ μέσον περιέχουσαι· λέγω ὅτι ἄλογός ἐστιν ἡ ΑΓ. ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ ΔΕ· καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον παρὰ τὴν ΔΕ παραβεβλήσθω τὸ ΔΖ πλάτος ποιοῦν τὴν ΔΗ· καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ΔΖ· καὶ τὸ ΔΖ ἄρα ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· παραβεβλήσθω δὴ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ παρὰ τὴν ΔΕ ἴσον τὸ ΕΘ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΘΖ ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· καὶ ἐπεὶ μέση ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΑΒ ΒΓ· μέσα ἄρα ἐστὶ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· μέσον δὲ ὑπόκειται καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· καί ἐστι τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἴσον τὸ ΕΘ· τῷ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἴσον τὸ ΖΘ· μέσον ἄρα ἑκάτερον τῶν ΕΘ ΘΖ· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΔΕ παράκειται· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΔΘ ΘΗ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΔΕ μήκει· καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει. ἀσύμμετρόν ἐστι τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ΕΘ· τῷ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ΖΘ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΘ τῷ ΖΘ· ὥστε καὶ ἡ ΔΘ τῇ ΘΗ ἐστὶν ἀσύμμετρος· αἱ ΔΘ ΘΗ ἄρα ῥηταί εἰσιν δυνάμει μόνον σύμμετροι· ὥστε ἡ ΔΗ ἄλογός ἐστι· ῥητὴ δὲ ἡ ΔΕ· τὸ δὲ ὑπὸ ἀλόγου καὶ ῥητῆς περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἄλογόν ἐστιν· ἄλογον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΖ χωρίον καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ ἄλογός ἐστι· δύναται δὲ τὸ ΔΖ ἡ ΑΓ· ἄλογος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ· καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων δευτέρα· ἐκλήθη δὲ αὕτη ἐκ δύο μέσων δευτέρα, διὰ τὸ μέσον περιέχειν τὸ ὑπ' αὐτῶν καὶ μὴ ῥητόν· δευτερεύειν δὲ τὸ μέσον τοῦ ῥητοῦ· ὅτι δὲ τὸ ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀλόγου περιεχόμενον ἄλογόν ἐστι, δῆλον· εἰ γάρ ἐστι ῥητὸν καὶ παραβέβληται παρὰ ῥητήν, ἔσται καὶ ἡ ἑτέρα αὐτοῦ πλευρὰ ῥητή· ἀλλὰ καὶ ἄλογος· ὅπερ ἄτοπον· τὸ ἄρα ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀλόγου ἄλογόν ἐστιν :–

λθ ʹ Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι ποιοῦσαι
τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥη-
τόν· τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν μέσον. ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός ἐστιν·
καλείσθω δὲ μείζων. συγκείσθωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι δυ-
νάμει ἀσύμμετροι αἱ ΑΒ ΒΓ ποιοῦσαι τὰ προκείμενα.
λέγω ὅτι ἄλογός ἐστιν ἡ ΑΓ· ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ
μέσον ἐστί. καὶ τὸ δὶς ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μέσον ἐστί· τὸ δὲ
συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ. ῥητόν· ἀσύμμε-
τρον ἄρα ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τῷ συγκειμένῳ
ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· ὥστε καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ με-
τὰ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ὅπερ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ.
ἀσύμμετρόν ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ·
ῥητὸν δὲ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· ἄ-
λογον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ· ὥστε καὶ ἡ ΑΓ ἄλογός
ἐστι· καλείσθω δὲ μείζων· ἐκλήθη δὲ αὐτὴ μείζων.
διὰ τὸ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ῥητὰ μείζονα εἶναι τοῦ δὶς
ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μέσου· καὶ δέον εἶναι ἀπὸ τῆς τῶν ῥη-
τῶν οἰκειότητος τὴν ὀνομασίαν τάττεσθαι· ὅτι δὲ
μείζονά ἐστι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ
ΒΓ. οὕτω δεικτέον· φανερὸν μὲν οὖν ὅτι ἄνισοί εἰσιν
αἱ ΑΒ ΒΓ· εἰ γὰρ ἦσαν ἴσαι. ἴσα ἂν ἦν καὶ τὰ ἀπὸ τῶν
ΑΒ ΒΓ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· καὶ ἦν ἂν καὶ τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΒ ΒΓ ῥητόν. ὅπερ οὐχ ὑπόκειται· ἄνισοι ἄρα εἰσὶν
αἱ ΑΒ ΒΓ· ὑποκείσθω μείζων ἡ ΑΒ καὶ κείσθω τῇ ΒΓ ἴ-
ση ἡ ΒΔ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς
ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ καὶ τῷ ἀπὸ ΔΑ· ἴση δὲ ἡ ΔΒ τῇ ΒΓ·

τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ
καὶ τῷ ἀπὸ τῆς
ΑΔ· ὥστε τὰ ἀ-
πὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μεί-
ζονά ἐστι τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τῷ ἀπὸ ΔΑ :—

Α Δ Β Γ

μ ʹ Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι ποιοῦ-
σαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων
μέσον· τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν ῥητόν. ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός
ἐστι· καλείσθω δὲ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη. συγκεί-
σθωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι αἱ ΑΒ ΒΓ
ποιοῦσαι τὰ προκείμενα· λέγω ὅτι ἄλογός ἐστιν ἡ ΑΓ·
ἐπεὶ γὰρ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μέσον
ἐστί· τὸ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ῥητόν· ἀσύμμετρον ἄρα +
ἐστὶ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τῷ δὶς ὑ-
πὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· ὥστε καὶ συνθέντι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἀ-
σύμμετρόν ἐστι τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· ῥητὸν δὲ τὸ
δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· ἄλογον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ· ἄ-
λογος ἄρα ἡ ΑΓ· καλείσθω δὲ ῥητὸν καὶ μέσον δυνα-
μένη· ῥητὸν δὲ καὶ μέσον δυναμένην αὐτὴν καλεῖ. διὰ
τὸ δύνασθαι δύο χω-
ρία· τὸ μὲν ῥητὸν· τὸ
δὲ μέσον· καὶ διὰ τὴν

Α Β Γ

τοῦ ῥητοῦ προΰπαρξιν. πρῶτον τὸ ῥητὸν ἐκλήθη :—

μα ʹ Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι ποιοῦ-
σαι τό τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων
μέσον καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τῷ συγκει-



μέσον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων. ἡ ὅλη ἄρα ἡ ΑΓ ἄλογός ἐστι· καλείσθω δὲ δύο μέσα δυναμένη. εὑρέσθωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι αἱ ΑΒ ΒΓ ποιοῦσαι τό τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μέσον καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μέσον καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τετραγώνων. λέγω ὅτι ἡ ΑΓ ἄλογός ἐστι. ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ ΔΕ. καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΔΕ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἴσον τὸ ΔΖ, τῷ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἴσον τὸ ΗΘ· ὅλον ἄρα τὸ ΔΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ. καὶ ἐπεὶ μέσον ἐστὶ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ καί ἐστιν ἴσον τῷ ΔΖ, μέσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΔΖ· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΔΕ παράκειται· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΗ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΔΕ μήκει. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΗΚ ῥητή ἐστι καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΗΖ, τουτέστι τῇ ΔΕ, μήκει. καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ, ἀσύμμετρόν ἐστι τὸ ΔΖ τῷ ΗΘ· ὥστε καὶ ἡ ΔΗ τῇ ΗΚ ἀσύμμετρός ἐστιν. καί εἰσι ῥηταί· αἱ ΔΗ ΗΚ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἄλογος ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΚ ἡ καλουμένη ἐκ δύο ὀνομάτων. ῥητὴ δὲ ἡ ΔΕ· ἄλογον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΘ καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ ἄλογός ἐστιν. δύναται δὲ τὸ ΔΘ ἡ ΑΓ· ἄλογος γὰρ ἐστὶν ἡ ΑΓ. καλείσθω δὲ αὕτη δύο μέσα δυναμένη. διὰ τὸ δύνασθαι αὐτὴν δύο μέσα χωρία τό τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ. ὅτι δὲ αἱ εἰρημέναι ἄλογοι μοναχῶς διαιροῦνται εἰς τὰς εὐθείας ἐξ ὧν σύγκεινται ποιουσῶν τὰ προκείμενα εἴδη, δείξομεν ἤδη προεκθέμενοι λημμάτιον τοιοῦτον· + ΛΗΜΜΑ·

Ἐκκείσθω εὐθεῖα ἡ ΑΒ. καὶ τετμήσθω ἡ ὅλη εἰς ἄνισα καθ' ἑκάτερα τῶν Γ Δ· ὑποκείσθω δὲ μείζων ἡ ΑΓ τῆς ΔΒ· λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ μείζονά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ· τετμήσθω γὰρ ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Ε· καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΔΒ, κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΔΓ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΔ λοιπῆς τῆς ΓΒ μείζων ἐστίν· ἴση δὲ ἡ ΑΕ τῇ ΕΒ· ἐλάσσων ἄρα ἡ ΔΕ τῆς ΕΓ· τὰ Γ Δ ἄρα σημεῖα οὐκ ἴσον ἀπέχουσι τῆς διχοτομίας· καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΒ· ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ· ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΔΕ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΓ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ· ὥστε καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ ἔλασσόν ἐστι τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ μεῖζόν ἐστι τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν ἀπὸ

τῶν ΑΔ ΔΒ. ἡ ἄρα
συναμφότερα ἴ
σα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς
ΑΒ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

Α Δ Ε Γ Β

ἐκ τεῖς ἀπο τῶν

μβ Ἡ ἐκ δύο ὀνομάτων κατὰ ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ
ὀνόματα. ἔστω ἐκ δύο ὀνομάτων ἡ ΑΒ διῃρημένη εἰς
τὰ ὀνόματα κατὰ τὸ Γ· αἱ ΑΓ ΓΒ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει
μόνον σύμμετροι· λέγω ὅτι ἡ ΑΒ κατ' ἄλλο σημεῖον
οὐ διαιρεῖται εἰς δύο ῥητὰς δυνάμει μόνον συμμέ
τρους· εἰ γὰρ δυνατὸν διῃρήσθω κατὰ τὸ Δ· ὥστε
καὶ τὰς ΑΔ ΔΒ ῥητὰς εἶναι δυνάμει μόνον συμμέτρους·
φανερὸν δὴ ὅτι ἡ ΑΓ τῇ ΔΒ οὐκ ἔστιν ἡ αὐτή· εἰ γὰρ
δυνατὸν ἔστω· ἔσται δὴ καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΓΒ ἡ αὐτή· καὶ ἔσται
ἡ ΑΒ κατὰ τὸ αὐτὸ τῇ κατὰ τὸ Γ διαιρέσει διαιρεθεῖ
σα καὶ κατὰ τὸ Δ· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται· οὐκ ἄρα ἡ ΑΓ
τῇ ΔΒ ἐστὶν ἡ αὐτή· διὰ δὴ τοῦτο καὶ τὰ Γ Δ σημεῖα
οὐκ ἴσον ἀπέχουσι τῆς διχοτομίας· ᾧ ἄρα δια
φέρει τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ τοῦ ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ· τού
τῳ διαφέρει καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ τοῦ δὶς ὑπὸ
τῶν ΑΓ ΓΒ· διὰ τὸ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ μετὰ τοῦ δὶς
ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ μετὰ τοῦ δὶς
ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ ἴσα εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ· ἀλλὰ
τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ διαφέρει
ῥητῷ· ῥητὰ γὰρ ἀμφότερα· καὶ τὸ δὶς ἄρα ὑπὸ
τῶν ΑΔ ΔΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ διαφέρει ῥητῷ·
μέσα ὄντα· μέσον δὲ μέσου οὐχ ὑπερέχει ῥητῷ·

πρὸς τὴν ΓΒ οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ

οὐκ ἄρα ἡ ἐκ δύο
ὀνομάτων κα
τ' ἄλλο καὶ ἄλλο ση
μεῖον διαιρεῖται· καθ' ἓν ἄρα μόνον:-

Α Δ Γ Β

ἐκ τεῖς ἀπο

μγ Ἡ ἐκ δύο μέσων πρώτη καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται
εἰς τὰ ὀνόματα. ἔστω ἡ ἐκ δύο μέσων πρώτη ἡ ΑΒ διῃ
ρημένη κατὰ τὸ Γ· ὥστε τὰς ΑΓ ΓΒ μέσας εἶναι δυνά
μει μόνον συμμέτρους ῥητὸν περιεχούσας· λέγω ὅτι
ἡ ΑΒ κατ' ἄλλο σημεῖον οὐ διαιρεῖται· εἰ γὰρ δυνατὸν διῃ
ρήσθω καὶ κατὰ τὸ Δ· ὥστε καὶ τὰς ΑΔ ΔΒ μέσας εἶναι δυ
νάμει μόνον συμμέτρους ῥητὸν περιεχούσας· ἐπεὶ οὖν
ᾧ διαφέρει τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν
ΑΓ ΓΒ τούτῳ διαφέρει τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ τῶν ἀ
πὸ τῶν ΑΔ ΔΒ· ῥητῷ δὲ διαφέρει τὸ δὶς ὑπὸ τῶν
ΑΔ ΔΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ· ῥητὰ γὰρ ἀμφότε
ρα· ῥητῷ ἄρα διαφέρει καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ τῶν
ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ μέσα ὄντα· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα
ἡ ἐκ δύο μέσων
πρώτη κατ' ἄλλο
καὶ ἄλλο σημεῖον δι
αιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα· καθ' ἓν ἄρα μόνον:-

Α Δ Γ Β

ἐκ τεῖς ἀλγ

μδ Ἡ ἐκ δύο μέσων δευτέρα καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαι
ρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα· ἔστω ἐκ δύο μέσων δευτέρα
ἡ ΑΒ διῃρημένη κατὰ τὸ Γ· ὥστε τὰς ΑΓ ΓΒ μέσας
εἶναι δυνάμει μόνον συμμέτρους μέσον περιεχούσας·
φανερὸν δὴ ὅτι τὸ Γ οὐκ ἔστιν κατὰ τῆς διχοτομίας·

ἐπειδήπερ οὐκ εἰσὶ μήκει σύμμετροι· λέγω ὅτι ἡ ΑΒ κα-
τ' ἄλλο σημεῖον οὐ διαιρεῖται· εἰ γὰρ δυνατόν, διῃρήσθω
κατὰ τὸ Δ, ὥστε τὴν ΑΓ τῇ ΔΒ μὴ εἶναι τὴν αὐτὴν, ἀλ-
λὰ μείζονα καθ' ὑπόθεσιν τὴν ΑΓ· δῆλον δὴ ὅτι καὶ τὰ ἀπὸ
τῶν ΑΓ, ΓΒ μείζονά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ, ὡς ἐπάνω
ἐδείξαμεν· καὶ τὰς ΑΔ, ΔΒ μέσας εἶναι δυνάμει μόνον
συμμέτρους μέσον περιεχούσας· καὶ ἐκκείσθω ῥητὴ
ἡ ΕΖ· καὶ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον παρὰ τὴν ΕΖ πα-
ραβεβλήσθω τὸ ΕΚ· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ἴσον ἀ-
φῃρήσθω τὸ ΕΗ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΘΚ ἴσον ἐστὶ τῷ
δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· πάλιν δὴ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΔ,
ΔΒ ἴσον ἀφῃρήσθω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· ἐπειδὴ
τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ ἔλασσον ἐδείχθη τῶν ἀπὸ
τῶν ΑΓ, ΓΒ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΜΚ ἴσον τῷ δὶς ὑπὸ
τῶν ΑΔ, ΔΒ· καὶ ἐπεὶ μέσα ἐστὶν τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ, μέ-
σον ἄρα τὸ ΕΗ· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΕΖ παράκειται·
ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΘ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΕΖ μήκει·
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΘΝ ῥητή ἐστι καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΕΖ
μήκει· καὶ ἐπεὶ αἱ ΑΓ, ΓΒ μέσαι εἰσὶν δυνάμει μόνον σύμ-
μετροι, ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ μήκει· ὡς δὲ
ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ
τῶν ΑΓ, ΓΒ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τῷ ὑ-
πὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΓ σύμμετρά ἐστι
τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· δυνάμει γάρ εἰσι σύμμετροι αἱ ΑΓ,
ΓΒ· τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ σύμμετρόν ἐστι τὸ δὶς ὑ-
πὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ἄρα ἀσύμμετρά ἐστι

ἅπερ ἔλασσον ἐδείχθη τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ, ἴσον ἀφῃρήσθω τὸ ΕΛ·

τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ
ἴσον ἐστὶ τὸ ΕΗ· τῷ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ἴσον τὸ ΘΚ·
ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΗ τῷ ΘΚ· ὥστε καὶ ἡ ΕΘ τῇ ΘΝ
ἀσύμμετρός ἐστι μήκει καί εἰσι ῥηταί· αἱ ΕΘ, ΘΝ ἄρα ῥη-
ταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἐὰν δὲ δύο ῥηταὶ δυ-
νάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσιν, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστιν
καλουμένη ἐκ δύο ὀνομάτων· ἡ ΕΝ ἄρα ἐκ δύο ὀνο-
μάτων ἐστὶ διῃρημένη κατὰ τὸ Θ· κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ δει-
χθήσονται καὶ αἱ ΕΜ, ΜΝ ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι·
καὶ ἔσται ἡ ΕΝ ἐκ δύο ὀνομάτων κατὰ ἄλλο καὶ ἄλλο διῃρη-
μένη τό τε Θ καὶ τὸ Μ· καὶ οὐκ ἔστιν ἡ ΕΘ τῇ ΜΝ ἡ αὐτή·
ἐπειδήπερ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ μείζονά ἐστι τῶν ἀπὸ
τῶν ΑΔ, ΔΒ· ἀλλὰ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ μείζονά ἐστι
τοῦ δὶς ὑπὸ ΑΔ, ΔΒ· πολλῷ ἄρα καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ,
τουτέστι τὸ ΕΗ,
μεῖζόν ἐστι τοῦ
δὶς ὑπὸ τῶν
ΑΔ, ΔΒ, τουτέστι
τοῦ ΜΚ· ὥστε
καὶ ἡ ΕΘ τῆς ΜΝ
μείζων ἐστίν· ἡ
ἄρα ΕΘ τῇ ΜΝ
οὐκ ἔστιν ἡ αὐτή·

Α Δ Γ Β

Ε Μ Θ Ν

Ζ Λ Η Κ

με Ἡ μείζων κατὰ τὸ αὐτὸ μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀ-
νόματα· ἔστω μείζων ἡ ΑΒ διῃρημένη κατὰ τὸ Γ, ὥσ-
τε τὰς ΑΓ, ΓΒ δυνάμει ἀσυμμέτρους εἶναι ποιούσας

εἰς τε εἰς ἀπ

Δ, τὸ λθ τι

τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ τετραγώνων ῥητόν· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ μέσον· λέγω ὅτι ἡ ΑΒ κατ' ἄλλο σημεῖον οὐ διαιρεῖται· εἰ γὰρ δυνατόν, διῃρήσθω κατὰ τὸ Δ, ὥστε καὶ τὰς ΑΔ ΔΒ δυνάμει ἀσυμμέτρους εἶναι ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ ῥητόν· τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν μέσον· καὶ ἐπεὶ ᾧ διαφέρει τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ, τούτῳ διαφέρει καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ· ἀλλὰ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ ὑπερέχει ῥητῷ· ῥητὰ γὰρ ἀμφότερα· καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ ἄρα τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ ὑπερέχει ῥητῷ μέσα ὄντα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ μείζων κατ' ἄλλο καὶ ἄλλο σημεῖον διαιρεῖται· κατὰ τὸ αὐτὸ ἄρα μόνον διαιρεῖται:—

Α Δ Γ Β

μϛ Ἡ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται· ἔστω ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη ἡ ΑΒ διῃρημένη κατὰ τὸ Γ, ὥστε τὰς ΑΓ ΓΒ δυνάμει ἀσυμμέτρους εἶναι ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ μέσον· τὸ δ' ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ ῥητόν· λέγω ὅτι ἡ ΑΒ κατ' ἄλλο σημεῖον οὐ διαιρεῖται· εἰ γὰρ δυνατόν, διῃρήσθω κατὰ τὸ Δ, ὥστε καὶ τὰς ΑΔ ΔΒ δυνάμει ἀσυμμέτρους εἶναι ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν

ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ μέσον· τὸ δ' ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ ῥητόν· ἐπεὶ οὖν ᾧ διαφέρει τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ, τούτῳ διαφέρει καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ· τὸ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ ὑπερέχει ῥητῷ· καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ ἄρα τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ ὑπερέχει ῥητῷ μέσα ὄντα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη κατ' ἄλλο καὶ ἄλλο σημεῖον διαιρεῖται· καθ' ἓν ἄρα σημεῖον διαιρεῖται:—

Α Δ Γ Β

μζ Ἡ δύο μέσα δυναμένη καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται· ἔστω γὰρ δύο μέσα δυναμένη ἡ ΑΒ διῃρημένη κατὰ τὸ Γ, ὥστε τὰς ΑΓ ΓΒ δυνάμει ἀσυμμέτρους εἶναι ποιούσας τό τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ μέσον καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ μέσον· καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ ὑπ' αὐτῶν· λέγω ὅτι ἡ ΑΒ κατ' ἄλλο σημεῖον οὐ διαιρεῖται ποιοῦσα τὰ προκείμενα· εἰ γὰρ δυνατόν, διῃρήσθω κατὰ τὸ Δ, ὥστε πάλιν δηλονότι τὴν ΑΓ τῇ ΔΒ μὴ εἶναι τὴν αὐτήν· ἀλλὰ μείζονα καθ' ὑπόθεσιν τὴν ΑΓ· καὶ ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ ΕΖ, καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΕΖ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ ἴσον τὸ ΕΗ· τῷ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ ἴσον τὸ ΘΚ· ὅλον ἄρα τὸ ΕΚ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ· πάλιν δὴ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΕΖ τοῖς ἀπὸ



ΔΓ κεῖται

τῶν ΑΔ, ΔΒ ἴσον τῷ ΕΛ· λοιπὸν ἄρα τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ
λοιπῷ τῷ ΜΚ ἴσον ἐστί. καὶ ἐπεὶ μέσον ὑπόκειται τὸ
συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ, μέσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ
ΕΗ· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΕΖ παράκειται· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν
ἡ ΘΕ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΕΖ μήκει. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ
ἡ ΘΝ ῥητή ἐστι καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΕΖ μήκει. καὶ ἐπεὶ ἀ-
σύμμετρόν ἐστι τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ
τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ, καὶ τὸ ΕΗ ἄρα τῷ ΗΝ ἀσύμμε-
τρόν ἐστιν· ὥστε καὶ ἡ ΕΘ τῇ ΘΝ ἀσύμμετρός ἐστιν· καὶ εἰ-
σιν ῥηταί· αἱ ΕΘ, ΘΝ ἄρα ῥηταί εἰσιν δυνάμει μόνον
σύμμετροι· ἡ ΕΝ ἄρα ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ διῃρημέ-
νη κατὰ τὸ Θ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ κατὰ τὸ Μ
διῄρηται. καὶ οὐκ ἔστιν ἡ ΕΘ τῇ ΜΝ ἡ αὐτή· ἡ ἄρα ἐκ
δύο ὀνομάτων κατ' ἄλλο καὶ ἄλλο σημεῖον διῄρηται· ὅ-
περ ἐστὶν ἄτοπον.

Α Δ Γ Β

οὐκ ἄρα ἡ δύο
μέσα δυναμένη
κατ' ἄλλο καὶ ἄλλο
σημεῖον διαιρεῖ-
ται· καθ' ἓν ἄρα
μόνον σημεῖον
διαιρεῖται :-

Ε Μ Θ Ν
Ζ Λ Η Κ

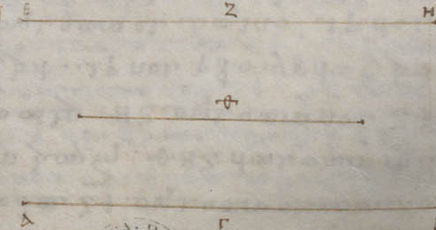
ὅροι δεύτεροι

μη

Ὑποκειμένης ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων διῃρημέ-
νης εἰς τὰ ὀνόματα, ἧς τὸ μεῖζον ὄνομα τοῦ ἐλάττονος
μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει· ἐ-
ὰν μὲν τὸ μεῖζον ὄνομα σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκ-

ν̄

κειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ὅλη ἐκ δύο ὀνομάτων πρώ-
τη· ἐὰν δὲ τὸ ἔλασσον ὄνομα σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ
ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέ-
ρα· ἐὰν δὲ μηδέτερον τῶν ὀνομάτων σύμμετρον ᾖ
μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομά-
των τρίτη. πάλιν δὴ ἐὰν τὸ μεῖζον ὄνομα τοῦ ἐλάσ-
σονος μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ
μήκει· ἐὰν μὲν τὸ μεῖζον ὄνομα σύμμετρον ᾖ μήκει
τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων
τετάρτη· ἐὰν δὲ τὸ ἔλασσον, πέμπτη· ἐὰν δὲ μη-
δέτερον, ἕκτη. ἓξ οὖν οὐσῶν τῶν οὕτω καταλαμ-
βανομένων [illegible], τὰς γ' πρώτας τῇ τάξει τρεῖς
ἐφ' ὧν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύναται τῷ
ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· δευτέρας δὲ τῇ τάξει
τὰς λοιπὰς τρεῖς ἐφ' ὧν τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου. διὰ
τὸ πρότερον εἶναι τὸ σύμμετρον τοῦ ἀσυμμέτρου. καὶ ἐπὶ
προτέτακται μὲν ἐφ' ἧς τὸ μεῖζον ὄνομα σύμμετρόν ἐστι
τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ· δευτέραν δὲ ἐφ' ἧς τὸ ἔ-
λαττον. διὰ τὸ πάλιν πρότερον εἶναι τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάτ-
τονος τῷ ἐν τάξει ἔχειν τὸ ἔλασσον· τρίτην δὲ ἐ-
φ' ὧν μηδέτερον τῶν ὀνομάτων ἐστὶ σύμμετρον τῇ
ἐκκειμένῃ ῥητῇ.
καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς τρι-
ῶν ὁμοίως [illegible] πρώ-
την [illegible]
δευτέραν [illegible] τό-



ταρτην μήκει. καὶ τὴν δευτέραν τῇ μέσῃ. καὶ τὴν τρί-
την ἕκτῃ :—

ΜΗ Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην. Ἐκκείσθωσαν δύο
ἀριθμοὶ οἱ ΑΓ ΓΒ· ὥστε τὸν συγκείμενον ἐξ αὐτῶν
τὸν ΑΒ πρὸς μὲν τὸν ΒΓ λόγον ἔχειν, ὃν τετράγωνος ἀ-
ριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· πρὸς δὲ τὸν ΓΑ λό-
γον μὴ ἔχειν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγω-
νον ἀριθμόν· καὶ ἐκκείσθω τις ῥητὴ ἡ Δ· καὶ τῇ Δ
σύμμετρος ἔστω μήκει ἡ ΕΖ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ· καὶ
γεγονέτω ὡς ὁ ΒΑ ἀριθμὸς πρὸς τὸν ΑΓ, οὕτως τὸ
ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ· τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ
ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς
πρὸς ἀριθμόν· ὥστε σύμμετρόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ
τῷ ἀπὸ τῆς ΖΗ. καὶ ἔστιν ῥητὴ ἡ ΕΖ. ῥητὴ ἄρα καὶ
ἡ ΖΗ· καὶ ἐπεὶ ὁ ΒΑ πρὸς τὸν ΑΓ λόγον οὐκ ἔχει ὃν τετρά-
γωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· οὐδὲ τὸ
ἀπὸ τῆς ΕΖ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ λόγον ἔχει ὃν
τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἀ-
σύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ τῇ ΖΗ μήκει· αἱ ΕΖ ΖΗ ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον
σύμμετροι· ἐκ δύο ἄρα ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΕΗ. λέγω
ὅτι καὶ πρώτη. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ ΒΑ ἀριθμὸς πρὸς
τὸν ΑΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ·
μείζων δὲ ὁ ΒΑ τοῦ ΑΓ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς
ΕΖ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΗ· ἔστω οὖν τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἴσα
τὰ ἀπὸ τῶν ΖΗ Θ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ ΒΑ πρὸς τὸν ΑΓ,
οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ· ἀνα-

στρέψαντι ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ ΑΒ πρὸς τὸν ΒΓ. οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς
ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ· ὁ δὲ ΑΒ πρὸς ΒΓ λόγον ἔχει ὃν
τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· καὶ τὸ
ἀπὸ τῆς ΕΖ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ λόγον ἔχει ὃν τε-
τράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· σύμ-
μετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ τῇ Θ μήκει· ἡ ΕΖ ἄρα τῆς ΖΗ
μεῖζον δύναται
τῷ ἀπὸ συμμέ-
τρου ἑαυτῇ· καὶ
εἰσὶν ῥηταὶ αἱ ΕΖ
ΖΗ καὶ σύμμετρος
ἡ ΕΖ τῇ Δ μήκει·
ἡ ΕΗ ἄρα ἐκ δύο
ὀνομάτων ἐστὶ πρώτη :—



ΜΘ Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν. Ἐκκείσθωσαν δύο
ἀριθμοὶ οἱ ΑΓ ΓΒ· ὥστε τὸν συγκείμενον ἐξ αὐτῶν
τὸν ΑΒ πρὸς μὲν τὸν ΒΓ λόγον ἔχειν ὃν τετράγωνος
ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· πρὸς δὲ τὸν ΓΑ
λόγον μὴ ἔχειν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγω-
νον ἀριθμόν· καὶ ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ Δ· καὶ τῇ Δ
σύμμετρος ἔστω ἡ ΖΗ μήκει· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ·
γεγονέτω δὴ καὶ ὡς ὁ ΓΑ ἀριθμὸς πρὸς τὸν ΑΒ. οὕ-
τως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ· σύμμετρον
ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΖ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΕ· ῥητὴ ἄ-
ρα ἐστὶν καὶ ἡ ΖΕ· καὶ ἐπεὶ ὁ ΓΑ ἀριθμὸς πρὸς τὸν ΑΒ λό-
γον οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγω-



μὸν ἀριθμόν. οὐδ' ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΗΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
διὰ τὸ θ΄ τοῦ ι΄ ΖΕ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγω-
διὰ τὸ λϛ΄ τοῦ ι΄ νον ἀριθμόν· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΖ τῇ ΖΕ μήκει·
αἱ ΕΖ ΖΗ ἄρα ῥηταί εἰσιν δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἐκ
διὰ τὸ ζ΄ πόρισμα τοῦ ε΄ δύο ἄρα ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΕΗ. λέγω δὴ ὅτι καὶ δευ-
τέρα. ἐπεὶ γὰρ ἀνάπαλίν ἐστιν ὡς ὁ ΒΑ ἀριθμὸς πρὸς
τὸν ΑΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ·
μείζων δὲ ὁ ΒΑ τοῦ ΑΓ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ
τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΗ. ἔστω τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἴσα τὰ ἀπὸ
διὰ τὸ ιθ΄ πόρισμα τοῦ ε΄ τῶν ΗΖ Θ. ἀναστρέψαντι ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ ΑΒ πρὸς τὸν
ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ. ὁ δὲ
ΑΒ πρὸς τὸν ΒΓ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς
πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἄρα
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀρι-
διὰ τὸ θ΄ τοῦ ι΄ θμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· σύμμετρος ἄρα ἐστὶν
ἡ ΕΖ τῇ Θ μήκει· ὥστε ἡ ΕΖ τῆς ΖΗ μεῖζον δύνα-
ται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· καί εἰσιν ῥηταὶ αἱ ΕΖ
ΖΗ δυνάμει μόνον
σύμμετροι· καὶ τὸ ΖΗ
ἔλαττον ὄνομα
σύμμετρόν ἐστι τῇ
ἐκκειμένῃ ῥητῇ
τῇ Δ μήκει· ἡ ΕΗ
ἄρα ἐκ δύο ὀνομά-
των ἐστὶ δευτέρα:–



ΝΖ Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην. ἐκκείσθωσαν δύο

ἀριθμοὶ οἱ ΑΓ ΓΒ· ὥστε τὸν συγκείμενον ἐξ αὐτῶν τὸν ΑΒ
πρὸς μὲν τὸν ΒΓ λόγον ἔχειν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς
πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· πρὸς δὲ τὸν ΑΓ λόγον μὴ ἔ-
χειν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν·
ἐκκείσθω δέ τις καὶ ἄλλος μὴ τετράγωνος ἀριθμὸς ὁ Δ· καὶ
πρὸς ἑκάτερον τῶν ΒΑ ΑΓ λόγον μὴ ἐχέτω ὃν τετράγω-
νος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· καὶ ἐκκείσθω
τις ῥητὴ εὐθεῖα ἡ Ε· καὶ γεγονέτω ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν ΑΒ.
οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Ε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ· σύμμετρον ἄρα
τὸ ἀπὸ τῆς Ε τῷ ἀπὸ τῆς ΖΗ·
ῥητὸν· ῥητὴ δὲ ἡ Ε· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΖΗ· καὶ ἐπεὶ ὁ Δ
πρὸς τὸν ΑΒ λόγον οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς
τετράγωνον ἀριθμόν. οὐδὲ τὸ ἀπὸ τῆς Ε πρὸς τὸ ἀπὸ
τῆς ΖΗ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετρά-
γωνον ἀριθμόν· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ Ε τῇ ΖΗ μή-
κει. γεγονέτω δὴ πάλιν ὡς ὁ ΒΑ ἀριθμὸς πρὸς ΑΓ.
οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ· σύμμε-
τρον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΘ· ῥητὴ δὲ
ἡ ΖΗ· ῥητὴ ἄρα καὶ ἡ ΗΘ· καὶ ἐπεὶ ὁ ΒΑ πρὸς τὸν ΑΓ λό-
γον οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον
ἀριθμόν. οὐδὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΘΗ διὰ τὸ θ΄ τοῦ ι΄
λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον
ἀριθμόν· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ ΗΘ μήκει·
αἱ ΖΗ ΗΘ ἄρα ῥηταί εἰσιν δυνάμει μόνον σύμμετροι· διὰ τὸ λϛ΄ τοῦ ι΄
ἡ ΖΘ ἄρα ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστί. λέγω δὴ ὅτι καὶ τρί-
τη. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν ΑΒ. οὕτως τὸ ἀ-
πὸ τῆς Ε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ· ὡς δὲ ὁ ΒΑ πρὸς τὸν ΑΓ.

οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ. δι' ἴσου ἄ-
ρα ἐστὶν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν ΑΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Ε πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ. ὁ δὲ Δ πρὸς τὸν ΑΓ λόγον οὐκ ἔχει
ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· οὐ-
δὲ τὸ ἀπὸ τῆς Ε ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ λόγον ἔχει
ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν·
ἀσύμμετρος ἄρα ἡ Ε τῇ ΗΘ μήκει. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς
ὁ ΒΑ πρὸς τὸν ΑΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΗΘ· μεῖζον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τοῦ ἀπὸ
τῆς ΗΘ. ἔστω οὖν τῷ ἀπὸ τῆς ΖΗ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν
ΗΘ, Κ. ἀναστρέψαντι ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ ΑΒ πρὸς τὸν ΒΓ,
οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Κ. ὁ δὲ ΑΒ
πρὸς τὸν ΒΓ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς
πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ ἄρα
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Κ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀ-
ριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· σύμμετρος
ἄρα ἡ ΖΗ τῇ Κ μήκει. ἡ ΖΗ ἄρα τῆς ΗΘ μεῖζον
δύναται τῷ ἀπὸ
συμμέτρου ἑαυτῇ.
καί εἰσιν αἱ ΖΗ, ΗΘ
ῥηταὶ δυνάμει μό-
νον σύμμετροι· καὶ
οὐδετέρα αὐτῶν
σύμμετρός ἐστιν
τῇ Ε μήκει. ἡ ΖΘ
ἄρα ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ τρίτη.

(margin: διὰ τὸ ιθ τοῦ ε)

Ζ Η Θ — Κ — Ε — Α Γ Β

ΝΑ Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην. ἐκκείσθωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ ΑΓ, ΓΒ, ὥστε τὸν ΑΒ πρὸς ἑκάτερον αὐτῶν λόγον μὴ ἔχειν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ Δ, καὶ τῇ Δ σύμμετρος ἔστω μήκει ἡ ΕΖ· ῥητὴ ἄρα καὶ ἡ ΕΖ. καὶ γεγονέτω ὡς ὁ ΒΑ ἀριθμὸς πρὸς τὸν ΑΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ· σύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΗ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ. καὶ ἐπεὶ ὁ ΒΑ πρὸς τὸν ΑΓ λόγον οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, οὐδὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ τῇ ΖΗ μήκει. αἱ ΕΖ, ΖΗ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ὥστε ἡ ΕΗ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστί. λέγω δὴ ὅτι καὶ τετάρτη. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ· μείζων δὲ ὁ ΒΑ τοῦ ΑΓ· μεῖζον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΗ. ἔστω οὖν τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΖΗ, Θ· ἀναστρέψαντι ἄρα ὡς ὁ ΑΒ ἀριθμὸς πρὸς τὸν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ. ὁ δὲ ΑΒ πρὸς ΒΓ λόγον οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· οὐδ' ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἀσύμμετρος ἄρα ἡ ΕΖ τῇ Θ μήκει. ἡ ΕΖ

(margin: διὰ τὸ ϛ τοῦ ι; διὰ τὸ θ τοῦ ι; διὰ τὸ λϛ τοῦ ι; διὰ τὸ ιθ τοῦ ε; διὰ τὸ θ τοῦ ι)

ἄρα τῆς ΗΖ μεῖζον
δύναται τῷ ἀπὸ
ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ.
καί εἰσιν αἱ ΕΖ ΖΗ ῥη-
ταὶ δυνάμει μόνον
σύμμετροι. καὶ ἡ ΕΖ
τῇ Δ σύμμετρός
ἐστι μήκει. ἡ ΕΗ ἄ-
ρα ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ τετάρτη :~

ΝΒ Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην. ἐκκείσθωσαν
δύο ἀριθμοὶ οἱ ΑΓ ΓΒ. ὥστε τὸν ΑΒ πρὸς ἑκάτε-
ρον αὐτῶν λόγον μὴ ἔχειν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς
πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ ἐκκείσθω ῥητή τις
εὐθεῖα ἡ Δ. καὶ τῇ Δ σύμμετρος ἔστω μήκει ἡ ΖΗ.
ῥητὴ ἄρα ἡ ΖΗ. καὶ γεγονέτω ὡς ὁ ΓΑ πρὸς τὸν ΑΒ.
οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΗΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ. σύμ-
μετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΖ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΕ. ῥη-
τὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΖΕ. καὶ ἐπεὶ ὁ ΓΑ πρὸς ΑΒ λόγον οὐκ
ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον
(τὸ ἀπὸ ΗΖ πρὸς τὸ ἀπὸ)
ἀριθμόν. οὐδὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ λόγον ἔχει ὃν τετρά-
γωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. αἱ
ΕΖ ΖΗ ἄρα ῥηταί εἰσιν δυνάμει μόνον σύμμετροι.
ἐκ δύο ἄρα ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΕΗ. λέγω δὴ ὅτι καὶ
πέμπτη. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ ΓΑ πρὸς τὸν ΑΒ. οὕ-
τως τὸ ἀπὸ τῆς ΗΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ. ἀνά-
παλιν ὡς ὁ ΒΑ πρὸς τὸν ΑΓ. τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς

τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ. μεῖζον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τοῦ ἀπὸ
τῆς ΖΗ. ἔστω οὖν τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΗΖ Θ.
ἀναστρέψαντι ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ ΑΒ ἀριθμὸς πρὸς τὸν ΒΓ.
οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ. ὁ δὲ ΑΒ
πρὸς τὸν ΒΓ λόγον οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς
πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. οὐδ' ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς
πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. ἀσύμμετρος ἄρα ἡ ΕΖ τῇ
Θ μήκει. ὥστε ἡ ΕΖ
τῆς ΖΗ μεῖζον δύναται
τῷ ἀπὸ ἀσυμμέ-
τρου ἑαυτῇ. καί εἰσιν αἱ
ΕΖ ΖΗ ῥηταὶ δυνάμει μόνον
σύμμετροι. καὶ τὸ ΖΗ
ἔλαττον ὄνομα σύμ-
μετρόν ἐστι τῇ ἐκκει-
μένῃ ῥητῇ τῇ Δ μή-
κει. ἡ ΕΗ ἄρα ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ πέμπτη :~

ΝΓ Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην. ἐκκείσθωσαν δύ-
ο ἀριθμοὶ οἱ ΑΓ ΓΒ. ὥστε τὸν ΑΒ πρὸς ἑκάτερον αὐ-
τῶν λόγον μὴ ἔχειν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς
τετράγωνον ἀριθμόν. ἔστω δὲ καὶ ἕτερος ἀριθμὸς ὁ Δ
μὴ τετράγωνος ὢν μηδὲ πρὸς ἑκάτερον τῶν ΒΑ ΑΓ
λόγον ἔχων ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγω-
νον ἀριθμόν. καὶ ἐκκείσθω τις ῥητὴ εὐθεῖα ἡ Ε. καὶ
γεγονέτω ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν ΑΒ. οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Ε



πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ· σύμμετρος ἄρα ἡ Ε τῇ ΖΗ δυνάμει. καὶ ἔστιν ῥητὴ ἡ Ε· ῥητὴ ἄρα καὶ ἡ ΖΗ. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ πρὸς τὸν ΑΒ λόγον οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· οὐδ' ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς Ε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἀσύμμετρος ἄρα ἡ Ε τῇ ΖΗ μήκει. γεγονέτω δὴ πάλιν ὡς ὁ ΒΑ πρὸς τὸν ΑΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ· σύμμετρον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΘΗ. ῥητὸν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ· ῥητὸν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΘΗ· ῥητὴ ἄρα ἡ ΘΗ. καὶ ἐπεὶ ὁ ΒΑ πρὸς τὸν ΑΓ λόγον οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· οὐκ ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ ΗΘ μήκει· αἱ ΖΗ ΗΘ ἄρα ῥηταί εἰσιν δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἐκ δύο ἄρα ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΖΘ. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἕκτη. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν ΑΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Ε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ· ἔστιν δὲ καὶ ὡς ὁ ΒΑ πρὸς τὸν ΑΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν ΑΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Ε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ. ὁ δὲ Δ πρὸς τὸν ΑΓ λόγον οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· οὐδ' ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς Ε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν·

ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ Ε τῇ ΗΘ μήκει· ἐδείχθη δὲ καὶ τῇ ΖΗ ἀσύμμετρος· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΖΗ ΗΘ ἀσύμμετρός ἐστι τῇ Ε μήκει. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ ΒΑ πρὸς τὸν ΑΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ· μεῖζον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΘ. ἔστω οὖν τῷ ἀπὸ τῆς ΖΗ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΗΘ Κ· ἀναστρέψαντι ἄρα ὡς ὁ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Κ. ὁ δὲ ΑΒ πρὸς τὸν ΒΓ λόγον οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ὥστε οὐδὲ τὸ ἀπὸ ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Κ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ Κ μήκει· ἡ ΖΗ ἄρα τῆς ΗΘ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ· καί εἰσιν αἱ ΖΗ ΗΘ ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι καὶ οὐδετέρα τῶν ΖΗ ΗΘ σύμμετρός ἐστι μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ Ε· ἡ ΖΘ ἄρα ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶν ἕκτη :-

Ζ Η Θ

Κ

Α Γ Β

Ε Δ

+ λῆμμα :-

Ἔστω δύο τετράγωνα τὰ ΑΒ ΒΓ καὶ κείσθωσαν ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΔΒ τῇ ΒΕ· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΖΒ τῇ ΒΗ· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον· λέγω ὅτι τετράγωνόν ἐστι τὸ ΑΓ· καὶ ὅτι

ὁ τῶν ΑΒ ΒΓ μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ΔΗ· καὶ ἔτι τῶν ΑΓ ΓΒ μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ΔΓ. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΔΒ τῇ ΒΖ, ἡ δὲ ΒΕ τῇ ΒΗ· ὅλη ἄρα ἡ ΔΕ ὅλῃ τῇ ΖΗ ἐστὶν ἴση. ἀλλ' ἡ μὲν ΔΕ ἑκατέρᾳ τῶν ΑΘ ΚΓ ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ ΖΗ ἑκατέρᾳ τῶν ΑΚ ΘΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΘ ΚΓ ἑκατέρᾳ τῶν ΑΚ ΘΓ ἐστὶν ἴση· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον· ἔστι δὲ καὶ ὀρθογώνιον· τετράγωνον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΓ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΖΒ πρὸς τὴν ΒΗ οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΕ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΖΒ πρὸς τὴν ΒΗ οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΔΗ· ὡς δὲ ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΕ οὕτως τὸ ΔΗ πρὸς τὸ ΒΓ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΔΗ οὕτως τὸ ΔΗ πρὸς τὸ ΒΓ· τῶν ΑΒ ΒΓ ἄρα μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ΔΗ. λέγω δὴ ὅτι καὶ τῶν ΑΓ ΓΒ μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ΔΓ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς ΔΚ οὕτως ἡ ΚΗ πρὸς ΗΓ· ἴση γάρ ἐστιν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ συνθέντι ὡς ἡ ΑΚ πρὸς ΚΔ οὕτως ἡ ΚΓ πρὸς ΓΗ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΚ πρὸς ΚΔ οὕτως τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΔ· ὡς δὲ ἡ ΚΓ πρὸς ΓΗ οὕτως τὸ ΔΓ πρὸς ΓΒ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΓ πρὸς ΔΓ οὕτως τὸ ΔΓ πρὸς ΒΓ· τῶν ΑΓ ΓΒ ἄρα μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ΔΓ· ὅπερ προέκειτο δεῖξαι.

διὰ τὸ λδʹ τοῦ αʹ

δείκνυται ἐν τῷ αʹ τοῦ ϛʹ

ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο ὀνομάτων. χωρίον γὰρ τὸ ΑΒΓΔ περιεχέσθω ὑπὸ ῥητῆς τῆς ΑΒ καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτης τῆς ΑΔ· λέγω ὅτι ἡ τὸ ΑΓ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο ὀνομάτων. ἐπεὶ γὰρ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ πρώτη ἡ ΑΔ, διῃρήσθω εἰς τὰ ὀνόματα κατὰ τὸ Ε· καὶ ἔστω τὸ μεῖζον ὄνομα τὸ ΑΕ. φανερὸν δὴ ὅτι αἱ ΑΕ ΕΔ ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· καὶ ἡ ΑΕ τῆς ΕΔ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ ἡ ΑΕ σύμμετρός ἐστι τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ ΑΒ μήκει. τετμήσθω δὴ ἡ ΕΔ δίχα κατὰ τὸ Ζ σημεῖον. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΕ τῆς ΕΔ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, ἐὰν ἄρα τῷ τετάρτῳ μέρει τῷ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἴσον παρὰ τὴν μείζονα τὴν ΑΕ παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ. παραβεβλήσθω οὖν παρὰ τὴν ΑΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἴσον τὸ ὑπὸ ΑΗ ΗΕ· σύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΗ τῇ ΕΗ μήκει. καὶ ἤχθωσαν διὰ τῶν Η Ε Ζ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ ΔΓ παράλληλοι αἱ ΗΘ ΕΙ ΖΚ· καὶ τῷ μὲν ΑΘ παραλληλογράμμῳ ἴσον τετράγωνον συνεστάτω τὸ ΘΝ· τῷ δὲ ΗΚ ἴσον τὸ ΝΠ· καὶ κείσθω ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΜΝ τῇ ΝΞ· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΡΝ τῇ ΝΟ· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΣΠ παραλληλόγραμμον·

διὰ τὸ κθʹ

διὰ τὸ ιζʹ

διὰ τὸ λαʹ

διὰ τὸ λῆμμα τὸ προκείμενον

τετράγωνον ἄρα ἐστὶ τὸ ΣΠ· καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΕ ἴσον ἐστὶ
τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΕΖ, οὕτως
ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΘ πρὸς ΕΛ, τὸ ΕΛ πρὸς
ΙΚ· τῶν ΑΘ, ΗΚ ἄρα μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ΕΛ· ἀλ-
λὰ τὸ μὲν ΑΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ΣΝ, τὸ δὲ ΗΚ ἴσον τῷ ΝΠ·
τῶν ΣΝ, ΝΠ ἄρα μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ΕΛ· ἔστι δὲ
τῶν αὐτῶν τῶν ΣΝ, ΝΠ μέσον ἀνάλογον καὶ τὸ ΜΡ· ἴ-
σον ἄρα ἐστὶ τὸ ΜΡ τῷ ΕΛ· ἀλλὰ τὸ μὲν ΜΡ τῷ ΟΞ
ἴσον ἐστίν· τὸ δὲ ΕΛ τῷ ΖΓ· ὅλον ἄρα τὸ ΕΓ τοῖς
ΜΡ, ΟΞ ἴσον ἐστίν· ἔστι δὲ καὶ τὰ ΑΘ, ΗΚ τοῖς ΣΝ, ΝΠ
ἴσα· ὅλον ἄρα τὸ ΑΓ ἴσον ἐστὶν ὅλῳ τῷ ΣΠ, τουτ-
έστι τῷ ἀπὸ τῆς ΜΞ τετραγώνῳ· τὸ ΑΓ ἄρα
δύναται ἡ ΜΞ. λέγω ὅτι ἡ ΜΞ ἐκ δύο ὀνομάτων
ἐστίν· ἐπεὶ γὰρ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΗ τῇ ΗΕ, σύμμε-
τρός ἐστι καὶ ἡ ΑΕ ἑκατέρᾳ τῶν ΑΗ, ΗΕ· ὑπόκει-
ται δὲ καὶ ἡ ΑΕ τῇ ΑΒ σύμμετρος· καὶ αἱ ΑΗ, ΗΕ ἄρα
τῇ ΑΒ σύμμετροί εἰσιν· καί ἐστι ῥητὴ ἡ ΑΒ· ῥητὴ
ἄρα ἐστὶν καὶ ἑκατέρα τῶν ΑΗ, ΗΕ· ῥητὸν ἄρα ἐστὶν
ἑκάτερον τῶν ΑΘ, ΗΚ· καί ἐστι σύμμετρον τὸ ΑΘ
τῷ ΗΚ· ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΘ τῷ ΣΝ ἴσον ἐστί· τὸ δὲ
ΗΚ τῷ ΝΠ· καὶ τὰ ΣΝ, ΝΠ ἄρα, τουτέστι τὰ ἀπὸ
τῶν ΜΝ, ΝΞ, ῥητά ἐστι καὶ σύμμετρα· καὶ ἐπεὶ ἀ-
σύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΕ τῇ ΕΔ μήκει· ἀλλ' ἡ μὲν
ΑΕ τῇ ΑΗ ἐστὶ σύμμετρος, ἡ δὲ ΔΕ τῇ ΕΖ σύμμε-
τρος, ἀσύμμετρος ἄρα καὶ ἡ ΑΗ τῇ ΕΖ· ὥστε καὶ
τὸ ΑΘ τῷ ΕΛ ἀσύμμετρον· ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΘ τῷ ΣΝ

ἐστὶν ἴσον· τὸ δὲ ΕΛ τῷ ΜΡ· καὶ τὸ ΣΝ ἄρα τῷ ΜΡ ἀσύμ-
μετρόν ἐστιν· ἀλλ' ὡς τὸ ΣΝ πρὸς ΜΡ, ἡ ΟΝ πρὸς ΝΡ·
ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΟΝ τῇ ΝΡ· ἴση δὲ ἡ μὲν ΟΝ
τῇ ΜΝ· ἡ δὲ ΝΡ τῇ ΝΞ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ
ΜΝ τῇ ΝΞ· καί ἐστι τὸ ἀπὸ ΜΝ σύμμετρον τῷ ἀπὸ
τῆς ΝΞ καὶ ῥητὸν ἑκάτερον· αἱ ΜΝ, ΝΞ ἄρα ῥη-
ταί εἰσιν δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἡ ΜΞ ἄρα ἐκ
δύο ὀνομάτων ἐστὶ καὶ δύναται τὸ ΑΓ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ΝΕ Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο
ὀνομάτων δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλο-
γός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων πρώτη. περι-
εχέσθω γὰρ τὸ χωρίον τὸ ΑΒΓΔ ὑπὸ ῥητῆς τῆς
ΑΒ καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέρας τῆς ΑΔ.
λέγω ὅτι ἡ τὸ ΑΓ χωρίον δυναμένη ἐκ δύο μέσων
πρώτη ἐστίν· ἐπεὶ γὰρ ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέρα ἐστὶν
ἡ ΑΔ, διῃρήσθω εἰς τὰ ὀνόματα κατὰ τὸ Ε, ὥστε
τὸ μεῖζον ὄνομα εἶναι τὸ ΑΕ· αἱ ΑΕ, ΕΔ ἄρα ῥηταί
εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· καὶ ἡ ΑΕ τῆς ΕΔ

μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ τὸ ἔλαττον
ὄνομα ἡ ΕΔ σύμμετρόν ἐστι τῇ ΑΒ μήκει· τετμήσθω ἡ ΕΔ
δίχα κατὰ τὸ Ζ· καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἴσον παρὰ τὴν ΑΕ
παραβεβλήσθω ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ τὸ ὑπὸ
τῶν ΑΗ, ΗΕ· σύμμετρος ἄρα ἡ ΑΗ τῇ ΗΕ μήκει· καὶ διὰ
τῶν Η, Ε, Ζ παράλληλοι ἤχθωσαν ταῖς ΑΒ, ΔΓ αἱ ΗΘ,
ΕΚ, ΖΛ· καὶ τῷ μὲν ΑΘ παραλληλογράμμῳ ἴσον τετρά-
γωνον συνεστάτω τὸ ΣΝ· τῷ δὲ ΗΚ ἴσον τετράγωνον
τὸ ΝΠ· καὶ κείσθω ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΜΝ τῇ ΝΞ·
ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΡΝ τῇ ΝΟ· καὶ συμπεπληρώ-
σθω τὸ ΣΠ τετράγωνον· φανερὸν δὴ ἐκ τοῦ προδεδει-
γμένου ὅτι τὸ ΜΡ μέσον ἀνάλογόν ἐστι τῶν ΣΝ, ΝΠ καὶ
ἴσον τῷ ΕΛ· καὶ ὅτι τὸ ΑΓ χωρίον δύναται ἡ ΜΞ· δεικτέ-
ον δὴ ὅτι ἡ ΜΞ ἐκ δύο μέσων ἐστὶ πρώτη· ἐπεὶ ἀσύμμε-
τρός ἐστιν ἡ ΑΕ τῇ ΕΔ μήκει· σύμμετρος δὲ ἡ ΕΔ τῇ ΑΒ·
ἀσύμμετρος ἄρα ἡ ΑΕ τῇ ΑΒ· καὶ ἐπεὶ σύμμετρός ἐστιν
ἡ ΑΗ τῇ ΕΗ· σύμμετρός ἐστι καὶ ἡ ΑΕ ἑκατέρᾳ τῶν ΑΗ,
ΗΕ· καὶ ἔστι ῥητὴ ἡ ΑΕ· ῥητὴ ἄρα καὶ ἑκατέρα τῶν ΑΗ,
ΗΕ· καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΕ τῇ ΑΒ· σύμμετρος δὲ
ἡ ΑΕ ἑκατέρᾳ τῶν ΑΗ, ΗΕ· αἱ ΑΗ, ΗΕ ἄρα ἀσύμμετροί εἰ-
σιν τῇ ΑΒ μήκει· αἱ ΒΑ, ΑΗ, ΗΕ ἄρα ῥηταί εἰσιν δυνάμει μό-
νον σύμμετροι· ὥστε μέσον ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΑΘ, ΗΚ·
ὥστε καὶ ἑκάτερον τῶν ΣΝ, ΝΠ μέσον ἐστίν· καὶ αἱ ΜΝ, ΝΞ
ἄρα μέσαι εἰσίν· καὶ ἐπεὶ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΗ τῇ ΗΕ μή-
κει· σύμμετρόν ἐστι καὶ τὸ ΑΘ τῷ ΗΚ· τουτέστι τὸ ΣΝ τῷ
ΝΠ· τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ΜΝ τῷ ἀπὸ τῆς ΝΞ· ὥστε

δυνάμει εἰσὶ σύμμετροι αἱ ΜΝ, ΝΞ· καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρός ἐστιν
ἡ ΑΕ τῇ ΕΔ μήκει· ἀλλ' ἡ μὲν ΑΕ σύμμετρός ἐστι τῇ ΑΗ·
ἡ δὲ ΕΔ τῇ ΕΖ σύμμετρος· ἀσύμμετρος ἄρα ἡ ΑΗ τῇ
ΕΖ· ὥστε καὶ τὸ ΑΘ τῷ ΕΛ ἀσύμμετρόν ἐστι· τουτέστι τὸ
ΣΝ τῷ ΜΡ· τουτέστιν ἡ ΟΝ τῇ ΝΡ· τουτέστιν ἡ ΜΝ
τῇ ΝΞ ἀσύμμετρός ἐστι μήκει· ἐδείχθησαν δὲ αἱ
ΜΝ, ΝΞ καὶ μέσαι οὖσαι καὶ δυνάμει σύμμετροι· αἱ ΜΝ,
ΝΞ ἄρα μέσαι εἰσὶν δυνάμει μόνον σύμμετροι· λέγω
δὴ ὅτι καὶ ῥητὸν περιέχουσιν· ἐπεὶ γὰρ ἡ ΔΕ ὑπό-
κειται ἑκατέρᾳ τῶν ΑΒ, ΕΖ σύμμετρος· σύμμετρος
ἄρα καὶ ἡ ΕΖ τῇ ΕΚ· καὶ ῥητὴ ἑκατέρα αὐτῶν· ῥη-
τὸν ἄρα τὸ ΕΛ· τουτέστι τὸ ΜΡ· τὸ δὲ ΜΡ ἐστὶ τὸ ὑπὸ
τῶν ΜΝ, ΝΞ· ἐὰν δὲ δύο μέσαι δυνάμει σύμμετροι συν-
τεθῶσιν ῥητὸν περιέχουσαι· ἡ ὅλη ἄλογός ἐστιν·
καλεῖται δὲ ἐκ δύο μέσων πρώτη· ἄρα ἡ ΜΞ ἐκ
δύο μέσων ἐστὶ πρώτη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

ΝΖ ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀ-
νομάτων τρίτης· ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός

ἐστὶν ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων δευτέρα. χωρίον γὰρ τὸ ΑΒΓΔ περιεχέσθω ὑπὸ ῥητῆς τῆς ΑΒ καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτης τῆς ΑΔ διῃρημένης εἰς τὰ ὀνόματα κατὰ τὸ Ε, ὧν μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΕ· λέγω ὅτι ἡ τὸ ΑΓ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων δευτέρα. κατεσκευάσθω γὰρ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. καὶ ἐπεὶ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ τρίτη ἡ ΑΔ, αἱ ΑΕ ΕΔ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· καὶ ἡ ΑΕ τῆς ΕΔ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καὶ οὐδετέρα τῶν ΑΕ ΕΔ σύμμετρός ἐστι τῇ ΑΒ μήκει. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δείξομεν ὅτι ἡ ΜΞ ἐστὶν ἡ τὸ ΑΓ χωρίον δυναμένη· καὶ ὅτι αἱ ΜΝ ΝΞ μέσαι εἰσὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι· ὥστε ἡ ΜΞ ἐκ δύο μέσων ἐστί. δεικτέον δὴ ὅτι καὶ δευτέρα. ἐπεὶ ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΔΕ τῇ ΑΒ μήκει, τουτέστι τῇ ΕΚ, σύμμετρος δὲ ἡ ΔΕ τῇ ΕΖ, ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ τῇ ΕΚ μήκει· καί εἰσι ῥηταί· αἱ ΖΕ ΕΚ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· μέσον ἄρα τὸ ΕΛ, τουτέστι τὸ ΜΡ· καὶ περιέχεται ὑπὸ τῶν ΜΝΞ· μέσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΜΝΞ· ἡ ΜΞ ἄρα ἐκ δύο μέσων ἐστὶ δευτέρα:

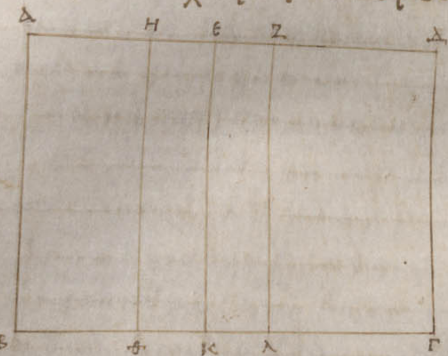
Α Η Ε Ζ Δ
Β Θ Κ Λ Γ

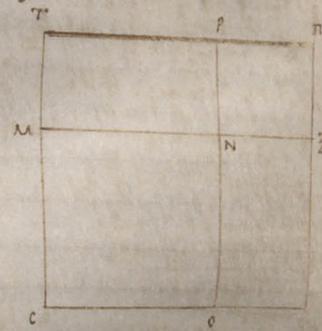


ΝΖ Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη μείζων. χωρίον γὰρ τὸ ΑΓ περιεχέσθω ὑπὸ ῥητῆς τῆς ΑΒ καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτης τῆς ΑΔ διῃρημένης εἰς τὰ ὀνόματα κατὰ τὸ Ε, ὧν μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΕ· λέγω ὅτι ἡ τὸ ΑΓ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη μείζων. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΔ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ τετάρτη, αἱ ΑΕ ΕΔ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· καὶ ἡ ΑΕ τῆς ΕΔ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ, καὶ ἡ ΑΕ τῇ ΑΒ σύμμετρός ἐστι μήκει. τετμήσθω ἡ ΔΕ δίχα κατὰ τὸ Ζ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἴσον παρὰ τὴν ΑΕ παραβεβλήσθω παραλληλόγραμμον τὸ ὑπὸ ΑΗ ΗΕ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΗ τῇ ΗΕ μήκει. ἤχθωσαν παράλληλοι τῇ ΑΒ αἱ ΗΘ ΕΚ ΖΛ, καὶ τὰ λοιπὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρὸ τούτου γεγονέτω· φανερὸν δὴ ὅτι ἡ τὸ ΑΓ χωρίον δυναμένη ἐστὶν ἡ ΜΞ. δεικτέον δὴ ὅτι ἡ ΜΞ ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη μείζων. ἐπεὶ ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΗ τῇ ΕΗ μήκει, ἀσύμμετρόν ἐστι καὶ τὸ ΑΘ τῷ ΗΚ, τουτέστι τὸ ΣΝ τῷ ΝΠ· αἱ ΜΝ ΝΞ ἄρα δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι. καὶ ἐπεὶ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΕ τῇ ΑΒ μήκει, ῥητόν ἐστι τὸ ΑΚ· καί ἐστιν ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν ΜΝ ΝΞ· ῥητὸν ἄρα καὶ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΜΝ ΝΞ. καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΔΕ τῇ ΑΒ μήκει, τουτέστι τῇ ΕΚ, ἀλλὰ ἡ ΔΕ σύμμετρός ἐστι τῇ ΕΖ, ἀσύμμετρος ἄρα ἡ ΕΖ τῇ ΕΚ μήκει.



αἱ ΕΙ, ΕΖ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· μέσον
ἄρα τὸ ΛΕ, τουτέστι τὸ ΜΡ. καὶ περιέχεται ὑπὸ τῶν ΜΝ
ΝΞ· μέσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΜΝ ΝΞ καὶ ῥητὸν τὸ
συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΜΝ ΝΞ. καὶ ἔστιν ἀσύμ-
μετρος ἡ ΜΝ τῇ ΝΞ δυνάμει. ἐὰν δὲ δύο εὐθεῖαι δυνά-
μει ἀσύμμετροι συντεθῶσι ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκεί-
μενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητόν, τὸ δ' ὑπ' αὐ-
τῶν μέσον, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι, καλεῖται δὲ μείζων. ἡ
ΜΞ ἄρα ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη μείζων. καὶ δύνα-
ται τὸ ΑΓ χωρίον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—





ΝΗ Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνο-
μάτων πέμπτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν
ἡ καλουμένη ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη. χωρίον γὰρ
τὸ ΑΓ περιεχέσθω ὑπὸ ῥητῆς τῆς ΑΒ καὶ τῆς ἐκ δύο
ὀνομάτων πέμπτης τῆς ΑΔ διῃρημένης εἰς τὰ ὀ-
νόματα κατὰ τὸ Ε, ὥστε τὸ μεῖζον ὄνομα εἶναι τὸ ΑΕ.
λέγω δὴ ὅτι ἡ τὸ ΑΓ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ
καλουμένη ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη. κατεσκευάσθω γὰρ

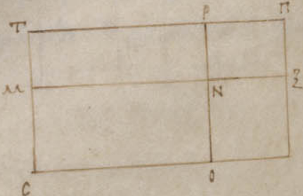
ταὐτὰ τοῖς προδεδειγμένοις. φανερὸν δὴ ὅτι ἡ τὸ ΑΓ
χωρίον δυναμένη ἐστὶν ἡ ΜΞ. δεικτέον δὴ ὅτι ἡ ΜΞ
ἐστὶν ἡ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη. ἐπεὶ γὰρ ἀσύμμετρος
ἐστὶν ἡ ΑΗ τῇ ΗΕ, ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΑΘ τῷ ΘΕ,
τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ΜΝ τῷ ἀπὸ τῆς ΝΞ· αἱ ΜΝ ΝΞ
ἄρα δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΔ ἐκ δύο ὀ-
νομάτων ἐστὶ πέμπτη καὶ ἐστὶν ἔλασσον αὐτῆς τμῆμα τὸ
ΕΔ, σύμμετρος ἄρα ἡ ΕΔ τῇ ΑΒ μήκει. ἀλλὰ ἡ ΑΕ
τῇ ΕΔ ἐστὶν ἀσύμμετρος. καὶ ἡ ΑΒ ἄρα τῇ ΑΕ ἐστὶν ἀσύμ-
μετρος μήκει. αἱ ΒΑ ΑΕ ῥηταί εἰσιν δυνάμει μόνον σύμ-
μετροι· μέσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΚ, τουτέστι τὸ συγκείμενον
ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΜΝ ΝΞ. καὶ ἐπεὶ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΔΕ
τῇ ΑΒ μήκει, τουτέστι τῇ ΕΚ, ἀλλὰ ἡ ΔΕ τῇ ΕΖ σύμμε-
τρός ἐστι, καὶ ἡ ΕΖ ἄρα τῇ ΕΚ σύμμετρός ἐστι. ῥητὴ δὲ ἡ
ΕΚ· ῥητὸν ἄρα καὶ τὸ ΕΛ, τουτέστι τὸ ΜΡ, τουτέστι τὸ ὑπὸ
ΜΝ ΝΞ. αἱ ΜΝ ΝΞ ἄρα δυνάμει ἀσύμμετροί εἰσι ποιοῦ-
σαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων
μέσον, τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν ῥητόν. ἡ ΜΞ ἄρα ῥητὸν καὶ μέ-
σον δυναμένη ἐστί. καὶ δύναται τὸ ΑΓ χωρίον. ὅπερ
ἔδει δεῖξαι:—





νθ' Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομά-
των ἕκτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ κα-
λουμένη δύο μέσα δυναμένη. χωρίον γὰρ τὸ ΑΒΓΔ
περιεχέσθω ὑπὸ ῥητῆς τῆς ΑΒ καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνο-
μάτων ἕκτης τῆς ΑΔ, διῃρημένης εἰς τὰ ὀνόματα
κατὰ τὸ Ε, ὥστε τὸ μεῖζον ὄνομα εἶναι τὸ ΑΕ. λέγω
ὅτι ἡ τὸ ΑΓ δυναμένη ἡ δύο μέσα δυναμένη ἐστίν.
κατεσκευάσθω γὰρ τὰ αὐτὰ τοῖς προδεδειγμένοις.
φανερὸν δὴ ὅτι ἡ τὸ ΑΓ δυναμένη ἐστὶν ἡ ΜΞ, καὶ ὅτι
ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΜΝ τῇ ΝΞ δυνάμει. καὶ ἐπεὶ ἀσύμ-
μετρός ἐστιν ἡ ΕΑ τῇ ΑΒ μήκει, αἱ ΕΑ ΑΒ ἄρα ῥηταί
εἰσιν δυνάμει μόνον σύμμετροι. μέσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΚ,
τουτέστι τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΜΝ ΝΞ. πά-
λιν ἐπεὶ ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΕΔ τῇ ΑΒ μήκει, ἀσύμμε-
τρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΖΕ τῇ ΕΚ. καὶ αἱ ΖΕ ΕΚ ἄρα ῥη-
ταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι. μέσον ἄρα ἐστὶ τὸ
ΕΛ, τουτέστι τὸ ΜΡ, τουτέστι τὸ ὑπὸ τῶν ΜΝΞ. καὶ ἐπεὶ
ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΕ τῇ ΕΖ, καὶ τὸ ΑΚ τῷ ΕΛ ἀσύμμετρόν
ἐστιν. ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΚ ἐστὶ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ
τῶν ΜΝ ΝΞ, τὸ δὲ ΕΛ ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΜΝΞ. ἀσύμμετρον
ἄρα ἐστὶ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΜΝΞ τῷ ὑ-
πὸ τῶν ΜΝΞ. καὶ ἐστὶ μέσον ἑκάτερον αὐτῶν. καὶ αἱ ΜΝ ΝΞ
δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι. ἡ ΜΞ ἄρα δύο μέσα δυναμέ-
νη ἐστὶ καὶ δύναται τὸ ΑΓ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :- + λῆμμα :-

Α Η Ε Ζ Δ
Β Θ Κ Λ Γ



Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνί-
σων τετράγωνα μείζονά ἐστι τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ἀνί-
σων περιεχομένου ὀρθογωνίου. ἔστω εὐθεῖα ἡ ΑΒ,
καὶ τετμήσθω εἰς ἄνισα κατὰ τὸ Γ, καὶ ἔστω μείζων ἡ ΑΓ.
λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ μείζονά ἐστι τοῦ δὶς ὑ-
πὸ τῶν ΑΓ ΓΒ. τετμήσθω γὰρ ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Δ.
ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα γραμμὴ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ
τὸ Δ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Γ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΓ
ΓΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΑΔ. ὥστε
τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ ἔλαττόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΑΔ. τὸ ἄ-
ρα δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ ἔλαττον ἢ διπλάσιόν ἐστι
τοῦ ἀπὸ ΑΔ. ἀλλὰ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ διπλάσιά
ἐστι τῶν ἀπὸ
τῶν ΑΔ ΔΓ. τὰ
ἄρα ἀπὸ τῶν
ΑΓ ΓΒ μείζονά
ἐστι τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

Α Δ Γ Β

ξ' Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων παρὰ ῥητὴν παρα-
βαλλόμενον πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων
πρώτην. ἔστω ἐκ δύο ὀνομάτων ἡ ΑΒ διῃρημένη
εἰς τὰ ὀνόματα κατὰ τὸ Γ, ὥστε τὸ μεῖζον ὄνομα εἶ-
ναι τὸ ΑΓ. καὶ ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ ΔΕ. καὶ τῷ ἀπὸ τῆς
ΑΒ ἴσον παρὰ τὴν ΔΕ παραβεβλήσθω τὸ ΔΕΖΗ
πλάτος ποιοῦν τὴν ΔΗ. λέγω ὅτι ἡ ΔΗ ἐκ δύο ὀ-
νομάτων ἐστὶ πρώτη. παραβεβλήσθω γὰρ πα-
ρὰ τὴν ΔΕ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον τὸ ΔΘ, τῷ δὲ

ἀπὸ τῆς ΓΒ ἴσον τῷ ΚΛ· λοιπὸν ἄρα τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ΜΖ· τετμήσθω ἡ ΜΗ δίχα κατὰ τὸ Ν. καὶ παράλληλος ἤχθω ἡ ΝΞ ἑκατέρᾳ τῶν ΜΛ ΗΖ· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΜΞ ΝΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ἅπαξ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ· καὶ ἐπεὶ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΑΒ διῃρημένη εἰς τὰ ὀνόματα κατὰ τὸ Γ. αἱ ΑΓ ΓΒ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ ῥητά ἐστι καὶ σύμμετρα ἀλλήλοις· ὥστε καὶ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ σύμμετρόν ἐστι τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ. καί ἐστιν ἴσον τῷ ΔΛ· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΛ καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΔΕ παράκειται· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΜ καὶ σύμμετρος τῇ ΔΕ μήκει· πάλιν ἐπεὶ αἱ ΑΓ ΓΒ ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι. μέσον ἄρα ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ τουτέστι τὸ ΜΖ. καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΜΛ παράκειται· ῥητὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΜΗ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΜΛ τουτέστι τῇ ΔΕ μήκει· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΜΔ ῥητὴ καὶ τῇ ΔΕ μήκει σύμμετρος· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΜ τῇ ΜΗ μήκει καί εἰσιν ῥηταί· αἱ ΔΜ ΜΗ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἐκ δύο ἄρα ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΔΗ· δεικτέον δὴ ὅτι καὶ πρώτη· ἐπεὶ γὰρ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ. καὶ τῶν ΔΘ ΚΛ ἄρα μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ΜΞ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΔΘ πρὸς τὸ ΜΞ. οὕτως τὸ ΜΞ πρὸς τὸ ΚΛ. τουτέστιν ὡς ἡ ΔΚ πρὸς τὴν ΜΝ. ἡ ΜΝ πρὸς τὴν ΜΚ· τὸ ἄρα ὑπὸ

τῶν ΔΚ ΚΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΜΝ· καὶ ἐπεὶ σύμμετρόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ. σύμμετρόν ἐστι καὶ τὸ ΔΘ τῷ ΚΛ· ὥστε καὶ ἡ ΔΚ τῇ ΚΜ σύμμετρός ἐστιν· καὶ ἐπεὶ μείζονά ἐστι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ. μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ΔΛ τοῦ ΜΖ· ὥστε καὶ ἡ ΔΜ τῆς ΜΗ μείζων ἐστί· καί ἐστιν ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν ΔΚ ΚΜ τῷ ἀπὸ τῆς ΜΝ. τουτέστι τῷ τετάρτῳ τοῦ ἀπὸ τῆς ΜΗ· καὶ σύμμετρος ἡ ΔΚ τῇ ΚΜ· ἐὰν δὲ ὦσιν δύο εὐθεῖαι ἄνισοι. τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ καὶ εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρῇ. ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· ἡ ΔΜ ἄρα τῆς ΜΗ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· καί εἰσι ῥηταὶ αἱ ΔΜ ΜΗ· καὶ ἡ ΔΜ μείζων ὄνομα οὖσα. σύμμετρός ἐστι τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ ΔΕ μήκει· ἡ ΔΗ ἄρα ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ πρώτη:-

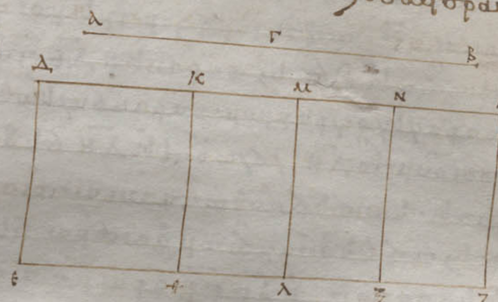
Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν· ἔστω ἐκ δύο μέσων πρώτη ἡ ΑΒ διῃρημένη εἰς τὰ μέσα κατὰ τὸ Γ. ὧν μείζων ἡ ΑΓ. καὶ ἐκκείσθω

ῥητὴ ἡ ΔΕ. καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΔΕ τῷ ἀ-
πὸ τῆς ΑΒ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΔΖ πλά-
τος ποιοῦν τὴν ΔΗ. λέγω ὅτι ἡ ΔΗ ἐκ δύο ὀνομά-
των ἐστὶ δευτέρα. κατεσκευάσθω γὰρ τὰ αὐτὰ τοῖς
πρὸ τούτου. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ ἐκ δύο μέσων ἐστὶ πρώτη δι-
ῃρημένη κατὰ τὸ Γ, αἱ ΑΓ, ΓΒ ἄρα μέσαι εἰσὶν δυνάμει
μόνον σύμμετροι ῥητὸν περιέχουσαι. ὥστε καὶ τὰ ἀ-
πὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ μέσα ἐστί. μέσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΛ. καὶ πα-
ρὰ ῥητὴν τὴν ΔΕ παραβέβληται· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΔ
καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΔΕ μήκει. πάλιν ἐπεὶ ῥητόν ἐστι τὸ
δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ, ῥητόν καὶ τὸ ΜΖ. καὶ παρὰ ῥητὴν
τὴν ΜΛ παράκειται· ῥητὴ ἄρα καὶ ἡ ΜΗ καὶ μήκει σύμ-
μετρος τῇ ΜΛ τουτέστι τῇ ΔΕ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν
ἡ ΔΜ τῇ ΜΗ μήκει καί εἰσι ῥηταί· αἱ ΔΜ, ΜΗ ἄρα ῥη-
ταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι. ἐκ δύο ἄρα ὀνομά-
των ἐστὶν ἡ ΔΗ. δεικτέον δὴ ὅτι καὶ δευτέρα. ἐπεὶ γὰρ
τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ μείζονά ἐστι τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ,
μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ΔΛ τοῦ ΜΖ. ὥστε καὶ ἡ ΔΜ τῆς ΜΗ.
καὶ ἐπεὶ σύμμετρόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ,
σύμμετρόν ἐστι καὶ τὸ ΔΘ τῷ ΚΛ. ὥστε καὶ ἡ ΔΚ τῇ
ΚΜ σύμμετρός ἐστι. καί ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΔΚ, ΚΜ ἴσον τῷ
ἀπὸ τῆς ΜΝ· ἡ
ΔΜ ἄρα τῆς ΜΗ
μεῖζον δύναται
τῷ ἀπὸ συμμέ-
τρου ἑαυτῇ. καὶ

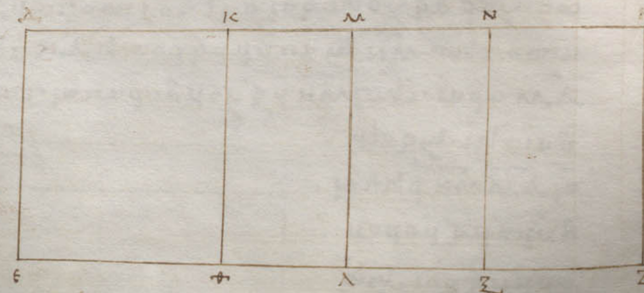
καί ἐστιν ἡ ΜΗ σύμμετρος τῇ ΔΕ μήκει. ἡ ΔΗ ἄρα ἐκ δύο ὀνο-
μάτων ἐστὶ δευτέρα :—

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων δευτέρας παρὰ ῥητὴν παρα-
βαλλόμενον πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.
ἔστω ἐκ δύο μέσων δευτέρα ἡ ΑΒ διῃρημένη εἰς τὰς μέ-
σας κατὰ τὸ Γ. ὥστε τὸ μεῖζον τμῆμα εἶναι τὸ ΑΓ. ῥη-
τὴ δέ τις ἡ ΔΕ. καὶ παρὰ τὴν ΔΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ
ἴσον παραλληλόγραμμον παραβεβλήσθω τὸ ΔΖ, πλά-
τος ποιοῦν τὴν ΔΗ. λέγω ὅτι ἡ ΔΗ ἐκ δύο ὀνομάτων
ἐστὶ τρίτη. κατεσκευάσθω τὰ αὐτὰ τοῖς προδεδειγμέ-
νοις. καὶ ἐπεὶ ἐκ δύο μέσων δευτέρα ἐστὶν ἡ ΑΒ διῃρη-
μένη κατὰ τὸ Γ, αἱ ΑΓ, ΓΒ ἄρα μέσαι εἰσὶ δυνάμει μό-
νον σύμμετροι. μέσον περιέχουσαι. ὥστε καὶ τὸ συγκεί-
μενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ μέσον ἐστί. καί ἐστιν ἴσον τῷ ΔΛ·
μέσον ἄρα καὶ τὸ ΔΛ. καὶ παράκειται παρὰ ῥητὴν τὴν
ΔΕ. ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΔ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΔΕ μή-
κει. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΜΗ ῥητή ἐστι καὶ ἀσύμμετρος
τῇ ΜΛ τουτέστι τῇ ΔΕ μήκει. ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἑκα-
τέρα τῶν ΔΜ, ΜΗ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΔΕ μήκει. καὶ
ἐπεὶ ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ μήκει. ὡς δὲ ἡ ΑΓ
πρὸς τὴν ΓΒ. οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ
τῶν ΑΓ, ΓΒ· ἀσύμμετρον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τῷ
ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ. ὥστε καὶ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀ-
πὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ἀσύμμετρόν
ἐστι τουτέστι τὸ ΔΛ τῷ ΜΖ. ὥστε καὶ ἡ ΔΜ τῇ ΜΗ ἀ-
σύμμετρός ἐστι καί εἰσι ῥηταί· ἐκ δύο ἄρα ὀνομάτων

ἐστὶν ἡ ΔΗ· δεικτέον δὴ ὅτι καὶ τρίτη. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον συλλογιούμεθα, ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΔΜ τῆς ΜΗ καὶ σύμμετρος ἡ ΔΚ τῇ ΚΜ· καί ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΔΚΜ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΜΝ· ἡ ΔΜ ἄρα τῆς ΜΗ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ οὐδετέρα τῶν ΔΜ ΜΗ σύμμετρός ἐστι τῇ ΔΕ μήκει· ἡ ΔΗ ἄρα ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ τρίτη :–



ξγ Τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην. ἔστω μείζων ἡ ΑΒ διῃρημένη κατὰ τὸ Γ· ὥστε μείζονα εἶναι τὴν ΑΓ τῆς ΓΒ. ῥητὴ δὲ ἡ ΔΕ· καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον παρὰ τὴν ΔΕ παραβεβλήσθω τὸ ΔΖ παραλληλόγραμμον, πλάτος ποιοῦν τὴν ΔΗ· λέγω ὅτι ἡ ΔΗ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ τετάρτη. κατεσκευάσθω τὰ αὐτὰ τοῖς προδεδειγμένοις· καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΒ διῃρημένη κατὰ τὸ Γ. αἱ ΑΓ ΓΒ δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητόν· τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν μέσον· ἐπεὶ οὖν ῥητόν ἐστι τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ, ῥητὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΛ· ῥητὴ ἄρα καὶ ἡ ΔΜ καὶ σύμμετρος τῇ ΔΕ μήκει· πάλιν ἐπεὶ μέσον ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ τουτέστι τὸ ΜΖ καὶ παρὰ ῥητήν ἐστι τὴν ΜΛ παράκειται. ῥητὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΜΗ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΔΕ μήκει· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΔΜ τῇ ΜΗ μήκει· αἱ ΔΜ ΜΗ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἐκ δύο ἄρα ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΔΗ· δεικτέον δὴ ὅτι καὶ τετάρτη. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δείξομεν, ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΔΜ τῆς ΜΗ· καὶ ὅτι τὸ ὑπὸ ΔΚΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΜΝ· ἐπεὶ οὖν ἀσύμμετρόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ, ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΔΘ τῷ ΚΛ· ὥστε καὶ ἡ ΔΚ τῇ ΚΜ ἀσύμμετρός ἐστιν· ἐὰν δὲ ὦσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διαιρῇ, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει· ἡ ΔΜ ἄρα τῆς ΜΗ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ. καί εἰσιν αἱ ΔΜ ΜΗ ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι· καὶ ἡ ΔΜ σύμμετρός ἐστι τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ ΔΕ· ἡ ΔΗ ἄρα ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ τετάρτη :–



ξδ Τὸ ἀπὸ τῆς ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένης παρὰ ῥητὴν

δῆλον ὅτι

παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην· ἔστω ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη ἡ ΑΒ διῃρημένη κατὰ τὸ Γ· ὥστε μείζονα εἶναι τὴν ΑΓ· καὶ ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ ΔΕ· καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον παρὰ τὴν ΔΕ παραβεβλήσθω τὸ ΔΖ πλάτος ποιοῦν τὴν ΔΗ· λέγω ὅτι ἡ ΔΗ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ πέμπτη· κατεσκευάσθω τὰ αὐτὰ τοῖς πρὸ τούτου· ἐπεὶ οὖν ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη ἐστὶν ἡ ΑΒ διῃρημένη κατὰ τὸ Γ· αἱ ΑΓ ΓΒ ἄρα δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον· τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν ῥητόν· ἐπεὶ οὖν μέσον ἐστὶ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ· μέσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΛ· ὥστε ῥητή ἐστιν ἡ ΔΜ καὶ μήκει ἀσύμμετρος τῇ ΔΕ· πάλιν ἐπεὶ ῥητόν ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ τουτέστι τὸ ΜΖ· ῥητὴ ἄρα ἡ ΜΗ καὶ σύμμετρος τῇ ΔΕ· ἀσύμμετρος ἄρα ἡ ΔΜ τῇ ΜΗ· αἱ ΔΜ ΜΗ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἐκ δύο ἄρα ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΔΗ· λέγω δὴ ὅτι καὶ πέμπτη· ὁμοίως γὰρ δειχθήσεται ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΔΚ ΚΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΜΝ καὶ ἀσύμμετρος ἡ ΔΚ τῇ ΚΜ μήκει· ἡ ΔΜ ἄρα τῆς ΜΗ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ· καί εἰσιν αἱ ΔΜ ΜΗ ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι· καὶ ἡ ἐλάσσων ἡ ΜΗ

Α Γ Β

Δ Κ Μ Ν Η

Ε Θ Λ Ξ Ζ

σύμμετρος τῇ ΔΕ μήκει· ἡ ΔΗ ἄρα ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ πέμπτη:

Τὸ ἀπὸ τῆς δύο μέσα δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην· ἔστω δύο μέσα δυναμένη ἡ ΑΒ διῃρημένη κατὰ τὸ Γ· ῥητὴ δὲ ἔστω ἡ ΔΕ· καὶ παρὰ τὴν ΔΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον παραβεβλήσθω τὸ ΔΖ πλάτος ποιοῦν τὴν ΔΗ· λέγω ὅτι ἡ ΔΗ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶν ἕκτη· κατεσκευάσθω γὰρ τὰ αὐτὰ τοῖς πρὸ τούτου· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ δύο μέσα δυναμένη ἐστὶ διῃρημένη κατὰ τὸ Γ· αἱ ΑΓ ΓΒ ἄρα δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι ποιοῦσαι τό τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον· καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων τῷ ὑπ' αὐτῶν· ὥστε κατὰ τὰ προδεδειγμένα μέσον ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΔΛ ΜΖ· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΔΕ παράκειται· ῥητὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἑκατέρα τῶν ΔΜ ΜΗ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΔΕ μήκει· καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρόν ἐστι τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΛ τῷ ΜΖ· ἀσύμμετρος ἄρα καὶ ἡ ΔΜ τῇ ΜΗ· αἱ ΔΜ ΜΗ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἐκ δύο ἄρα ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΔΗ· λέγω ὅτι καὶ ἕκτη· ὁμοίως γὰρ πάλιν δείξομεν ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΔΚ ΚΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΜΝ· καὶ ὅτι ἡ ΔΚ τῇ ΚΜ μήκει ἐστὶν ἀσύμμετρος· καὶ διὰ ταῦτα δὴ ἡ ΔΜ

τῆς ΜΗ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ·
καὶ οὐδετέρα τῶν ΔΜ, ΜΗ σύμμετρός ἐστι τῇ ἐκκει-
μένῃ ῥητῇ·
[illegible] ΔΗ
[illegible]
[ἄ]ρα ἐκ δύο
ὀνομάτων
ἐστὶν ἕκτη:—

ξ̅ς̅ Ἡ [τῇ ἐκ] δύο
[ὀνομ]άτων
μήκει σύμμετρος καὶ αὐτὴ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ καὶ τῇ τά-
ξει ἡ αὐτή· ἔστω ἐκ δύο ὀνομάτων. ἐστὶ καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτὴ
τῇ ΑΒ· ἐπεὶ γὰρ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΑΒ, διῃρήσθω
εἰς τὰ ὀνόματα κατὰ τὸ Ε, καὶ ἔστω μεῖζον ὄνομα τὸ ΑΕ· αἱ
ΑΕ, ΕΒ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι. γεγο-
νέτω ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΓΖ·
καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΕΒ πρὸς λοιπὴν τὴν ΖΔ ἐστὶν ὡς ἡ
ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ· σύμμετρος ἄρα καὶ ἡ μὲν ΑΕ τῇ ΓΖ,
ἡ δὲ ΕΒ τῇ ΖΔ. καί εἰσι ῥηταὶ αἱ ΑΕ, ΕΒ· ῥηταὶ ἄρα εἰσὶν
καὶ αἱ ΓΖ, ΖΔ· καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΑΕ πρὸς ΕΒ, ἡ ΓΖ πρὸς
ΖΔ. αἱ δὲ ΑΕ, ΕΒ δυνάμει μόνον εἰσὶ σύμμετροι· καὶ αἱ
ΓΖ, ΖΔ ἄρα δυνάμει μόνον εἰσὶ σύμμετροι καί εἰσι ῥηταί·
ἐκ δύο ἄρα ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΓΔ. λέγω δή, ὅτι καὶ τῇ
τάξει ἐστὶν ἡ αὐτὴ τῇ ΑΒ· ἡ γὰρ ΑΕ τῆς ΕΒ μεῖζον δύ-
ναται ἤτοι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ ἢ τῷ ἀπὸ
ἀσυμμέτρου. [εἰ μὲν οὖ]ν ἡ ΑΕ τῆς ΕΒ μεῖζον δύναται

τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καὶ ἡ ΓΖ τῆς ΖΔ μεῖζον δυνή-
σεται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ εἰ μὲν σύμμετρός ἐστιν
ἡ ΑΕ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καὶ ἡ ΓΖ σύμμετρος αὐτῇ
ἔσται· καὶ διὰ τοῦτο ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΓΔ ἐκ δύο ὀνομά-
των ἐστὶ πρώτη, τουτέστι τῇ τάξει ἡ αὐτή· εἰ δὲ ἡ ΕΒ
σύμμετρός ἐστι τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καὶ ἡ ΖΔ σύμμε-
τρός ἐστιν αὐτῇ· καὶ διὰ τοῦτο πάλιν τῇ τάξει ἡ αὐτή
ἐστι τῇ ΑΒ· ἑκατέρα γὰρ αὐτῶν ἔσται ἐκ δύο ὀνομά-
των δευτέρα. εἰ δὲ οὐδετέρα τῶν ΑΕ, ΕΒ σύμμετρός
ἐστι τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, οὐδὲ οὐδετέρα τῶν ΓΖ, ΖΔ
σύμμετρος αὐτῇ ἔσται· καί ἐστιν ἑκατέρα τρίτη. εἰ δὲ
ἡ ΑΕ τῆς ΕΒ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυ-
τῇ, καὶ ἡ ΓΖ τῆς ΖΔ μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ ἀσυμ-
μέτρου ἑαυτῇ· καὶ εἰ μὲν ἡ ΑΕ σύμμετρός ἐστι τῇ ἐκκει-
μένῃ ῥητῇ, καὶ ἡ ΓΖ σύμμετρός ἐστιν αὐτῇ· καί ἐστιν ἑκα-
τέρα τετάρτη· εἰ δὲ ἡ ΕΒ, καὶ ἡ ΖΔ, καὶ ἔσται ἑκατέρα
πέμπτη· εἰ δὲ οὐδετέρα τῶν ΑΕ, ΕΒ, καὶ τῶν ΓΖ, ΖΔ οὐ-
δετέρα σύμμετρός ἐστι τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ· καὶ ἔσται
ἑκατέρα ἕκτη.
Ὥστε ἡ τῇ ἐκ δύο
ὀνομάτων μήκει
σύμμετρος ἐκ δύο
ὀνομάτων ἐστὶ καὶ τῇ
τάξει ἡ αὐτή:—

ξ̅ζ̅ Ἡ τῇ ἐκ δύο μέσων μήκει σύμμετρος, ἐκ δύο μέσων ἐστὶ καὶ τῇ
τάξει ἡ αὐτή. ἔστω ἐκ δύο μέσων ἡ ΑΒ, καὶ τῇ ΑΒ σύμμε-

ρος ἔστω μήκει ἡ ΓΔ· λέγω ὅτι ἡ ΓΔ ἐκ δύο μέσων ἐστὶ
καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτὴ τῇ ΑΒ· ἐπεὶ γὰρ ἐκ δύο μέσων ἐστὶν
ἡ ΑΒ διῃρήσθω εἰς τὰς μέσας κατὰ τὸ Ε· αἱ ΑΕ ΕΒ ἄρα
μέσαι εἰσὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι· καὶ γεγονέτω ὡς ἡ
ΑΒ πρὸς ΓΔ, ἡ ΑΕ πρὸς ΓΖ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΕΒ
πρὸς λοιπὴν τὴν ΖΔ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΓΔ· σύμ-
μετρος δὲ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ μήκει· σύμμετρος ἄρα καὶ ἡ
μὲν ΑΕ τῇ ΓΖ, ἡ δὲ ΕΒ τῇ ΖΔ· καὶ εἰσὶ μέσαι αἱ ΑΕ ΕΒ·
μέσαι ἄρα καὶ αἱ ΓΖ ΖΔ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΕ πρὸς ΕΒ
ἡ ΓΖ πρὸς ΖΔ· αἱ δὲ ΑΕ ΕΒ δυνάμει μόνον εἰσὶ σύμ-
μετροι· καὶ αἱ ΓΖ ΖΔ ἄρα δυνάμει μόνον εἰσὶ σύμμετροι·
ἐδείχθησαν δὲ καὶ μέσαι· ἡ ΓΔ ἄρα ἐκ δύο μέσων ἐστί·
λέγω δὴ ὅτι καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή ἐστι τῇ ΑΒ· ἐπεὶ γὰρ
ἐστὶν ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΒ ἡ ΓΖ πρὸς ΖΔ· καὶ ὡς ἄ-
ρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΒ, οὕτως τὸ
ἀπὸ τῆς ΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΖΔ· ἐναλλὰξ ὡς τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΑΕ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΖ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΕΒ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΖΔ· σύμμετρον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς
ΑΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΖ· σύμμετρον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΕΒ τῷ ὑπὸ τῶν ΓΖΔ· εἴτε οὖν ῥητόν ἐστι τὸ ὑ-
πὸ τῶν ΑΕΒ, καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΖΔ ῥητόν ἐστι· καὶ διὰ
τοῦτό ἐστιν ἐκ δύο μέσων πρώτη· εἴτε μέσον τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΕΒ, μέσον καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΖΔ· καὶ ἐστιν ἑκατέρα δευ-
τέρα· καὶ διὰ
τοῦτο ἔσται καὶ ἡ
ΓΔ τῇ ΑΒ τῇ

Α Ε Β

Γ Ζ Δ

τῇ τάξει ἡ αὐτή:
Ἡ τῇ μείζονι σύμμετρος καὶ αὐτὴ μείζων ἐστίν· ἔστω μείζων
ἡ ΑΒ· καὶ τῇ ΑΒ σύμμετρος ἔστω ἡ ΓΔ· λέγω ὅτι καὶ ἡ ΓΔ
μείζων ἐστί· διῃρήσθω ἡ ΑΒ κατὰ τὸ Ε· αἱ ΑΕ ΕΒ ἄρα
δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον
ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητόν· τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν
μέσον· καὶ γεγονέτω τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον· καὶ ἐπεί
ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἥ τε ΑΕ πρὸς τὴν
ΓΖ καὶ ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΖΔ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΓΖ,
οὕτως ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΖΔ· σύμμετρος δὲ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ·
σύμμετρος ἄρα καὶ ἑκατέρα τῶν ΑΕ ΕΒ ἑκατέρᾳ τῶν
ΓΖ ΖΔ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΓΖ, οὕτως ἡ ΕΒ
πρὸς τὴν ΖΔ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΕ πρὸς ΕΒ, οὕτως ἡ
ΓΖ πρὸς ΖΔ· καὶ συνθέντι ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς
ΒΕ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς ΔΖ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς
ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι
καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ, οὕτως τὸ
ἀπὸ τῆς ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΖ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ
τῆς ΓΔ πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΓΖ ΖΔ· καὶ ἐναλλὰξ ἄρα
ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ, οὔ-
τως τὰ ἀπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΓΖ ΖΔ·
σύμμετρον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ·
σύμμετρα ἄρα καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ τοῖς ἀπὸ
τῶν ΓΖ ΖΔ· καί ἐστι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ ἅμα ῥητόν·

καὶ τὸ ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΓΖ, ΖΔ ἄρα ῥητόν ἐστιν. ὁμοίως δὴ καὶ τὸ
δὶς ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΒ σύμμετρόν ἐστι τῷ δὶς ὑπὸ τῶν Γ-
Ζ, ΖΔ. καὶ ἐστι μέσον τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΒ. μέσον ἄρα καὶ
τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΔ. αἱ ΓΖ, ΖΔ ἄρα δυνάμει εἰσὶν
ἀσύμμετροι, ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀ-
π' αὐτῶν τετρα-
γώνων ἅμα ῥη-
τόν, τὸ δὲ δὶς
ὑπ' αὐτῶν μέσον.
ἡ ΓΔ ἄρα ἄ-
λογός ἐστιν ἡ κα-
λουμένη μείζων. ἡ ἄρα τῇ μείζονι σύμμετρος μεί-
ζων ἐστίν :~

Α Ε Β

Γ Ζ Δ

Ἡ τῇ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ
ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη ἐστίν. ἔστω ῥητὸν καὶ μέσον
δυναμένη ἡ ΑΒ. καὶ τῇ ΑΒ σύμμετρος ἔστω ἡ ΓΔ. δεικ-
τέον ὅτι καὶ ἡ ΓΔ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη ἐστί. διῃ-
ρήσθω ἡ ΑΒ εἰς τὰς εὐθείας κατὰ τὸ Ε. αἱ ΑΕ, ΕΒ ἄρα
δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι, ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκεί-
μενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον. τὸ
δ' ὑπ' αὐτῶν ῥητόν. καὶ τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω
τοῖς πρότερον. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ αἱ ΓΖ,
ΖΔ δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι. καὶ σύμμετρον τὸ μὲν
συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΕ, ΕΒ τῷ συγκειμέ-
νῳ ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΓΖ, ΖΔ. τὸ δὲ ὑπὸ ΑΕ, ΕΒ τῷ
ὑπὸ ΓΖ, ΖΔ. ὥστε καὶ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ

τῶν ΓΖ, ΖΔ τετρα-
γώνων ἐστὶ μέσον.
τὸ δ' ὑπὸ τῶν ΓΖ,
ΖΔ ῥητόν. ῥη-
τὸν ἄρα καὶ μέσον
δυναμένη [illegible]

Α Ε Β

Γ Ζ Δ

Ἡ τῇ δύο μέσα δυναμένῃ σύμμετρος, δύο μέσα δυνα-
μένη ἐστίν. [illegible] δυναμένη ἡ ΑΒ. καὶ τῇ ΑΒ
σύμμετρος ἡ Γ[Δ]. [illegible] δὴ ὅτι καὶ ἡ ΓΔ δύο μέσα
δυναμένη ἐστίν. [illegible] δύο μέσα δυναμένη ἐστὶν ἡ
διῃρήσθω [εἰς τὰς] εὐθείας κατὰ τὸ Ε. αἱ ΑΕ, ΕΒ ἄρα δυνάμει εἰ-
σὶν ἀσύμμετροι, ποιοῦσαι τό τε συγκείμενον ἐκ τῶν
ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον. καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον.
καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τὸ [illegible] μενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν
ΑΕ, ΕΒ τετραγώνων τῷ [illegible] ΑΕ, ΕΒ. καὶ κατεσκευ-
άσθω τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. ὁμοίως δὴ δείξομεν
ὅτι καὶ αἱ ΓΖ, ΖΔ δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι [illegible]
τρον τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ [illegible]
συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΓΖ, Ζ[Δ]. [illegible] ὑπὸ
τῶν ΑΕ, ΕΒ τῷ [ὑπὸ] τῶν ΓΖ, ΖΔ. ὥστε [καὶ] τὸ συγκεί-
μενον ἐκ τῶν ἀπὸ [τῶν] ΓΖ, ΖΔ τετραγώνων μέσον ἐστί.
καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΔ μέσον. καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τὸ συγκεί-
μενον ἐκ τῶν ἀ-
πὸ τῶν ΓΖ, ΖΔ
τετραγώνων τῷ
ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΔ.

Α Ε Β

Γ Ζ Δ

ἡ γδ ἄρα δύο μέσα δυναμένη ἐστίν :–

Ρ ητοῦ καὶ μέσου συντιθεμένου. τέσσαρες ἄλογοι γίνονται.
ἤτοι ἐκ δύο ὀνομάτων. ἢ ἐκ δύο μέσων πρώτη. ἢ μεί-
ζων. ἢ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη. ἔστω ῥητὸν μὲν
τὸ αβ. μέσον δὲ τὸ γδ. λέγω ὅτι ἡ τὸ αδ χωρίον δυ-
ναμένη. ἤτοι ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστίν. ἢ ἐκ δύο μέσων
πρώτη. ἢ μείζων. ἢ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη. τὸ
γὰρ αβ τοῦ γδ. ἤτοι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἔλασσον. ἔστω
πρότερον μεῖζον καὶ ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ εζ. καὶ παρα-
βεβλήσθω παρὰ τὴν εζ τῷ αβ ἴσον τὸ εη πλά-
τος ποιοῦν τὴν εθ. τῷ δὲ δγ ἴσον παρὰ τὴν εζ
τουτέστι τὴν θη παραβεβλήσθω τὸ θι πλάτος
ποιοῦν τὴν θκ. καὶ ἐπεὶ ῥητόν ἐστι τὸ αβ καί ἐστιν ἴσον
τῷ εη. ῥητὸν ἄρα καὶ τὸ εη. καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν
εζ παραβέβληται πλάτος ποιοῦν τὴν εθ. ῥητὴ
ἄρα ἐστὶν ἡ εθ καὶ σύμμετρος τῇ εζ μήκει. πάλιν ἐπεὶ
μέσον ἐστὶ τὸ γδ καί ἐστιν ἴσον τῷ θι. μέσον ἄρα ἐστὶ καὶ
τὸ θι καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν εζ παράκειται τουτέστι
τὴν θη πλάτος ποιοῦν τὴν θκ. ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ
θκ καὶ ἀσύμμετρος τῇ εζ μήκει. καὶ ἐπεὶ μέσον ἐστὶ τὸ
γδ. ῥητὸν δὲ τὸ αβ. ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ αβ τῷ
γδ. ὥστε καὶ τὸ εη ἀσύμμετρόν ἐστι τῷ θι. ὡς δὲ
τὸ εη πρὸς τὸ θι. οὕτως ἐστὶν ἡ εθ πρὸς τὴν θκ. ἀ-
σύμμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ εθ τῇ θκ μήκει. καί εἰσιν
ἀμφότεραι ῥηταί. αἱ εθ θκ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνά-
μει μόνον σύμμετροι. ἐκ δύο ἄρα ὀνομάτων ἐστὶν ἡ εκ

[illegible]

διῃρημένη κατὰ τὸ θ. καὶ ἐπεὶ μεῖζόν ἐστι τὸ αβ τοῦ γδ. ἴ-
σον δὲ τὸ μὲν αβ τῷ εη. τὸ δὲ γδ τῷ θι. μεῖζον ἄρα
καὶ τὸ εη τοῦ θι. καὶ ἡ εθ ἄρα μείζων ἐστὶ τῆς θκ. ἤτοι
οὖν ἡ εθ τῆς θκ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέ-
τρου ἑαυτῇ μήκει ἢ τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου. δυνάσθω πρότε-
ρον τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καί ἐστιν ἡ μείζων ἡ θε σύμ-
μετρος τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ εζ. ἡ ἄρα εκ ἐκ
δύο ὀνομάτων ἐστὶ πρώτη. ῥητὴ δὲ ἡ εζ. ἐὰν δὲ
χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνο-
μάτων πρώτης. ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἐκ δύο ὀ-
νομάτων ἐστίν. ἡ ἄρα τὸ ει δυναμένη ἐκ δύο ὀνο-
μάτων ἐστίν. ὥστε καὶ ἡ τὸ αδ δυναμένη ἐκ δύο ὀνο-
μάτων ἐστίν. ἀλλὰ δὴ δυνάσθω ἡ εθ τῆς θκ μεῖζον
τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ. καί ἐστιν ἡ μείζων ἡ εθ σύμ-
μετρος τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ εζ μήκει. ἡ ἄ-
ρα εκ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ τετάρτη. ῥητὴ δὲ
ἡ εζ. ἐὰν δὲ χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ
τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτης. ἡ τὸ χωρίον δυ-
ναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη μείζων. ἡ ἄρα
τὸ ει χωρίον δυναμένη μείζων ἐστίν. ὥστε καὶ ἡ τὸ
αδ δυναμένη μείζων ἐστίν. ἀλλὰ δὴ ἔστω ἔλασσον
τὸ αβ τοῦ γδ. καὶ τὸ εη ἄρα ἔλασσόν ἐστι τοῦ θι. ὥσ-
τε καὶ ἡ εθ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς θκ. ἤτοι δὲ ἡ θκ τῆς
εθ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ ἢ
τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου. δυνάσθω πρότερον τῷ ἀ-
πὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. καί ἐστιν ἐλάσσων ἡ εθ



σύμμετρος τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ ΕΖ μήκει· ἡ ἄρα
ΕΚ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ δευτέρα. ῥητὴ δὲ ἡ ΕΖ· ἐὰν
δὲ χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνο-
μάτων δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἐκ δύο μέσων διὰ τὸ με΄
ἐστὶ πρώτη· ἡ ἄρα τὸ ΕΙ χωρίον δυναμένη ἐκ δύο
μέσων ἐστὶ πρώτη· ὥστε καὶ ἡ τὸ ΑΔ χωρίον δυναμέ-
νη ἐκ δύο μέσων ἐστὶ πρώτη· ἀλλὰ δὴ ἡ ΕΘ τῆς ΘΚ
μεῖζον δυνάσθω τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ· καί ἐστιν ἐ-
λάσσων ἡ ΘΚ σύμμετρος τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ
ΕΖ· ἡ ἄρα ΕΚ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ πέμπτη· ῥητὴ
δὲ ἡ ΕΖ· ἐὰν δὲ χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ διὰ τὸ νη΄
τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτης, ἡ τὸ χωρίον δυνα-
μένη ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη ἐστίν· ἡ ἄρα τὸ ΕΙ χω-
ρίον δυναμένη ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη ἐστίν· ὥστε
καὶ ἡ τὸ ΑΔ χωρίον δυναμένη ἐστί· ῥητοῦ ἄρα καὶ μέ- ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη
σου συντιθεμένου τέσσαρες ἄλογοι γίγνονται· ἤ-
τοι ἐκ δύο
ὀνομάτων·
ἢ ἐκ δύο
μέσων πρώ-
τη· ἢ μεί-
ζων· ἢ ῥη-
τὸν καὶ μέσον
δυναμένη·

Α Γ Ε Θ Κ
Β Δ Ζ Η Ι

συντιθεμ

οβ΄ Δύο μέσων ἀσυμμέτρων ἀλλήλοις συντιθεμένων, αἱ λοι-
παὶ δύο ἄλογοι γίγνονται· ἤτοι ἐκ δύο μέσων δευ-

τέρα ἢ ἡ δύο μέσα δυναμένη· συγκείσθω γὰρ δύο μέσα ἀ-
σύμμετρα ἀλλήλοις τὰ ΑΒ ΓΔ· λέγω ὅτι ἡ τὸ ΑΔ χωρί-
ον δυναμένη ἤτοι ἐκ δύο μέσων ἐστὶ δευτέρα ἢ δύο μέ-
σα δυναμένη· τὸ γὰρ ΑΒ τοῦ ΓΔ ἤτοι μεῖζόν ἐστιν ἢ
ἔλασσον· ἔστω πρότερον μεῖζον τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ· καὶ ἐκκεί-
σθω ῥητὴ ἡ ΕΖ· καὶ τῷ μὲν ΑΒ ἴσον παρὰ τὴν ΕΖ πα-
ραβεβλήσθω τὸ ΕΗ πλάτος ποιοῦν τὴν ΕΘ· τῷ δὲ
ΓΔ ἴσον τὸ ΘΙ πλάτος ποιοῦν τὴν ΘΚ· καὶ ἐπεὶ μέσον
ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΑΒ ΓΔ· μέσον ἄρα καὶ ἑκάτερον τῶν
ΕΗ ΘΙ· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΕΖ παράκειται πλάτος
ποιοῦν τὰς ΕΘ ΘΚ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΕΘ ΘΚ ῥη-
τή ἐστι καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΕΖ μήκει· καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρόν
ἐστι τὸ ΑΒ τῷ ΓΔ· καί ἐστιν ἴσον τὸ μὲν ΑΒ τῷ ΕΗ· τὸ δὲ
ΓΔ τῷ ΘΙ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΕΗ τῷ ΘΙ· ὡς
δὲ τὸ ΕΗ πρὸς τὸ ΘΙ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΕΘ πρὸς ΘΚ· ἀσύμ-
μετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΘ τῇ ΘΚ μήκει· αἱ ΕΘ ΘΚ ἄρα
ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἐκ δύο ἄρα ὀνομά-
των ἐστὶν ἡ ΕΚ· ἤτοι δὲ ἡ ΕΘ τῆς ΘΚ μεῖζον δύναται
τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ ἢ τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου. δυ-
νάσθω πρότερον τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει·
καὶ οὐδετέρα τῶν ΕΘ ΘΚ σύμμετρός ἐστι τῇ ἐκκειμένῃ
ῥητῇ τῇ ΕΖ μήκει· ἡ ΕΚ ἄρα ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ
τρίτη. ῥητὴ δὲ ἡ ΕΖ· ἐὰν δὲ χωρίον περιέχηται
ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτης, ἡ τὸ διὰ τὸ νϛ΄
χωρίον δυναμένη ἐκ δύο μέσων ἐστὶ δευτέρα· ἡ ἄ-
ρα τὸ ΕΙ, τουτέστι τὸ ΑΔ δυναμένη, ἐκ δύο μέσων

αἱ δευτέραι· ἄρα δὴ ἡ ΕΘ τῆς ΘΙ μεῖζον δυνάσθω
τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει· καὶ ἀσύμμετρός ἐστιν
ἑκατέρα τῶν ΕΘ, ΘΙ τῇ ΕΖ μήκει· ἡ ἄρα ΕΙ
ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶν ἕκτη. ἐὰν δὲ χωρίον περι-
έχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτης,
ἡ τὸ χωρίον δυναμένη δύο μέσα δυναμένη ἐστίν·
ὥστε καὶ ἡ τὸ ΑΔ χωρίον δυναμένη δύο μέσα δυνα-
μένη ἐστίν. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι κἂν ἔλαττον ᾖ
τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ, ἡ τὸ ΑΔ χωρίον δυναμένη ἡ ἐκ δύο μέ-
σων δευτέρα ἐστὶν ἢ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη. δύο
ἄρα μέσων ἀσυμμέτρων ἀλλήλοις συντιθεμένων, αἱ
λοιπαὶ δύο
ἄλογοι γίγνον-
ται ἤτοι ἐκ δύο
μέσων δευτέ-
ρα ἢ δύο μέσα
δυναμένη :–

Ἡ ἐκ δύο ὀνομάτων καὶ αἱ μετ᾽ αὐτὴν ἄλογοι οὔτε τῇ μέσῃ
οὔτε ἀλλήλαις εἰσὶν αἱ αὐταί. τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ μέσης
παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ῥη-
τὴν καὶ ἀσύμμετρον τῇ παρ᾽ ἣν παράκειται μήκει.
τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων παρὰ ῥητὴν πα-
ραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομά-
των πρώτην. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων πρώ-
της παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποι-
εῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς

ἐκ δύο μέσων δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον,
πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην. τὸ δὲ
ἀπὸ τῆς μείζονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον,
πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην. τὸ δὲ
ἀπὸ τῆς ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένης παρὰ ῥητὴν
παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομά-
των πέμπτην. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς δύο μέσα δυναμένης
παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ τὴν
ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην. τὰ δ᾽ εἰρημένα πλάτη
διαφέρει τοῦ τε πρώτου καὶ ἀλλήλων· τοῦ μὲν πρώ-
του, ὅτι ῥητή ἐστιν· ἀλλήλων δέ, ὅτι τῇ τάξει
οὐκ εἰσὶν αἱ αὐταί. δῆλον ὡς καὶ αὐταὶ αἱ ἄλογοι δια-
φέρουσιν ἀλλήλων :–

ἀρχὴ τῶν κατὰ ἀφαίρεσιν ἑξάδων

ογ' Ἐὰν ἀπὸ ῥητῆς ῥητὴ ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμε-
τρος οὖσα τῇ ὅλῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστιν· καλείσθω
δὲ ἀποτομή. ἀπὸ γὰρ ῥητῆς τῆς ΑΒ ῥητὴ ἀφῃ-
ρήσθω ἡ ΒΓ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ·
λέγω ὅτι ἡ λοιπὴ ἡ ΑΓ ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἀ-
ποτομή. ἐπεὶ γὰρ ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει,
καί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ
πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ
τῆς ΑΒ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΒ
σύμμετρά ἐστι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τετράγωνα· τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ σύμμε-
τρόν ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· καὶ τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν
ΑΒ ΒΓ ἀσύμμετρά ἐστι τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ. καὶ λοι-
πῷ ἄρα τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἀσύμμετρά ἐστι τὰ ἀπὸ
τῶν ΑΒ ΒΓ, ἐπεὶ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς
ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ
μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΑ.
ῥητὰ δὲ τὰ ἀπὸ
τῶν ΑΒ ΒΓ· ἄλο-
γος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ. καλείσθω δὲ ἀποτομή :~

οδ' Ἐὰν ἀπὸ μέσης μέση ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμε-
τρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν περι-
έχῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι· καλείσθω δὲ μέσης ἀ-
ποτομὴ πρώτη. ἀπὸ γὰρ μέσης τῆς ΑΒ μέ-
ση ἀφῃρήσθω ἡ ΒΓ δυνάμει μόνον σύμμετρος
οὖσα τῇ ΑΒ, μετὰ δὲ τῆς ΑΒ ῥητὸν ποιοῦσα τὸ
ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· λέγω ὅτι ἡ λοιπὴ ἡ ΑΓ ἄλογος

ἐστί· καλείσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ πρώτη. ἐπεὶ γὰρ αἱ
ΑΒ ΒΓ μέσαι εἰσίν, μέσα ἐστὶ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ. ῥητὸν δὲ
τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· ἀσύμμετρα ἄρα τὰ ἀπὸ τῶν
ΑΒ ΒΓ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· καὶ λοιπῷ ἄρα τῷ ἀπὸ
τῆς ΑΓ ἀσύμμετρόν ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ,
ἐπεὶ κἂν τὸ ὅλον ἑνὶ αὐτῶν ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὰ ἐξ ἀρ-
χῆς μεγέθη ἀσύμμετρα ἔσται. ῥητὸν δὲ τὸ δὶς ὑπὸ
τῶν ΑΒ ΒΓ· ἄλο-
γον ἄρα τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΑΓ· ἄ-
λογος ἄρα ἐστὶν
ἡ ΑΓ. καλείσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ πρώτη :~

οε' Ἐὰν ἀπὸ μέσης μέση ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμ-
μετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον περι-
έχῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι· καλείσθω δὲ μέσης ἀπο-
τομὴ δευτέρα. ἀπὸ γὰρ μέσης τῆς ΑΒ μέση ἀφῃ-
ρήσθω ἡ ΓΒ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅ-
λῃ τῇ ΑΒ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης τῆς ΑΒ μέσον περιέ-
χουσα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· λέγω ὅτι ἡ λοιπὴ ἡ ΑΓ
ἄλογός ἐστι· καλείσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ δευτέρα.
ἐκκείσθω γὰρ ῥητὴ ἡ ΔΙ, καὶ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΑΒ
ΒΓ ἴσον παρὰ τὴν ΔΙ παραβεβλήσθω τὸ ΔΕ πλά-
τος ποιοῦν τὴν ΔΗ· τῷ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἴσον
παρὰ τὴν ΔΙ παραβεβλήσθω τὸ ΔΘ πλάτος ποι-
οῦν τὴν ΔΖ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΖΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς ΑΓ. καὶ ἐπεὶ μέσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ, μέσον

ἄρα καὶ τὸ ΔΕ καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΔΙ παράκειται πλά-
τος ποιοῦν τὴν ΔΗ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΗ καὶ ἀσύμμε-
τρος τῇ ΔΙ μήκει. πάλιν ἐπεὶ μέσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΒ ΒΓ· καὶ τὸ δὶς ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μέσον ἐστὶ καὶ ἔστιν
ἴσον τῷ ΔΘ· καὶ τὸ ΔΘ ἄρα μέσον ἐστὶ καὶ παρὰ ῥητὴν
τὴν ΔΙ παραβέβληται πλάτος ποιοῦν τὴν ΔΖ·
ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΖ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΔΙ μήκει· καὶ
ἐπεὶ αἱ ΑΒ ΒΓ δυνάμει μόνον σύμμετροί εἰσιν· ἀσύμμε-
τρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει· ἀσύμμετρον ἄρα
καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ·
ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΒ σύμμετρά ἐστι τὰ ἀπὸ
τῶν ΑΒ ΒΓ· τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ σύμμετρόν ἐστι
τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· ἀσύμμετρα ἄρα ἐστὶ τὰ ἀ-
πὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· τὸ ΔΕ· τῷ
δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τὸ ΔΘ· ἀσύμμετρον ἄρα τὸ
ΔΕ τῷ ΔΘ· ὡς δὲ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ ΔΘ, οὕτως ἡ ΗΔ
πρὸς τὴν ΔΖ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΔ τῇ ΔΖ·
καὶ εἰσὶν ἀμφότεραι ῥηταί· αἱ ἄρα ΗΔ ΔΖ ῥηταί εἰ-
σιν δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἡ ΖΗ ἄρα ἀποτο-
μή ἐστι· ῥητὴ δὲ ἡ ΔΙ· τὸ δὲ ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀλόγου
περιεχόμενον ἄλογόν ἐστιν· καὶ ἡ δυναμένη ἄρα αὐ-
τὸ ἄλογός ἐστι·
καὶ δύναται τὸ
ΖΕ ἡ ΑΓ· ἡ ΑΓ
ἄρα ἄλογός ἐστι·
καλείσθω δὲ μέ-

(margin: ἴσα δὲ τῷ μὲν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ,)

Α Γ Β



σης ἀποτομὴ δευτέρα :-

οϛ Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖ-
σα τῇ ὅλῃ· μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν ἀπ' αὐ-
τῶν ἅμα ῥητόν· τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν μέσον. ἡ λοιπὴ ἄλο-
γός ἐστι· καλείσθω δὲ ἐλάσσων· ἀπὸ γὰρ εὐθείας τῆς
ΑΒ εὐθεῖα ἀφῃρήσθω ἡ ΒΓ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα
τῇ ὅλῃ ποιοῦσα μετὰ τῆς ὅλης τῆς ΑΒ τὸ συγκείμε-
νον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἅμα ῥητόν· τὸ δὲ δὶς ὑ-
πὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἅμα μέσον· λέγω ὅτι ἡ λοιπὴ ἡ ΑΓ ἄλο-
γός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐλάσσων· ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν συγ-
κείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τετραγώνων ῥητόν
ἐστι· τὸ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μέσον. ἀσύμμετρα ἄ-
ρα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ·
καὶ ἀναστρέψαντι ἀσύμμετρά ἐστι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τῷ
ἀπὸ τῆς ΑΓ· ῥητὰ δὲ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· ἄλογον
ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς
ΑΓ· ἄλογος ἄ-
ρα ἡ ΑΓ· καλεί-
σθω δὲ ἐλάσσων :-

Α Γ Β

οζ Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος
οὖσα τῇ ὅλῃ· μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκεί-
μενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον· τὸ δὲ δὶς
ὑπ' αὐτῶν ῥητόν· ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι· καλείσθω δὲ
μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα· ἀπὸ γὰρ εὐθείας
τῆς ΑΒ εὐθεῖα ἀφῃρήσθω ἡ ΒΓ δυνάμει ἀσύμμετρος
οὖσα τῇ ὅλῃ τῇ ΑΒ· ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον



ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τετραγώνων μέσον. τὸ δὲ δὶς ὑπὸ
τῶν ΑΒ ΒΓ ῥητόν. λέγω ὅτι ἡ λοιπὴ ἡ ΑΓ ἄλογός
ἐστι. καλείσθω δὲ ἡ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα·
ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ
τετραγώνων μέσον ἐστί· τὸ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ
ῥητόν· ἀσύμμετρα ἄρα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τετράγω-
να τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ
τῆς ΑΓ ἀσύμμετρόν ἐστι τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· καὶ
ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ῥητόν· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς
ΑΓ ἄλογόν ἐστιν·
ἄλογος ἄρα ἐστὶν
ἡ ΑΓ· καλείσθω
δὲ ἡ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα :—

Α Γ Β

οη

Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμε-
τρος οὖσα τῇ ὅλῃ· μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ
μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων
μέσον· τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν μέσον· ἔτι τε τὰ ἀπ' αὐ-
τῶν τετράγωνα ἀσύμμετρα τῷ δὶς ὑπ' αὐτῶν· ἡ
λοιπὴ ἄλογός ἐστι· καλείσθω δὲ ἡ μετὰ μέσου μέσον
τὸ ὅλον ποιοῦσα· ἀπὸ γὰρ εὐθείας τῆς ΑΒ εὐθεῖα
ἀφῃρήσθω ἡ ΒΓ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ΑΒ.
ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ
ΒΓ τετραγώνων μέσον· τὸ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μέ-
σον· ἔτι τε τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἀσύμμετρα τῷ δὶς
ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· λέγω ὅτι ἡ λοιπὴ ἡ ΑΓ ἄλογός
ἐστι· καλείσθω δὲ ἡ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦ-

σα· ἐκκείσθω γὰρ ῥητὴ ἡ ΔΙ· καὶ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΑΒ
ΒΓ ἴσον παρὰ (ῥητὴν) τὴν ΔΙ παραβεβλήσθω τὸ ΔΕ πλά-
τος ποιοῦν τὴν ΔΗ· τῷ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἴσον
ἀφῃρήσθω τὸ ΔΘ πλάτος ποιοῦν τὴν ΔΖ· λοιπὸν
ἄρα τὸ ΖΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ· ὥστε ἡ ΑΓ δύναται
τὸ ΖΕ· καὶ ἐπεὶ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ
τετραγώνων μέσον ἐστὶ καί ἐστιν ἴσον τῷ ΔΕ· μέσον ἄρα
ἐστὶ τὸ ΔΕ καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΔΙ παράκειται πλά-
τος ποιοῦν τὴν ΔΗ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΗ καὶ ἀσύμμετρος
τῇ ΔΙ μήκει· πάλιν ἐπεὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μέ-
σον ἐστὶ καί ἐστιν ἴσον τῷ ΔΘ· τὸ ἄρα ΔΘ μέσον ἐστὶ καὶ
παρὰ ῥητὴν τὴν ΔΙ παράκειται πλάτος ποιοῦν
τὴν ΔΖ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΖ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΔΙ
μήκει· καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρά ἐστι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τῷ
δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· ἀσύμμετρον ἄρα καὶ τὸ ΔΕ τῷ ΔΘ·
ὡς δὲ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ ΔΘ· οὕτως ἐστὶ καὶ ἡ ΔΗ πρὸς τὴν
ΔΖ· ἀσύμμετρος ἄρα ἡ ΔΗ τῇ ΔΖ· καί εἰσιν ἀμφότε-
ραι ῥηταί· αἱ ΗΔ ΔΖ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον
σύμμετροι· ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ· ῥητὴ δὲ ἡ ΖΘ·
τὸ δὲ ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς περιεχόμενον ὀρθο-
γώνιον ἄλογόν
ἐστι· καὶ ἡ δυναμέ-
νη αὐτὸ ἄλογός
ἐστι· καὶ δύναται τὸ
ΖΕ ἡ ΑΓ· ἡ ΑΓ ἄρα
ἄλογός ἐστι· καλεί-

Α Γ Β
Δ Ζ
Ι Θ Ε

[illegible]

ὅπερ ἔδει [δεῖξαι]. ἡ μετὰ ... μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα :—

Τῇ ἀποτομῇ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα ῥητὴ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ. ἔστω ἀποτομὴ ἡ ΑΒ, προσαρμόζουσα δὲ αὐτῇ ἡ ΒΓ· αἱ ΑΓ, ΓΒ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι. λέγω ὅτι τῇ ΑΒ ἑτέρα οὐ προσαρμόζει ῥητὴ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ. εἰ γὰρ δυνατόν, προσαρμοζέτω ἡ ΒΔ· αἱ ΑΔ, ΔΒ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι. καὶ ἐπεὶ ᾧ ὑπερέχει τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· τῷ γὰρ αὐτῷ τῷ [illegible] ἀπὸ τῆς ΑΒ· ἐναλλὰξ ἄρα ᾧ ὑπερέχει τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ. τὰ δὲ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ὑπερέχει ῥητῷ· ῥητὰ γάρ ἐστιν ἀμφότερα· καὶ τὸ δὶς ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ὑπερέχει ῥητῷ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· μέσα γάρ ἐστιν ἀμφότερα, μέσον δὲ μέσου οὐχ ὑπερέχει ῥητῷ. τῇ ἄρα ΑΒ ἑτέρα οὐ προσαρμόζει ῥητὴ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ. μία ἄρα μόνον τῇ ἀποτομῇ προσαρμόζει ῥητὴ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ :—

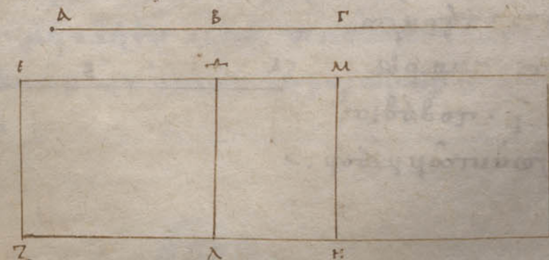
Α Β Γ Δ

Τῇ μέσης ἀποτομῇ πρώτῃ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα μέση δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν περιέχουσα. ἔστω γὰρ μέσης ἀποτομὴ πρώτη ἡ ΑΒ, καὶ τῇ ΑΒ προσαρμοζέτω ἡ ΒΓ· αἱ ἄρα ΑΓ, ΓΒ μέσαι εἰσὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι ῥητὸν περιέχουσαι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ. λέγω ὅτι τῇ ΑΒ ἑτέρα οὐ προσαρμόζει μέση δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν περιέχουσα. εἰ γὰρ δυνατόν, προσαρμοζέτω καὶ ἡ ΔΒ· αἱ ἄρα ΑΔ, ΔΒ μέσαι εἰσὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι ῥητὸν περιέχουσαι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ. καὶ ἐπεὶ ᾧ ὑπερέχει τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· τῷ γὰρ αὐτῷ πάλιν ὑπερέχουσι τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ· ἐναλλὰξ ἄρα ᾧ ὑπερέχει τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ. τὸ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ὑπερέχει ῥητῷ· ῥητὰ γὰρ ἀμφότερα· καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ ἄρα τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνων ὑπερέχει ῥητῷ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· μέσα γάρ ἐστιν ἀμφότερα, μέσον δὲ μέσου οὐχ ὑπερέχει ῥητῷ. τῇ ἄρα μέσης ἀποτομῇ πρώτῃ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα μέση δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅ

Α Β Γ Δ

[illegible]

[illegible]


Α
Β
Γ
Ε
Δ
Μ
Ζ
Λ
Η
Ι

δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον περιέχουσα:–

ἄλλο

πβ Τῇ ἐλάσσονι μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, ποιοῦσα μετὰ τῆς ὅλης τὸ μὲν ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητόν, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν μέσον. ἔστω ἡ ἐλάσσων ἡ ΑΒ, καὶ τῇ ΑΒ προσαρμόζουσα ἔστω ἡ ΒΓ· αἱ ἄρα ΑΓ, ΓΒ δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι, ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητόν, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν μέσον. λέγω ὅτι τῇ ΑΒ ἑτέρα εὐθεῖα οὐ προσαρμόσει τὰ αὐτὰ ποιοῦσα. εἰ γὰρ δυνατόν, προσαρμοζέτω ἡ ΒΔ· αἱ ΑΔ, ΔΒ ἄρα δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι, ποιοῦσαι τὰ μὲν ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τετράγωνα ἅμα ῥητόν, τὸ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ μέσον. καὶ ἐπεὶ ᾧ ὑπερέχει τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ, τὰ δὲ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τετράγωνα τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνων ὑπερέχει ῥητῷ· ῥητὰ γάρ ἐστιν ἀμφότερα· καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ὑπερέχει ῥητῷ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· μέσα γάρ ἐστιν ἀμφότερα. τῇ ἄρα ἐλάσσονι μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, καὶ ποιοῦσα τὰ μὲν ἀπὸ τῶν τετραγώνων ἅμα ῥητόν, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν μέσον:–

ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· τούτ

Α Β Γ Δ

ἄλλως

πγ Τῇ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν ῥητόν. ἔστω ἡ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἡ ΑΒ, καὶ τῇ ΑΒ προσαρμόζουσα ἔστω ἡ ΒΓ· αἱ ἄρα ΑΓ, ΓΒ δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι, ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ῥητόν. λέγω ὅτι τῇ ΑΒ ἑτέρα οὐ προσαρμόσει τὰ αὐτὰ ποιοῦσα. εἰ γὰρ δυνατόν, προσαρμοζέτω ἡ ΒΔ· καὶ αἱ ΑΔ, ΔΒ ἄρα δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι, ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ ῥητόν. ἐπεὶ οὖν ᾧ ὑπερέχει τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ, ἀκολούθως τοῖς πρὸ αὐτοῦ· τὸ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ὑπερέχει ῥητῷ· ῥητὰ γάρ ἐστιν ἀμφότερα· καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ ἄρα τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ὑπερέχει ῥητῷ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· μέσα γάρ ἐστιν ἀμφότερα. οὐκ ἄρα τῇ ΑΒ ἑτέρα προσαρμόσει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν ῥητόν·

Α Β Γ

τῶν· τῇ ἄρα μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ μία
μόνον προσαρμόζει:

ΠΔ Τῇ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ μία μόνον
προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ·
μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τό τε συγκείμενον ἐκ
τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον· καὶ τὸ δὶς ὑπ' αὐ-
τῶν μέσον· καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τὸ συγκείμενον ἐκ
τῶν ἀπ' αὐτῶν τῷ δὶς ὑπ' αὐτῶν· ἔστω ἡ μετὰ μέ-
σου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἡ ΑΒ· προσαρμόζου-
σα δὲ ἡ ΒΓ· αἱ ἄρα ΑΓ, ΓΒ δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι
ποιοῦσαι τό τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τε-
τραγώνων μέσον· καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ μέσον·
καὶ ἔτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετράγωνα ἀσύμμετρα
τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· λέγω ὅτι τῇ ΑΒ ἑτέρα
οὐ προσαρμόσει δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ
ὅλῃ· μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὰ προειρημένα·
εἰ γὰρ δυνατόν· προσαρμοζέτω ἡ ΒΔ· ὥστε καὶ τὰς
ΑΔ, ΔΒ δυνάμει εἶναι ἀσυμμέτρους ποιούσας τό τε
[συγκείμενον ἐκ] τῶν ΑΔ, ΔΒ τετράγωνα ἅμα μέσον· καὶ τὸ
[δὶς ὑπὸ] τῶν ΑΔ, ΔΒ μέσον· καὶ ἔτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ,
ΔΒ ἀσύμμετρα [τῷ δὶς] ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ· καὶ ἐκκεί-
σθω ῥητὴ ἡ ΕΖ· καὶ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ἴσον
[παρὰ] τὴν ΕΖ παραβεβλήσθω τὸ ΕΗ πλάτος ποι-
οῦν τὴν ΕΜ· τῷ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ἴσον πα-
ρὰ τὴν ΕΖ παραβεβλήσθω τὸ ΗΘ πλάτος ποι-
οῦν τὴν ΘΜ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον ἐστὶ

τῷ ΕΛ· ἡ ἄρα ΑΒ δύναται τὸ ΕΛ· πάλιν ...
ΑΔ, ΔΒ ἴσον παρὰ τὴν ΕΖ παραβεβλήσθω ...
τος ποιοῦν τὴν ΕΝ· ἔστι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον τῷ
ΕΛ· λοιπὸν ἄρα τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ ἴσον ...
καὶ ἐπεὶ μέσον ἐστὶ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ
καὶ ἔστιν ἴσον τῷ ΕΗ· μέσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΕΗ καὶ παρὰ ῥη-
τὴν τὴν ΕΖ παράκειται πλάτος ποιοῦν τὴν ΕΜ·
ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΜ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΕΖ μήκει·
πάλιν ἐπεὶ μέσον ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ καὶ ἔστιν ἴσον
τῷ ΘΗ· μέσον ἄρα καὶ τὸ ΘΗ καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΕΖ
παράκειται πλάτος ποιοῦν τὴν ΘΜ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν
ἡ ΘΜ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΕΖ μήκει· καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρά
ἐστι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· ἀσύμ-
μετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΕΗ τῷ ΘΗ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν
καὶ ἡ ΕΜ τῇ ΜΘ μήκει· καὶ εἰσὶν ἀμφότεραι ῥηταί· αἱ
ἄρα ΕΜ, ΜΘ ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἀπο-
τομὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΘ· προσαρμόζουσα δὲ αὐτῇ ἡ ΘΜ·
ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι ἡ ΕΘ πάλιν ἀποτομή ἐστι·
προσαρμόζουσα δὲ αὐτῇ ἡ ΘΝ· τῇ ἄρα ἀποτομῇ
ἄλλη καὶ ἄλλη ῥητὴ προσαρμόζει δυνάμει μόνον σύμ-
μετρος οὖσα τῇ ὅλῃ· ὅπερ ἐδείχθη ἀδύνατον·
οὐκ ἄρα τῇ ΑΒ ἑτέρα προσαρμόσει εὐθεῖα· τῇ ἄρα
ΑΒ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμ-
μετρος οὖσα τῇ ὅλῃ· μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα
τὸ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα ἅμα μέσον· καὶ τὸ δὶς ὑπ'
αὐτῶν μέσον· ἔτι τό τε ἀπ' αὐτῶν τετράγων[α] ...

ἀσύμμετρα
[illegible]

ὅροι τρίτοι

Ὑποκειμένης ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς, ἐὰν μὲν ἡ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ ὅλη σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καλείσθω ἀποτομὴ πρώτη. ἐὰν δὲ ἡ προσαρμόζουσα σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καλείσθω ἀποτομὴ δευτέρα. ἐὰν δὲ μηδετέρα σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καλείσθω ἀποτομὴ τρίτη. πάλιν ἐὰν ἡ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, ἐὰν μὲν ἡ ὅλη σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καλείσθω ἀποτομὴ τετάρτη. ἐὰν δὲ ἡ προσαρμόζουσα, πέμπτη. ἐὰν δὲ μηδετέρα, ἕκτη:~

Εὑρεῖν τὴν πρώτην ἀποτομήν. ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ Α, καὶ τῇ Α μήκει σύμμετρος ἔστω ἡ ΒΗ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΒΗ. καὶ

ἐκκείσθωσαν δύο τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ ΔΕ, ΕΖ, ὧν ἡ ὑπεροχὴ ὁ ΖΔ μὴ ἔστω τετράγωνος· οὐδ' ἄρα ὁ ΕΔ πρὸς τὸν ΔΖ λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ πεποιήσθω ὡς ὁ ΕΔ πρὸς τὸν ΔΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΓ τετράγωνον· σύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΓ. ῥητὴ δὲ ἡ ΒΗ· ῥητὸν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΓ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΗΓ. καὶ ἐπεὶ ὁ ΕΔ πρὸς τὸν ΔΖ λόγον οὐκ ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, οὐδ' ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΓ λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΗ τῇ ΗΓ μήκει. καί εἰσιν ἀμφότεραι ῥηταί· αἱ ΒΗ, ΗΓ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἡ ἄρα ΒΓ ἀποτομή ἐστιν. λέγω δή, ὅτι καὶ πρώτη. ᾧ γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΓ, ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς Θ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ ΕΔ πρὸς τὸν ΔΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΓ, καὶ ἀναστρέψαντι ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ ΔΕ πρὸς τὸν ΕΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ. ὁ δὲ ΔΕ πρὸς τὸν ΕΖ λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἑκάτερος γὰρ τετράγωνός ἐστι· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· σύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΗ τῇ Θ μήκει. καὶ δύναται ἡ ΒΗ τῆς ΗΓ μεῖζον τῷ ἀπὸ τῆς Θ· ἡ ΒΗ ἄρα τῆς ΗΓ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. καί ἐστιν ὅλη ἡ ΒΗ σύμ-

μέτρος τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ Α μήκει. ἡ ΒΓ ἄρα ἀποτομή ἐστι πρώτη. εὕρηται ἄρα ἡ πρώτη ἀποτομὴ ἡ ΒΓ. ὅπερ ἔδει εὑρεῖν :-

Β Γ Η
Θ
Α
Δ Ζ Ε

πς Εὑρεῖν τὴν δευτέραν ἀποτομήν· ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ Α καὶ τῇ Α σύμμετρος μήκει ἡ ΗΓ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΓ· καὶ ἐκκείσθωσαν δύο τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ ΔΕ ΕΖ, ὧν ἡ ὑπεροχὴ ὁ ΔΖ μὴ ἔστω τετράγωνος· καὶ πεποιήσθω ὡς ὁ ΖΔ πρὸς τὸν ΔΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΗ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ τετράγωνον· σύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΗ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς ΗΒ τετραγώνῳ· ῥητὸν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΗ· ῥητὸν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΗ· καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΓ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ λόγον οὐκ ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΓΗ τῇ ΗΒ μήκει· καί εἰσιν ἀμφότεραι ῥηταί· αἱ ΓΗ ΗΒ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἡ ΒΓ ἄρα ἀποτομή ἐστι. λέγω δή, ὅτι καὶ δευτέρα· ᾧ γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΓ, ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς Θ· ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΓ, οὕτως ὁ ΕΔ ἀριθμὸς πρὸς τὸν ΔΖ ἀριθμόν· ἀναστρέψαντι ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ, οὕτως ὁ ΔΕ πρὸς τὸν ΕΖ· καί ἐστιν ἑκάτερος τῶν ΔΕ ΕΖ τετράγωνος· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· σύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΗ τῇ Θ μήκει· καὶ δύναται ἡ ΒΗ τῆς ΗΓ μεῖζον τῷ ἀπὸ τῆς Θ· ἡ ΒΗ ἄρα τῆς ΗΓ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει· καὶ ἔστιν ἡ προσαρμόζουσα ἡ ΓΗ σύμμετρος τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει τῇ Α· ἡ ΒΓ ἄρα ἀποτομή ἐστι δευτέρα· εὕρηται ἄρα δευτέρα ἀποτομὴ ἡ ΒΓ :-

Β Γ Η
Θ
Α
Δ Ζ Ε

πζ Εὑρεῖν τὴν τρίτην ἀποτομήν· ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ Α καὶ ἐκκείσθωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ Ε ΒΓ ΓΔ, λόγον μὴ ἔχοντες πρὸς ἀλλήλους, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ὁ δὲ ΓΒ πρὸς τὸν ΒΔ λόγον ἐχέτω, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· καὶ πεποιήσθω ὡς μὲν ὁ Ε πρὸς τὸν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τετράγωνον· ὡς δὲ ὁ ΒΓ πρὸς τὸν ΓΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ· ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τετράγωνον· σύμμετρον

ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς ΖΗ τετρα-
γώνῳ. ῥητὸν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον· ῥητὸν ἄρα
καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ. καὶ ἐπεὶ ὁ Ε πρὸς
ΒΓ λόγον οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετρά-
γωνον ἀριθμόν· οὐδ' ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τετράγωνον λόγον ἔχει ὃν τετράγω-
νος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἀσύμμετρος
ἄρα ἐστὶν ἡ Α τῇ ΖΗ μήκει. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ ΒΓ
πρὸς ΓΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΗΘ· σύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τῷ ἀ-
πὸ τῆς ΗΘ. ῥητὸν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ· ῥητὸν ἄρα καὶ
τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΘ. καὶ ἐπεὶ ὁ ΒΓ
πρὸς ΓΔ λόγον οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς
πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· οὐδ' ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀρι-
θμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν
ἡ ΖΗ τῇ ΗΘ μήκει. καί εἰσιν ἀμφότεραι ῥηταί ÷ αἱ, [illegible]
÷ αἱ ΖΗ ΗΘ ῥηταί
δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΘ.
λέγω δὴ ὅτι καὶ τρίτη. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς μὲν ὁ Ε πρὸς
τὸν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ
τῆς ΖΗ· ὡς δὲ ὁ ΒΓ πρὸς τὸν ΓΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς
ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΘΗ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Ε
πρὸς τὸν ΓΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
ΘΗ. ὁ δὲ Ε πρὸς τὸν ΓΔ λόγον οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος
ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· οὐδ' ἄρα τὸ ἀ-
πὸ τῆς Α πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ λόγον ἔχει ὃν τετρά-

γωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἀσύμμετρος
ἄρα ἡ Α τῇ ΗΘ μήκει· οὐδετέρα ἄρα τῶν ΖΗ ΗΘ σύμ-
μετρός ἐστι τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ Α μήκει. ᾧ οὖν
μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΘ, ἔστω τὸ
ἀπὸ τῆς Κ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ὁ ΒΓ πρὸς τὸν ΓΔ, οὕ-
τως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ· ἀνα-
στρέψαντι ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ ΒΓ πρὸς τὸν ΒΔ, οὕτως
τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Κ. ὁ
δὲ ΒΓ πρὸς τὸν ΒΔ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀρι-
θμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ
ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Κ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος
ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· σύμμετρος ἄ-
ρα ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ Κ μήκει. καὶ δύναται ἡ ΖΗ τῆς ΗΘ
μεῖζον τῷ ἀπὸ τῆς Κ· ἡ ἄρα ΖΗ τῆς ΗΘ μεῖζον
δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ οὐδετέρα
τῶν ΖΗ ΗΘ σύμμετρός ἐστι τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ Α
μήκει· ἡ ΖΘ ἄρα ἀποτομή ἐστι τρίτη. εὕρηται ἄρα
ἡ τρίτη ἀποτομὴ ἡ ΖΘ:-

πη Εὑρεῖν τὴν τετάρτην ἀποτομήν. ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ Α.
καὶ τῇ Α μήκει σύμμετρος ἡ ΒΗ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ
ΒΗ. καὶ ἐκκείσθωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ ΔΖ, ΖΕ, ὥστε τὸν
ΔΕ ὅλον πρὸς ἑκάτερον τῶν ΔΖ, ΕΖ λόγον μὴ ἔχειν

ὄν, τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· καὶ πεποιήσθω ὡς ὁ ΔΕ πρὸς τὸν ΕΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΓ· σύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΓ. ῥητὸν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ· ῥητὸν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΓ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΓ· καὶ ἐπεὶ ὁ ΔΕ πρὸς τὸν ΕΖ λόγον οὐκ ἔχει ὄν, τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· οὐδ' ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΓ λόγον ἔχει ὄν, τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΗ τῇ ΗΓ μήκει· καί εἰσιν ἀμφότεραι ῥηταί· αἱ ΒΗ ΗΓ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΓ. ᾧ δὴ οὖν μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΓ, ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς Θ· ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ὁ ΔΕ πρὸς τὸν ΕΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΓ· καὶ ἀναστρέψαντι ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ ΕΔ πρὸς τὸν ΔΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ· ὁ δὲ ΕΔ πρὸς τὸν ΔΖ λόγον οὐκ ἔχει ὄν, τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· οὐδ' ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ λόγον ἔχει ὄν, τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΗ τῇ Θ μήκει· καὶ δύναται ἡ ΗΒ τῆς ΗΓ μεῖζον τῷ ἀπὸ τῆς Θ· ἡ ἄρα ΒΗ τῆς ΗΓ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει· καί ἐστιν ὅλη ἡ ΒΗ σύμμετρος τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει τῇ Α· ἡ ΒΓ ἄρα ἀποτομή ἐστι τετάρτη· εὕρηται ἄρα ἡ ΒΓ τετάρτη ἀποτομή·

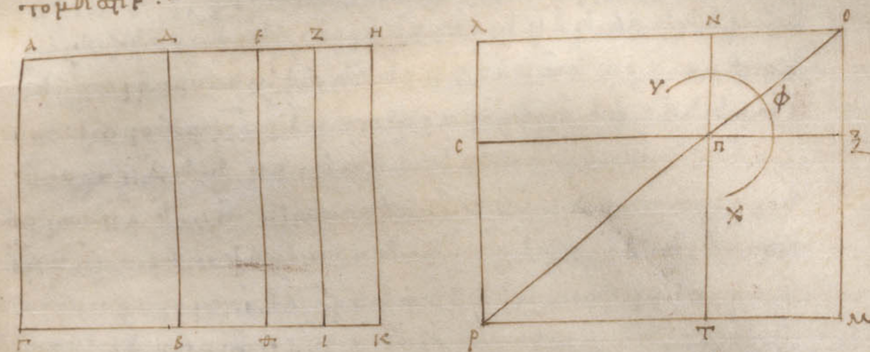
Εὑρεῖν τὴν πέμπτην ἀποτομήν· ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ Α, καὶ τῇ Α μήκει σύμμετρος ἔστω ἡ ΓΗ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΗ· καὶ ἐκκείσθωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ ΔΖ ΖΕ, ὥστε τὸν ΔΕ πρὸς ἑκάτερον τῶν ΔΖ ΖΕ λόγον πάλιν μὴ ἔχειν ὄν, τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· καὶ πεποιήσθω ὡς ὁ ΖΕ πρὸς τὸν ΕΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ· ῥητὸν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΒΗ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ ΔΕ πρὸς τὸν ΕΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΓ· ὁ δὲ ΔΕ πρὸς τὸν ΕΖ λόγον οὐκ ἔχει ὄν, τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· οὐδ' ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΓ λόγον ἔχει ὄν, τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΗ τῇ ΗΓ μήκει· καί εἰσιν ἀμφότεραι ῥηταί· αἱ ΒΗ ΗΓ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἡ ΒΓ ἄρα ἀποτομή ἐστι. λέγω δή, ὅτι καὶ πέμπτη. ᾧ γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΓ, ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς Θ· ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΓ, οὕτως ὁ ΔΕ πρὸς τὸν ΕΖ· ἀναστρέψαντι ἄρα ὡς ὁ ΕΔ πρὸς τὸν ΔΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ· ὁ δὲ ΕΔ πρὸς τὸν ΔΖ λόγον οὐκ ἔχει ὄν, τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· οὐδ' ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Θ λόγον ἔχει ὄν, τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἀσύμμετρος ἄ-

ρα ἐστὶν ἡ ΒΗ τῇ Θ μήκει. καὶ δύναται ἡ ΗΒ τῆς ΒΓ μεῖ-
ζον τῷ ἀπὸ τῆς Θ. ἡ ΗΒ ἄρα τῆς ΒΓ μεῖζον δύναται
τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. καί ἐστιν ἡ προσαρ-
μόζουσα ἡ ΓΗ
σύμμετρος τῇ
ἐκκειμένῃ ῥη-
τῇ τῇ Α μήκει.
ἡ ἄρα ΒΓ ἀπο-
τομή ἐστι πέμ-
πτη. εὕρηται
ἄρα ἡ πέμπτη
ἀποτομὴ ἡ ΒΓ :–

Εὑρεῖν τὴν ἕκτην ἀποτομήν. ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ Α καὶ
τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ Ε ΒΓ ΓΔ. λόγον μὴ ἔχοντες πρὸς ἀλλή-
λους ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀ-
ριθμόν. ἔτι δὲ καὶ ὁ ΓΒ πρὸς ΒΔ λόγον μὴ ἐχέτω ὃν
τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ
πεποιήσθω ὡς μὲν ὁ Ε πρὸς τὸν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ
τῆς Α πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ. ὡς δὲ ὁ ΒΓ πρὸς ΓΔ, οὕ-
τως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ. ἐπεὶ οὖν
ἐστιν ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ. σύμμετρον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς Α τῷ ἀ-
πὸ τῆς ΖΗ. ῥητὸν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς Α. ῥητὸν ἄρα ἐστὶ
καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ. ῥητὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΖΗ. καὶ ἐπεὶ ὁ Ε
πρὸς τὸν ΒΓ λόγον οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς
πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. οὐδ' ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς Α
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς
πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ Α
τῇ ΖΗ μήκει. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ ΒΓ πρὸς τὸν ΓΔ,
οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ. σύμμε-
τρον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΘ. ῥητὸν δὲ
τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ. ῥητὸν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ. ῥητὴ
ἄρα καὶ ἡ ΗΘ. καὶ ἐπεὶ ὁ ΒΓ πρὸς τὸν ΓΔ λόγον οὐκ ἔχει ὃν
τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. οὐ-
δ' ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ λόγον ἔχει
ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.
ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ ΗΘ μήκει. καὶ εἰσὶν ἀμφό-
τεραι ῥηταί. αἱ ΖΗ ΗΘ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμ-
μετροι. ἡ ἄρα ΖΘ ἀποτομή ἐστι. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἕκτη.
ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς μὲν ὁ Ε πρὸς τὸν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς
Α πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ. ὡς δὲ ὁ ΒΓ πρὸς τὸν ΓΔ, οὕ-
τως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ. δι' ἴσου ἄ-
ρα ἐστὶν ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν ΓΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ. ὁ δὲ Ε πρὸς τὸν ΓΔ λόγον οὐκ ἔ-
χει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.
ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ Α τῇ ΗΘ μήκει. καὶ οὐδετέρα
τῶν ΖΗ ΗΘ σύμμετρός ἐστι τῇ Α ῥητῇ μήκει. ᾧ οὖν
μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΘ, ἔστω τὸ
ἀπὸ τῆς Κ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ὁ ΒΓ πρὸς τὸν ΓΔ, οὕ-
τως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ. ἀνα-
στρέψαντι ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ ΒΓ πρὸς τὸν ΒΔ, οὕτως
τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Κ. ὁ δὲ ΓΒ πρὸς

ἐστί· κείσθω δὴ τῷ μὲν ΑΙ ἴσον τετράγωνον τὸ ΛΜ· τῷ δὲ ΖΚ ἴσον τετράγωνον ἀφῃρήσθω κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ τὴν ὑπὸ τῶν ΛΟΜ τὸ ΝΞ· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα διάμετρόν ἐστι τὰ ΛΜ, ΝΞ τετράγωνα. ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΟΡ καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα· ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΖ, ΖΗ περιεχόμενον ὀρθογώνιον τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ τετραγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΕΗ, οὕτως ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΖΗ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΕΗ, οὕτως τὸ ΑΙ πρὸς τὸ ΕΚ· ὡς δὲ ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως ἐστὶ τὸ ΕΚ πρὸς τὸ ΖΚ· τῶν ἄρα ΑΙ, ΖΚ μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ΕΚ. ἔστι δὲ καὶ τῶν ΛΜ, ΝΞ μέσον ἀνάλογον τὸ ΝΜ, ὡς ἐν τοῖς ἔμπροσθεν ἐδείχθη· καὶ ἔστι τὸ ΑΙ τῷ ΛΜ τετραγώνῳ ἴσον, τὸ δὲ ΖΚ τῷ ΝΞ· καὶ τὸ ΜΝ ἄρα τῷ ΕΚ ἴσον ἐστίν· ἀλλὰ τὸ μὲν ΕΚ τῷ ΔΘ ἐστὶν ἴσον, τὸ δὲ ΜΝ τῷ ΛΞ· τὸ ἄρα ΔΚ ἴσον ἐστὶ τῷ ΥΦΧ γνώμονι καὶ τῷ ΝΞ· ἔστι δὲ καὶ τὸ ΑΚ ἴσον τοῖς ΛΜ, ΝΞ τετραγώνοις· λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ΣΤ· τὸ δὲ ΣΤ τὸ ἀπὸ τῆς ΛΝ ἐστὶ τετράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΛΝ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒ· ἡ ΛΝ ἄρα δύναται τὸ ΑΒ· λέγω δὴ ὅτι ἡ ΛΝ ἀποτομή ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ ῥητόν ἐστιν ἑκάτερον τῶν ΑΙ, ΖΚ, καὶ ἐστὶν ἴσα τοῖς ΛΜ, ΝΞ, καὶ ἑκάτερον ἄρα τῶν ΛΜ, ΝΞ ῥητόν ἐστι, τουτέστι τὸ ἀπὸ ἑκατέρας τῶν ΛΟ, ΟΝ· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΛΟ, ΟΝ ῥητή ἐστί· πάλιν ἐπεὶ μέσον ἐστὶ τὸ ΔΘ καὶ ἐστὶν ἴσον τῷ ΛΞ· μέσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΛΞ· ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΛΞ μέσον ἐστί·

τὸ δὲ ΝΞ ῥητόν· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΞ τῷ ΝΞ· ὡς δὲ τὸ ΛΞ πρὸς τὸ ΝΞ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΛΟ πρὸς τὴν ΟΝ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΟ τῇ ΟΝ μήκει. καί εἰσιν ἀμφότεραι ῥηταί· αἱ ΛΟ, ΟΝ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΝ. καὶ δύναται τὸ ΑΒ χωρίον· ἡ ἄρα τὸ ΑΒ χωρίον δυναμένη ἀποτομή ἐστιν. ἐὰν ἄρα χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἀποτομή ἐστιν:—



Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη μέσης ἀποτομή ἐστι πρώτη. χωρίον γὰρ τὸ ΑΒ περιεχέσθω ὑπὸ ῥητῆς τῆς ΑΓ καὶ ἀποτομῆς δευτέρας τῆς ΑΔ· λέγω ὅτι ἡ τὸ ΑΒ χωρίον δυναμένη μέσης ἀποτομή ἐστι πρώτη. ἔστω γὰρ τῇ ΑΔ προσαρμόζουσα ἡ ΔΗ· αἱ ἄρα ΑΗ, ΗΔ ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· καὶ ἡ προσαρμόζουσα ἡ ΔΗ σύμμετρός ἐστι τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ ΑΓ· ἡ δὲ ὅλη ἡ ΑΗ τῆς προσαρμοζούσης τῆς ΗΔ



μεῖζον δύναται τῆς ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΗ τῆς ΗΔ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἄρα τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΔ ἴσον παρὰ τὴν ΑΗ παραβληθὲν ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, εἰς σύμμετρα αὐτὴν διελεῖ. τετμήσθω οὖν ἡ ΔΗ δίχα κατὰ τὸ Ε. καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ ἴσον παρὰ τὴν ΑΗ παραβεβλήσθω ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ. καὶ ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΖ ΖΗ. σύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΗ μήκει. καὶ ἡ ΑΗ ἄρα ἑκατέρᾳ τῶν ΑΖ ΖΗ σύμμετρός ἐστι μήκει. ῥητὴ δὲ ἡ ΑΗ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΑΓ μήκει. καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΖ ΖΗ ῥητή ἐστι καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΑΓ μήκει. ἑκάτερον ἄρα τῶν ΑΙ ΖΚ μέσον ἐστί. πάλιν ἐπεὶ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΔΕ τῇ ΕΗ. καὶ ἡ ΔΗ ἄρα ἑκατέρᾳ τῶν ΔΕ ΕΗ σύμμετρός ἐστιν. ἀλλ' ἡ ΔΗ σύμμετρος τῇ ΑΓ μήκει. ῥητὴ ἄρα καὶ ἑκατέρα τῶν ΔΕ ΕΗ καὶ σύμμετρος τῇ ΑΓ μήκει. ἑκάτερον ἄρα τῶν ΔΘ ΕΚ ῥητόν ἐστι. συνεστάτω οὖν τῷ μὲν ΑΙ ἴσον τετράγωνον τὸ ΛΜ. τῷ δὲ ΖΚ ἴσον ἀφῃρήσθω τετράγωνον τὸ ΝΞ περὶ τὴν αὐτὴν γωνίαν ὂν τῷ ΛΜ τὴν ὑπὸ τῶν ΛΟΜ. περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα ἐστὶ διάμετρον τὰ ΛΜ ΝΞ τετράγωνα. ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΟΡ καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. ἐπεὶ οὖν τὰ ΑΙ ΖΚ μέσα ἐστὶ καὶ σύμμετρα ἀλλήλοις καὶ ἐστὶν ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν ΛΟ ΟΝ. καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΛΟ ΟΝ ἄρα μέσα ἐστί. καὶ αἱ ΛΟ ΟΝ ἄρα μέσαι εἰσὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι. καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΖ ΖΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΕΗ, οὕτως ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΖΗ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΕΗ, οὕτως τὸ ΑΙ πρὸς τὸ ΕΚ. ὡς δὲ ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως ἐστὶ τὸ ΕΚ πρὸς τὸ ΖΚ. τῶν ἄρα ΑΙ ΖΚ μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ΕΚ. ἔστι δὲ καὶ τῶν ΛΜ ΝΞ τετραγώνων μέσον ἀνάλογον τὸ ΜΝ. καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ μὲν ΑΙ τῷ ΛΜ. τὸ δὲ ΖΚ τῷ ΝΞ. καὶ τὸ ΜΝ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ΕΚ. ἀλλὰ τῷ μὲν ΕΚ ἴσον ἐστὶ τὸ ΔΘ. τῷ δὲ ΜΝ ἴσον ἐστὶ τὸ ΛΞ. ὅλον ἄρα τὸ ΔΚ ἴσον ἐστὶ τῷ ΥΦΧ γνώμονι καὶ τῷ ΝΞ. ἐπεὶ οὖν ὅλον τὸ ΑΚ ἴσον ἐστὶ τοῖς ΛΜ ΝΞ, ὧν τὸ ΔΚ ἴσον ἐστὶ τῷ ΥΦΧ γνώμονι καὶ τῷ ΝΞ. λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ΤΣ, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ΛΝ. τὸ ἀπὸ τῆς ΛΝ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒ χωρίῳ. ἡ ΛΝ ἄρα δύναται τὸ ΑΒ χωρίον. λέγω δὴ ὅτι ἡ ΛΝ μέσης ἀποτομή ἐστι πρώτη. ἐπεὶ γὰρ ῥητόν ἐστι τὸ ΕΚ καὶ ἐστὶν ἴσον τῷ ΛΞ. ῥητὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΞ, τουτέστι τὸ ὑπὸ τῶν ΛΟ ΟΝ. μέσον δὲ ἐδείχθη τὸ ΝΞ. ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΞ τῷ ΝΞ. καὶ ὡς ἄρα τὸ ΛΞ πρὸς τὸ ΝΞ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΛΟ πρὸς ΟΝ. αἱ ΛΟ ΟΝ ἄρα ἀσύμμετροί εἰσι μήκει. αἱ ἄρα ΛΟ ΟΝ μέσαι εἰσὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι ῥητὸν περιέχουσαι. ἡ ΛΝ ἄρα μέσης ἀποτομή ἐστι πρώτη καὶ δύναται τὸ ΑΒ χωρίον. ἡ ἄρα τὸ ΑΒ χωρίον δυναμένη μέσης ἀποτομή ἐστι πρώτη.

ϟγ ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς τρί-
της, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη μέσης ἀποτομή ἐστι δευ-
τέρα. χωρίον γὰρ τὸ ΑΒ περιεχέσθω ὑπὸ ῥητῆς τῆς
ΑΓ καὶ ἀποτομῆς τρίτης τῆς ΑΔ· λέγω ὅτι ἡ τὸ ΑΒ
χωρίον δυναμένη μέσης ἀποτομή ἐστι δευτέρα. ἔστω
δ τοῦ θ γὰρ τῇ ΑΔ προσαρμόζουσα ἡ ΔΗ· αἱ ΑΗ, ΗΔ ἄρα
ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι, καὶ οὐδετέρα τῶν
ΑΗ, ΗΔ σύμμετρός ἐστι μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ
ΑΓ· ἡ δὲ ὅλη ἡ ΑΗ τῆς προσαρμοζούσης τῆς ΔΗ
μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. ἐπεὶ οὖν
ἡ ΑΗ τῆς ΗΔ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑ-
δ τοῦ ιζ τοῦ ι αυτῇ, ἐὰν ἄρα τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΗ
ἴσον παρὰ τὴν ΑΗ παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τε-
τραγώνῳ, εἰς σύμμετρα αὐτὴν διελεῖ. τετμήσθω
οὖν ἡ ΔΗ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ ἴσον
παρὰ τὴν ΑΗ παραβεβλήσθω ἐλλεῖπον εἴδει τε-
δ τοῦ λα τοῦ ι τραγώνῳ, καὶ ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΖ, ΖΗ· καὶ ἤχθωσαν
διὰ τῶν Ε, Ζ σημείων τῇ ΑΓ παράλληλοι αἱ ΕΘ, ΖΙ,
ΗΚ· σύμμετροι ἄρα εἰσὶν αἱ ΑΖ, ΖΗ· σύμμετρον ἄρα
καὶ τὸ ΑΙ τῷ ΖΚ. καὶ ἐπεὶ αἱ ΑΖ, ΖΗ σύμμετροί εἰσι μή-
κει, καὶ ἡ ΑΗ ἄρα ἑκατέρᾳ τῶν ΑΖ, ΖΗ σύμμετρός
ἐστι μήκει. ῥητὴ δὲ ἡ ΑΗ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΑΓ μή-
κει· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΖ, ΖΗ ῥητή ἐστι καὶ ἀσύμμε-
τρος τῇ ΑΓ μήκει· καὶ ἑκάτερον ἄρα τῶν ΑΙ, ΖΚ
μέσον ἐστί. πάλιν ἐπεὶ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΔΕ τῇ ΕΗ μή-
κει, καὶ ἡ ΔΗ ἄρα ἑκατέρᾳ τῶν ΔΕ, ΕΗ σύμμετρος

ῥητὴ δὲ καὶ ἑκατέρα τῶν ΔΕ, ΕΗ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΑΓ μήκει

ἐστι· ῥητὴ δὲ ἡ ΗΔ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΑΓ μήκει· ἑκάτε-
ρον ἄρα τῶν ΔΘ, ΕΚ μέσον ἐστί· καὶ ἐπεὶ αἱ ΑΗ, ΗΔ δυνάμει
μόνον σύμμετροί εἰσιν, ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶ μήκει ἡ ΑΗ
τῇ ΗΔ· ἀλλ' ἡ μὲν ΑΗ τῇ ΑΖ σύμμετρός ἐστι μήκει, ἡ
δὲ ΔΗ τῇ ΕΗ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΕΗ μή-
κει. ὡς δὲ ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΕΗ, οὕτως ἐστὶ τὸ ΑΙ πρὸς
τὸ ΕΚ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΙ τῷ ΕΚ. συνεστάτω
οὖν τῷ μὲν ΑΙ ἴσον τετράγωνον τὸ ΛΜ, τῷ δὲ ΖΚ
ἴσον ἀφῃρήσθω τὸ ΝΞ περὶ τὴν αὐτὴν γωνίαν ὂν
τῷ ΛΜ· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα διάμετρόν ἐστι τὰ ΛΜ, ΝΞ.
ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΟΡ, καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆ-
μα. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΖ, ΖΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς
ΕΗ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΕΗ, οὕτως ἡ ΕΗ πρὸς
τὴν ΖΗ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΕΗ, οὕτως ἐστὶ τὸ
ΑΙ πρὸς τὸ ΕΚ· ὡς δὲ ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως ἐστὶ
τὸ ΕΚ πρὸς τὸ ΖΚ· τῶν ἄρα ΑΙ, ΖΚ μέσον ἀνάλογόν — ὡς δὲ τὸ ΑΙ πρὸς τὸ ΕΚ οὕτως τὸ ΕΚ πρὸς ΖΚ
ἐστι τὸ ΕΚ. ἔστι δὲ καὶ τῶν ΛΜ, ΝΞ τετραγώνων μέσον ἀ-
νάλογον τὸ ΜΝ· καί ἐστιν ἴσον τὸ μὲν ΑΙ τῷ ΛΜ, τὸ δὲ
ΖΚ τῷ ΝΞ· καὶ τὸ ΕΚ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ΜΝ. ἀλλὰ τὸ μὲν
ΜΝ ἴσον ἐστὶ τῷ ΛΞ, τὸ δὲ ΕΚ ἴσον τῷ ΔΘ· καὶ ὅλον
ἄρα τὸ ΔΚ ἴσον ἐστὶ τῷ ΥΦΧ γνώμονι καὶ τῷ ΝΞ.
ἔστι δὲ καὶ τὸ ΑΚ ἴσον τοῖς ΛΜ, ΝΞ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒ
ἴσον ἐστὶ τῷ ΣΤ, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ΛΝ τετραγώ-
νῳ· ἡ ΛΝ ἄρα δύναται τὸ ΑΒ χωρίον. λέγω ὅτι ἡ
ΛΝ μέσης ἀποτομή ἐστι δευτέρα. ἐπεὶ γὰρ μέσα ἐδεί-
χθη τὰ ΑΙ, ΖΚ, καί ἐστιν ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν ΛΟ, ΟΝ, μέ-

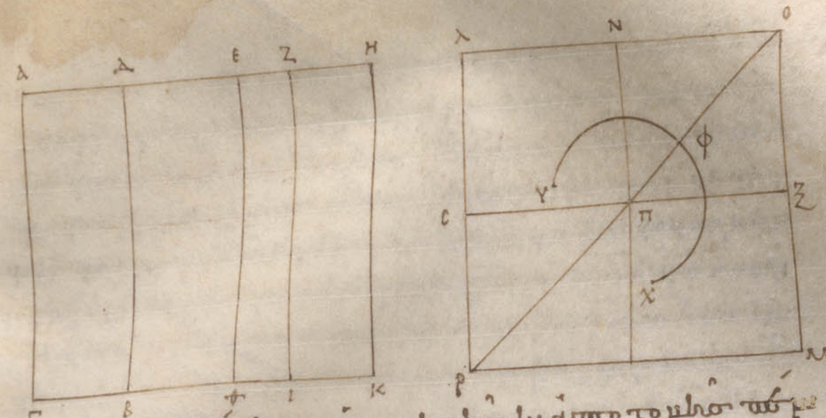


[illegible]


BIBLIOTHECA · BODLEIANA

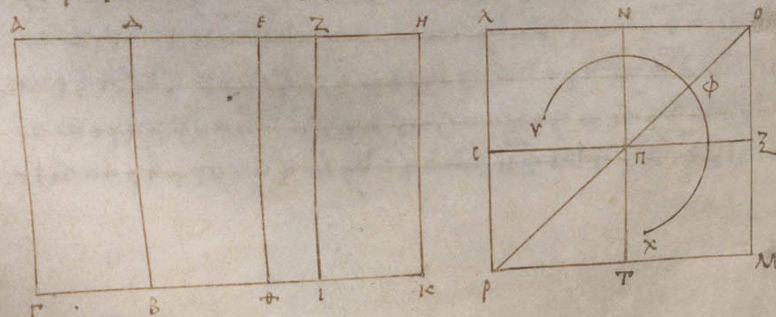
τὸ δὲ ὑπὸ ΡΟ, ΟΚ· ὡς δὲ ἡ ΕΗ πρὸς ΖΗ, οὕτως ἐστὶ τὸ
ΕΚ πρὸς τὸ ΖΚ· τῶν ἄρα ΔΙ, ΖΚ μέσον ἀνάλογόν ἐστι
τὸ ΕΚ. ἔστι δὲ καὶ τῶν ΛΜ, ΝΞ τετραγώνων μέσον ἀνάλο-
γον τὸ ΜΝ· καί ἐστιν ἴσον τὸ μὲν ΔΙ τῷ ΛΜ, τὸ δὲ ΖΚ
τῷ ΝΞ· καὶ τὸ ΕΚ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ΜΝ. ἀλλὰ τὸ μὲν
ΕΚ ἴσον ἐστὶ τῷ ΘΔ, τὸ δὲ ΜΝ ἴσον ἐστὶ τῷ ΛΞ· ὅλον
ἄρα τὸ ΔΚ ἴσον ἐστὶ τῷ ΥΦΧ γνώμονι καὶ τῷ ΝΞ.
ἐπεὶ οὖν ὅλον τὸ ΑΚ ἴσον ἐστὶ τοῖς ΛΜ, ΝΞ τετραγώνοις,
ὧν τὸ ΔΚ ἴσον ἐστὶ τῷ ΥΦΧ γνώμονι καὶ τῷ ΝΞ τε-
τραγώνῳ, λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ΣΤ, τουτ-
έστι τῷ ἀπὸ τῆς ΛΝ τετραγώνῳ· ἡ ΛΝ ἄρα δύ-
ναται τὸ ΑΒ χωρίον. λέγω ὅτι ἡ ΛΝ ἄλογός ἐστιν ἡ
καλουμένη ἐλάσσων. ἐπεὶ γὰρ ῥητόν ἐστι τὸ ΑΚ καί
ἐστιν ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν ΛΟ, ΟΝ τετραγώνοις, τὸ
ἄρα συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΛΟ, ΟΝ ῥητόν
ἐστι. πάλιν ἐπεὶ τὸ ΔΚ μέσον ἐστί, καί ἐστιν ἴσον τὸ ΔΚ
τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΛΟ, ΟΝ, τὸ ἄρα δὶς ὑπὸ τῶν ΛΟ,
ΟΝ μέσον ἐστί. καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρον ἐδείχθη τὸ ΔΙ τῷ
ΖΚ, ἀσύμμετρον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΛΟ τετράγωνον
Δτος τῷ ἀπὸ τῆς ΟΝ τετραγώνῳ· αἱ ΛΟ, ΟΝ ἄρα δυ-
νάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι, ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκεί-
μενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητόν, τὸ δὲ
δὶς ὑπ' αὐτῶν μέσον· ἡ ΛΝ ἄρα ἄλογός ἐστιν ἡ κα-
λουμένη ἐλάσσων· καὶ δύναται τὸ ΑΒ χωρίον·
ἡ ἄρα τὸ ΑΒ χωρίον δυναμένη ἐλάσσων ἐστίν.

ἐζήτει γραφή



ϟϛ Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πέμ-
πτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἡ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅ-
λον ποιοῦσά ἐστι. χωρίον γὰρ τὸ ΑΒ περιεχέσθω ὑ-
πὸ ῥητῆς τῆς ΑΓ καὶ ἀποτομῆς πέμπτης τῆς ΑΔ·
λέγω ὅτι ἡ τὸ ΑΒ χωρίον δυναμένη ἡ μετὰ ῥητοῦ μέ-
σον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν. ἔστω γὰρ τῇ ΑΔ προσαρ- Δτος
μόζουσα ἡ ΔΗ· αἱ ἄρα ΑΗ, ΗΔ ῥηταί εἰσι δυνάμει
μόνον σύμμετροι, καὶ ἡ προσαρμόζουσα ἡ ΗΔ σύμ-
μετρός ἐστι μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ ΑΓ, ἡ δὲ ὅ-
λη ἡ ΑΗ τῆς προσαρμοζούσης τῆς ΔΗ μεῖζον δύ-
ναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ. ἐὰν ἄρα τῷ Δτ ικ τι
τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΗ ἴσον παρὰ τὴν
ΑΗ παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, εἰς
ἀσύμμετρα αὐτὴν διελεῖ. τετμήσθω οὖν ἡ ΔΗ δίχα
κατὰ τὸ Ε σημεῖον, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ ἴσον πα-
ρὰ τὴν ΑΗ παραβεβλήσθω ἐλλεῖπον εἴδει τετρα-
γώνῳ, καὶ ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΖ, ΖΗ· ἀσύμμετρος ἄ-
ρα ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΗ μήκει. καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρός ἐστιν

ἡ ΔΗ τῇ ΓΑ μήκει, καί εἰσιν ἀμφότεραι ῥηταί· μέσον ἄρα
ἐστὶ τὸ ΔΙ. πάλιν, ἐπεὶ ῥητή ἐστιν ἡ ΔΗ καὶ σύμμετρος
τῇ ΑΓ μήκει, ῥητόν ἐστι τὸ ΔΚ. συνεστάτω οὖν τῷ
μὲν ΔΙ ἴσον τετράγωνον τὸ ΛΜ, τῷ δὲ ΖΚ ἴσον τε-
τράγωνον ἀφῃρήσθω περὶ τὴν αὐτὴν γωνίαν τὴν
ὑπὸ τῶν ΛΟΜ τὸ ΝΞ· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα διάμετρόν
ἐστι τὰ ΛΜ, ΝΞ τετράγωνα. ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ
ΟΡ, καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. ὁμοίως δὴ δείξομεν
ὅτι ἡ ΛΝ δύναται τὸ ΑΒ χωρίον. λέγω ὅτι ἡ ΛΝ ἡ με-
τὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ μέσον
ἐδείχθη τὸ ΔΙ καί ἐστιν ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν ΛΟ, ΟΝ, τὸ ἄ-
ρα συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΛΟ, ΟΝ μέσον ἐστί. πά-
λιν, ἐπεὶ ῥητόν ἐστι τὸ ΔΚ καί ἐστιν ἴσον τῷ δὶς ὑπὸ τῶν
ΛΟ, ΟΝ, καὶ τὸ δὶς ἄρα ὑπὸ τῶν ΛΟ, ΟΝ ῥητόν ἐστι. καὶ ἐπεὶ
ἀσύμμετρόν ἐστι τὸ ΔΙ τῷ ΖΚ, ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ
ἀπὸ τῆς ΛΟ τῷ ἀπὸ τῆς ΟΝ· αἱ ΛΟ, ΟΝ ἄρα δυνάμει
εἰσὶν ἀσύμμετροι ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν
ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν ῥη-
τόν. λοιπὴ ἄρα ἡ ΛΝ ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἡ μετὰ
ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα, καὶ δύναται τὸ ΑΒ χωρί-
ον. ἡ τὸ ΑΒ χωρίον ἄρα δυναμένη μετὰ ῥητοῦ μέσον
τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν. –

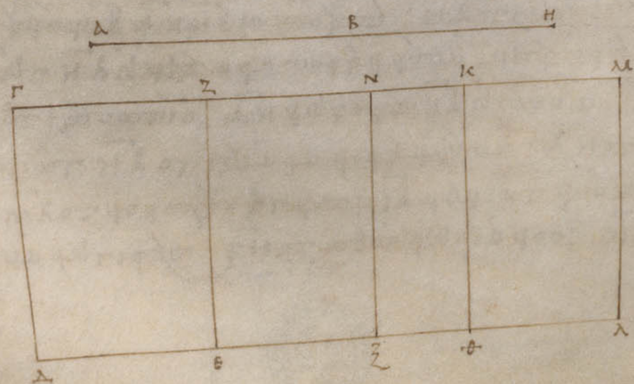


Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς ἕκτης, ἡ
τὸ χωρίον δυναμένη μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά
ἐστι. χωρίον γὰρ τὸ ΑΒ περιεχέσθω ὑπὸ ῥητῆς τῆς ΑΓ
καὶ ἀποτομῆς ἕκτης τῆς ΑΔ· λέγω ὅτι ἡ τὸ ΑΒ χωρί-
ον δυναμένη μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν. ἔστω
γὰρ τῇ ΑΔ προσαρμόζουσα ἡ ΔΗ· αἱ ἄρα ΑΗ, ΗΔ ῥη-
ταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι, καὶ οὐδετέρα τῶν ΑΗ, ΗΔ
σύμμετρός ἐστι τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ ΑΓ μήκει, καὶ ἡ ὅ-
λη ἡ ΑΗ τῆς προσαρμοζούσης τῆς ΔΗ μεῖζον δύνα-
ται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει· ἐὰν ἄρα τῷ
τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΗ ἴσον παρὰ τὴν ΑΗ
παραβαλῶμεν ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, εἰς ἀσύμ-
μετρα αὐτὴν διελεῖ. τετμήσθω οὖν ἡ ΔΗ δίχα κατὰ
τὸ Ε σημεῖον, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ ἴσον παρὰ τὴν ΑΗ
παραβεβλήσθω ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ ἔστω τὸ
ὑπὸ τῶν ΑΖ, ΖΗ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΗ
μήκει. ὡς δὲ ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως ἐστὶ τὸ ΑΙ πρὸς
τὸ ΖΚ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΙ τῷ ΖΚ. καὶ ἐπεὶ αἱ
ΑΗ, ΑΓ ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι, μέσον ἐστὶ
τὸ ΑΚ. πάλιν ἐπεὶ αἱ ΑΓ, ΔΗ ῥηταί εἰσι καὶ ἀσύμμετροι
μήκει, μέσον ἐστὶ καὶ τὸ ΔΚ. ἐπεὶ οὖν αἱ ΑΗ, ΗΔ δυνάμει μό-
νον σύμμετροί εἰσιν, ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΗ τῇ
ΗΔ μήκει. ὡς δὲ ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΔ, οὕτως ἐστὶ τὸ
ΑΚ πρὸς τὸ ΚΔ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΚ τῷ ΚΔ.
συνεστάτω οὖν τῷ μὲν ΑΙ ἴσον τετράγωνον τὸ ΛΜ·
τῷ δὲ ΖΚ ἴσον ἀφῃρήσθω τὸ ΝΞ περὶ τὴν αὐ-
ἐπὶ τὴν αὐτὴν γωνίαν

ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΗ τῆς ΗΔ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου αὐτῇ μήκει·



τὴν ἄρα διάμετρον ἐστὶ τῷ λν ἡ τετράγωνα· ἔστω αὐτῶν
διάμετρος ἡ ορ καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα· ὁμοίως
δὴ τοῖς ἔμπροσθεν δείξομεν ὅτι ἡ λν δύναται τὸ αβ χω-
ρίον· λέγω ὅτι ἡ λν ἡ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα
ἐστίν· ἐπεὶ γὰρ μέσον ἐδείχθη τὸ δκ καὶ ἔστιν ἴσον τοῖς
ἀπὸ τῶν λο ον· τὸ ἄρα συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν
λο ον μέσον ἐστί· πάλιν ἐπεὶ μέσον ἐδείχθη τὸ δκ καὶ
ἔστιν ἴσον τῷ δὶς ὑπὸ τῶν λο ον, καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν
λο ον μέσον ἐστί· καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρον ἐδείχθη τὸ δκ τῷ
ζκ· ἀσύμμετρά ἐστι καὶ τὰ ἀπὸ τῶν λο ον τετράγωνα
τῷ δὶς ὑπὸ τῶν λο ον· καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρόν ἐστι τὸ
δι τῷ ζκ· ἀσύμμετρον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς λο τῷ
ἀπὸ τῆς ον· αἱ λο ον ἄρα δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμε-
τροι ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐ-
τῶν τετραγώνων μέσον καὶ τὸ δὶς ὑπ' αὐτῶν μέσον·
ἔτι τε τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα ἀσύμμετρα τῷ δὶς
ὑπ' αὐτῶν· ἡ ἄρα λν ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη μετὰ
μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα καὶ δύναται τὸ αβ χω-
ρίον· ἡ ἄρα τὸ αβ δυναμένη μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅ-
λον ποιοῦσά ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~



ϙζ τὸ ἀπὸ ἀποτομῆς παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλά-
τος ποιεῖ ἀποτομὴν πρώτην· ἔστω ἀποτομὴ ἡ αβ
ῥητὴ δὲ ἡ γδ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ ἴσον παρὰ τὴν γδ
παραβεβλήσθω τὸ γε, πλάτος ποιοῦν τὴν γζ· λέ-
γω ὅτι ἡ γζ ἀποτομή ἐστι πρώτη· ἔστω γὰρ τῇ αβ
προσαρμόζουσα ἡ βη· αἱ ἄρα αη ηβ ῥηταί εἰσι δυ-
νάμει μόνον σύμμετροι· καὶ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς αη ἴσον
παρὰ τὴν γδ παραβεβλήσθω τὸ γθ· τῷ δὲ ἀπὸ
τῆς βη τὸ κλ· ὅλον ἄρα τὸ γλ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν
αη ηβ· ὧν τὸ γε ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ· λοιπὸν
ἄρα τὸ ζλ ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αη ηβ· τετμήσθω ἡ
ζμ δίχα κατὰ τὸ ν σημεῖον· καὶ ἤχθω διὰ τοῦ ν τῇ γδ
παράλληλος ἡ νξ· ἑκάτερον ἄρα τῶν ζξ λν ἴσον
ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αη ηβ· καὶ ἐπεὶ τὰ ἀπὸ τῶν αη ηβ ῥητά ἐστι· καὶ ἔστι τοῖς ἀπὸ τῶν αη ηβ
ἴσον τὸ δμ· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ τὸ δμ· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν
γδ παραβέβληται πλάτος ποιοῦν τὴν γμ· ῥητὴ ἄ-
ρα ἐστὶν ἡ γμ καὶ σύμμετρος τῇ γδ μήκει· πάλιν ἐπεὶ
μέσον ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν αη ηβ· καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν
αη ηβ ἴσον τὸ ζλ· μέσον ἄρα τὸ ζλ· καὶ παρὰ ῥητὴν
τὴν γδ παράκειται πλάτος ποιοῦν τὴν ζμ· ῥη-
τὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ζμ καὶ ἀσύμμετρος τῇ γδ μήκει· καὶ
ἐπεὶ τὰ μὲν ἀπὸ τῶν αη ηβ ῥητά ἐστι· τὸ δὲ δὶς ὑ-
πὸ τῶν αη ηβ μέσον· ἀσύμμετρά ἐστι τὰ ἀπὸ τῶν
αη ηβ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αη ηβ· καὶ ἐστὶ τοῖς μὲν ἀπὸ
τῶν αη ηβ ἴσον τὸ γλ· τῷ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν αη ηβ
τὸ ζλ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ δμ τῷ ζλ· ὡς δὲ



+ τὸ ΓΛ πρὸς τὸ ΖΛ· οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΜ πρὸς ΖΜ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΜ τῇ ΖΜ μήκει· καί εἰσιν ἀμφότεραι ῥηταί· αἱ ἄρα ΓΜ ΜΖ ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἡ ΓΖ ἄρα ἀποτομή ἐστι· λέγω δὴ ὅτι καὶ πρώτη· ἐπεὶ γὰρ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ, καί ἐστι τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΗ ἴσον τὸ ΓΘ· τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ ἴσον τὸ ΝΛ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΒΗ ἴσον τὸ ΚΛ· καὶ τῶν ΓΘ ΚΛ ἄρα μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ΝΛ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΓΘ πρὸς τὸ ΝΛ∴ οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΝΜ· ὡς δὲ τὸ ΝΛ πρὸς τὸ ΚΛ· οὕτως ἐστὶν ἡ ΝΜ πρὸς τὴν ΚΜ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΚ ΚΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΝΜ, τουτέστι τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΜ· καὶ ἐπεὶ σύμμετρόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΒ, σύμμετρόν ἐστι καὶ τὸ ΓΘ τῷ ΚΛ· ὡς δὲ τὸ ΓΘ πρὸς τὸ ΚΛ, οὕτως ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΜ· σύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΚ τῇ ΚΜ· ἐπεὶ οὖν δύο εὐθεῖαι ἄνισοί εἰσιν αἱ ΓΜ ΜΖ, καὶ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΜ ἴσον παρὰ τὴν ΓΜ παραβέβληται ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΚ ΚΜ· καί ἐστι σύμμετρος ἡ ΓΚ τῇ ΚΜ· ἡ ἄρα ΓΜ τῆς ΜΖ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει· καί ἐστιν ἡ ΓΜ σύμμετρος τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ ΓΔ μήκει· ἡ ἄρα ΓΖ ἀποτομή ἐστι πρώ-

∴ οὕτ(ως) τὸ ΝΛ πρ(ὸς) τὸ ΚΛ· ἀλλ᾽ ὡς μὲν τὸ ΓΘ πρ(ὸς) τὸ ΝΛ

Α Β Η
Γ Ζ Ν Κ Μ
Δ Ε Ξ Θ Λ

τη· τὸ ἄρα ἀπὸ ἀποτομῆς παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν πρώτην·

Τὸ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν δευτέραν· ἔστω μέση ἀποτομὴ πρώτη ἡ ΑΒ, ῥητὴ δὲ ἡ ΓΔ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον παρὰ τὴν ΓΔ παραβεβλήσθω τὸ ΓΕ πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΖ· λέγω ὅτι ἡ ΓΖ ἀποτομή ἐστι δευτέρα· ἔστω γὰρ τῇ ΑΒ προσαρμόζουσα ἡ ΒΗ· αἱ ἄρα ΑΗ ΗΒ μέσαι εἰσὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι ῥητὸν περιέχουσαι· καὶ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΗ ἴσον παρὰ τὴν ΓΔ παραβεβλήσθω τὸ ΓΘ πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΚ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΗΒ ἴσον τὸ ΚΛ πλάτος ποιοῦν τὴν ΚΜ· ὅλον ἄρα τὸ ΓΛ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ· μέσον ἄρα καὶ τὸ ΓΛ· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΓΔ παράκειται πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΜ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΜ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΓΔ μήκει· καὶ ἐπεὶ τὸ ΓΛ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ ὧν, τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ΓΕ, λοιπὸν ἄρα τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ΖΛ· ῥητὸν δέ ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ· ῥητὸν ἄρα τὸ ΖΛ καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΖΕ παράκειται πλάτος ποιοῦν τὴν ΖΜ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΖΜ καὶ σύμμετρος τῇ ΓΔ μήκει· ἐπεὶ οὖν τὰ μὲν ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ, τουτέστι τὸ ΓΛ, μέσον ἐστί· τὸ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ, τουτέστι τὸ ΖΛ, ῥητόν· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΛ τῷ ΖΛ· ὡς δὲ τὸ ΓΛ πρὸς τὸ ΖΛ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΜ πρὸς τὴν ΖΜ· [ἀσύμμετρος ἄρα ἡ ΓΜ τῇ ΖΜ] μήκει· καί εἰσιν ἀμφότεραι ῥηταί· αἱ ἄρα ΓΜ ΜΖ ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἡ ΓΖ ἄρα ἀποτομή ἐστι· λέγω δὴ ὅτι ἐστὶ καὶ δευτέρα· τὰ μὲν

σθω γὰρ ἡ ΖΜ δίχα κατὰ τὸ Ν, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Ν τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΝΞ· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΖΞ, ΝΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ. καὶ ἐπεὶ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ τετραγώνων μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ, καί ἐστιν ἴσον τὸ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΗ τῷ ΓΘ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ τῷ ΝΛ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΒΗ τῷ ΚΛ, καὶ τῶν ΓΘ, ΚΛ ἄρα μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ΝΛ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΓΘ πρὸς τὸ ΝΛ, οὕτως τὸ ΝΛ πρὸς τὸ ΚΛ. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΓΘ πρὸς τὸ ΝΛ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΝΜ· ὡς δὲ τὸ ΝΛ πρὸς τὸ ΚΛ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΝΜ πρὸς τὴν ΜΚ· ὡς ἄρα ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΝΜ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΝΜ πρὸς τὴν ΚΜ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΚ, ΚΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΝΜ, τουτέστι τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΜ. καὶ ἐπεὶ σύμμετρόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΗ, σύμμετρόν ἐστι καὶ τὸ ΓΘ τῷ ΚΛ, τουτέστιν ἡ ΓΚ τῇ ΚΜ. ἐπεὶ οὖν δύο εὐθεῖαι ἄνισοί εἰσιν αἱ ΓΜ, ΜΖ, καὶ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΜΖ ἴσον παρὰ τὴν μείζονα τὴν ΓΜ παραβέβληται ἐλλεῖπον τετραγώνῳ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΚ, ΚΜ καὶ εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ, ἡ ἄρα ΓΜ τῆς ΜΖ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. καί ἐστιν ἡ προσαρμόζουσα ἡ ΖΜ σύμμετρος μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ ΓΔ· ἡ ἄρα ΓΖ ἀποτομή ἐστι δευτέρα. τὸ ἄρα ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν δευτέραν.

Τὸ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν τρίτην. Ἔστω μέσης ἀποτομὴ δευτέρα ἡ ΑΒ, ῥητὴ δὲ ἡ ΓΔ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον παρὰ τὴν ΓΔ παραβεβλήσθω τὸ ΓΕ πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΖ· λέγω, ὅτι ἡ ΓΖ ἀποτομή ἐστι τρίτη. Ἔστω γὰρ τῇ ΑΒ προσαρμόζουσα ἡ ΒΗ· αἱ ἄρα ΑΗ, ΗΒ μέσαι εἰσὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι μέσον περιέχουσαι. καὶ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΗ ἴσον παρὰ τὴν ΓΔ παραβεβλήσθω τὸ ΓΘ πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΚ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΒΗ ἴσον παρὰ τὴν ΚΘ παραβεβλήσθω τὸ ΚΛ πλάτος ποιοῦν τὴν ΚΜ· ὅλον ἄρα τὸ ΓΛ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ· μέσον ἄρα καὶ τὸ ΓΛ. καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΓΔ παραβέβληται πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΜ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΜ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΓΔ μήκει. καὶ ἐπεὶ ὅλον τὸ ΓΛ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ, ὧν τὸ ΓΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ, λοιπὸν ἄρα τὸ ΛΖ ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ. τετμήσθω οὖν ἡ ΖΜ δίχα κατὰ τὸ Ν σημεῖον, καὶ τῇ ΓΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΝΞ· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΖΞ, ΝΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ. μέσον δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ· μέσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΖΛ. καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΕΖ παράκειται πλάτος ποιοῦν τὴν ΖΜ· ῥητὴ ἄρα καὶ ἡ ΖΜ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΓΔ μήκει. καὶ ἐπεὶ αἱ ΑΗ, ΗΒ δυνάμει μόνον εἰσὶ σύμμετροι, ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶ μήκει ἡ ΑΗ τῇ ΗΒ·



ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΗ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΗ ΗΒ· ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΔΗ σύμμετρά ἐστι τὰ ἀπὸ τῶν ΔΗ ΗΒ· τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΔΗ ΗΒ σύμμετρόν ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΔΗ ΗΒ· ἀσύμμετρα ἄρα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΔΗ ΗΒ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΔΗ ΗΒ· ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΔΗ ΗΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΛ· τῷ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΔΗ ΗΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ΖΛ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΛ τῷ ΖΛ· ὡς δὲ τὸ ΓΛ πρὸς τὸ ΖΛ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΜ πρὸς τὴν ΖΜ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΜ τῇ ΖΜ μήκει· καί εἰσιν ἀμφότεραι ῥηταί· αἱ ἄρα ΓΜ ΜΖ ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΖ. λέγω δὴ ὅτι καὶ τρίτη. ἐπεὶ γὰρ σύμμετρόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΔΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΒ, σύμμετρον ἄρα καὶ τὸ ΓΘ τῷ ΚΛ· ὥστε καὶ ἡ ΓΚ τῇ ΚΜ. καὶ ἐπεὶ τῶν ἀπὸ τῶν ΔΗ ΗΒ μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΔΗ ΗΒ· καί ἐστι τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΔΗ ἴσον τὸ ΓΘ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΗΒ ἴσον τὸ ΚΛ· τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΔΗ ΗΒ ἴσον τὸ ΝΛ. καὶ τῶν ΓΘ ΚΛ ἄρα μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ΝΛ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΓΘ πρὸς τὸ ΝΛ, οὕτως τὸ ΝΛ πρὸς τὸ ΚΛ· ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΓΘ πρὸς τὸ ΝΛ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΝΜ· ὡς δὲ τὸ ΝΛ πρὸς τὸ ΚΛ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΝΜ πρὸς τὴν ΚΜ· ὡς ἄρα ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΜΝ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΜΝ πρὸς τὴν ΚΜ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΚ ΚΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΜΝ, τουτέστι τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΜ. ἐπεὶ οὖν δύο εὐθεῖαι ἄνισοί εἰσιν αἱ ΓΜ ΜΖ, καὶ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΜ ἴσον παρὰ τὴν ΓΜ παραβέβληται ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ καὶ εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ· ἡ ΓΜ ἄρα τῆς ΜΖ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ οὐδετέρα τῶν ΓΜ ΜΖ σύμμετρός ἐστι μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ ΓΔ· ἄρα ἡ ΓΖ ἀποτομή ἐστι τρίτη. τὸ ἄρα ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν τρίτην :~

τὸ ἀπὸ ἐλάσσονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν τετάρτην. ἔστω ἐλάσσων ἡ ΑΒ. ῥητὴ δὲ ἡ ΓΔ. καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον παρὰ ῥητὴν τὴν ΓΔ, παραβεβλήσθω τὸ ΓΕ, πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΖ. λέγω ὅτι ἡ ΓΖ ἀποτομή ἐστι τετάρτη. ἔστω γὰρ τῇ ΑΒ προσαρμόζουσα ἡ ΒΗ· αἱ ἄρα ΑΗ ΗΒ δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι· ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ τετραγώνων ῥητόν· τὸ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ μέσον. καὶ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΗ ἴσον παρὰ τὴν ΓΔ παραβεβλήσθω τὸ ΓΘ πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΚ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΒΗ ἴσον τὸ ΚΛ πλάτος ποιοῦν τὴν ΚΜ· ὅλον ἄρα τὸ ΓΛ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ· καί ἐστι τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ ῥητόν· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΓΛ· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΓΔ παράκειται

λ τι ιζ τι

λ τ πα

λ τ πβ

πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΜ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΜ καὶ σύμμε-
τρος τῇ ΓΔ μήκει. καὶ ἐπεὶ ὅλον τὸ ΓΛ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ
τῶν ΑΗ ΗΒ· ὧν τὸ ΓΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ· λοι-
πὸν ἄρα τὸ ΖΛ ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ· τε-
τμήσθω οὖν ἡ ΖΜ δίχα κατὰ τὸ Ν σημεῖον καὶ ἤχθω
διὰ τοῦ Ν ὁποτέρᾳ τῶν ΓΔ ΜΛ παράλληλος ἡ ΝΞ· ἑκάτερον
ἄρα τῶν ΖΞ ΝΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ· ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν
ΑΗ ΗΒ· καὶ ἐπεὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ μέσον ἐστὶ καί ἐστιν
ἴσον τῷ ΖΛ· καὶ τὸ ΖΛ ἄρα μέσον ἐστί· καὶ παρὰ ῥητὴν
τὴν ΖΕ παράκειται πλάτος ποιοῦν τὴν ΖΜ· ῥη-
τὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΜ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΓΔ μήκει· καὶ
ἐπεὶ τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ ῥη-
τόν ἐστι· τὸ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ μέσον· ἀσύμμετρα
ἄρα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ·
ἴσον δέ ἐστι τὸ ΓΛ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ· τῷ δὲ δὶς
ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ ἴσον τὸ ΖΛ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ
ΓΛ τῷ ΖΛ· ὡς δὲ τὸ ΓΛ πρὸς τὸ ΖΛ· οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΜ
πρὸς τὴν ΜΖ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΜ τῇ ΜΖ
μήκει· καί εἰσιν ἀμφότεραι ῥηταί· αἱ ἄρα ΓΜ ΜΖ ῥη-
ταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶν
ἡ ΓΖ· λέγω δὴ ὅτι καὶ τετάρτη· ἐπεὶ γὰρ αἱ ΑΗ ΗΒ δυνάμει
εἰσὶν ἀσύμμετροι· ἀσύμμετρον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΗ τῷ
ἀπὸ τῆς ΗΒ· καί ἐστι τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΗ ἴσον τὸ ΓΘ·
τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΗΒ ἴσον τὸ ΚΛ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ
τὸ ΓΘ τῷ ΚΛ· ὡς δὲ τὸ ΓΘ πρὸς τὸ ΚΛ· οὕτως ἐστὶν ἡ
ΓΚ πρὸς τὴν ΚΜ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΚ τῇ ΚΜ

μήκει· καὶ ἐπεὶ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ὑ-
πὸ τῶν ΑΗ ΗΒ· καί ἐστιν ἴσον τὸ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΗ τῷ ΓΘ·
τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΗΒ τῷ ΚΛ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ τῷ
ΝΛ· τῶν ἄρα ΓΘ ΚΛ μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ΝΛ· ἔστιν
ἄρα ὡς τὸ ΓΘ πρὸς τὸ ΝΛ· οὕτως τὸ ΝΛ πρὸς τὸ ΚΛ· ἀλλ' ὡς μὲν
τὸ ΓΘ πρὸς τὸ ΝΛ· οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΝΜ· ὡς δὲ τὸ ΝΛ πρὸς τὸ ΚΛ· οὕτως ἐστὶν ἡ ΝΜ πρὸς τὴν ΚΜ·
ὡς ἄρα ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΜΝ· οὕτως ἐστὶν ἡ ΜΝ πρὸς τὴν
ΚΜ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΚ ΚΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς
ΜΝ τουτέστι τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΜ· ἐπεὶ
οὖν δύο εὐθεῖαι ἄνισοί εἰσιν αἱ ΓΜ ΜΖ καὶ τῷ τετάρτῳ
μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΜΖ ἴσον παρὰ τὴν ΓΜ παρα-
βέβληται ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΚ
ΚΜ καὶ εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ· ἡ ἄρα ΓΜ τῆς
ΜΖ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ
ἔστιν ὅλη ἡ ΓΜ σύμμετρος μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥη-
τῇ τῇ ΓΔ·
ἡ ἄρα ΓΖ ἀ-
ποτομή ἐστι
τετάρτη· τὸ
ἄρα ἀπὸ ἐ-
λάσσονος πα-
ρὰ ῥητὴν πα-
ραβαλλόμενον
πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν τετάρτην :~

Α Β Η

Γ Ζ Ν Κ Μ

Δ Ε Ξ Θ Λ

Τὸ ἀπὸ τῆς μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ
ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν

ὡς δὲ τὸ ΝΛ πρὸς τὸ ΚΛ· οὕτως ἡ ΝΜ πρὸς τὴν ΚΜ·

ἀποτομὴν πέμπτην. ἔστω ἡ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἡ ΑΒ·
ῥητὴ δὲ ἡ ΓΔ· καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον παρὰ τὴν ΓΔ
παραβεβλήσθω τὸ ΓΖ πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΖ· λέγω
ὅτι ἡ ΓΖ ἀποτομή ἐστι πέμπτη. ἔστω γὰρ τῇ ΑΒ προ-
δι' τὸ πγ' σαρμόζουσα ἡ ΒΕ· αἱ ἄρα ΑΕ ΕΒ δυνάμει εἰσὶν
ἀσύμμετροι ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ'
αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν
καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΕ ἴσον παρὰ τὴν ΓΔ ... ῥητόν·
ὑποκείσθω τὰ αὐτὰ ... ΗΒ ... ΚΛ· ὅλον
ἄρα τὸ ΓΛ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ· τὸ δὲ συγ-
κείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ ἅμα μέσον ἐστί· μέ-
σον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΛ· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΓΔ παράκει-
δι' κε' τ' ται πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΜ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΜ καὶ ἀ-
σύμμετρος τῇ ΓΔ· καὶ ἐπεὶ ὅλον τὸ ΓΛ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀ-
πὸ τῶν ΑΕ ΕΒ· ὧν τὸ ΓΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ·
λοιπὸν ἄρα τὸ ΖΛ ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ·
τετμήσθω οὖν ἡ ΖΜ δίχα κατὰ τὸ Ν· καὶ ἤχθω διὰ τοῦ
Ν ὁποτέρᾳ τῶν ΓΔ ΜΛ παράλληλος ἡ ΝΞ· ἑκάτε-
ρον ἄρα τῶν ΖΞ ΝΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ· καὶ
ἐπεὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ ῥητόν ἐστι· καί ἐστιν ἴσον τῷ
δι' κε' τ' ΖΛ· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΛ· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΕΖ πα-
ράκειται πλάτος ποιοῦν τὴν ΖΜ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν
ἡ ΖΜ καὶ σύμμετρος τῇ ΓΔ μήκει· καὶ ἐπεὶ τὸ μὲν ΓΛ
μέσον ἐστὶ τὸ δὲ ΖΛ ῥητόν· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΛ
τῷ ΖΛ· ὡς δὲ τὸ ΓΛ πρὸς τὸ ΖΛ οὕτως ἡ ΓΜ πρὸς
τὴν ΜΖ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΜ τῇ ΜΖ μήκει·

καί εἰσιν ἀμφότεραι ῥηταί· αἱ ἄρα ΓΜ ΜΖ ῥηταί εἰσι δυνάμει
μόνον σύμμετροι· ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΖ· λέγω δή
ὅτι καὶ πέμπτη. ὁμοίως γὰρ δείξομεν ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν
ΓΚΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΝΜ τουτέστι τῷ τετάρτῳ
μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΜ· καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρόν ἐστι τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΑΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΒ· ἴσον δὲ τὸ μὲν ἀπὸ
τῆς ΑΕ τῷ ΓΘ τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΗΒ τῷ ΚΛ· ἀσύμ-
μετρον ἄρα τὸ ΓΘ τῷ ΚΛ· ὡς δὲ τὸ ΓΘ πρὸς τὸ ΚΛ
οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΜ· ἀσύμμετρος ἄρα ἡ ΓΚ
τῇ ΚΜ· ἐπεὶ οὖν δύο εὐθεῖαι ἄνισοί εἰσιν αἱ ΓΜ
ΜΖ· καὶ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΜ ἴσον πα-
ρὰ τὴν ΓΜ παραβέβληται ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ
καὶ εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ· ἡ ἄρα ΓΜ τῆς ΜΖ
μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ· καί ἐστιν δι' τὸ πε'

ἡ προσαρ-
μόζουσα ἡ
ΖΜ σύμμε-
τρος τῇ ἐκ-
κειμένῃ ῥη-
τῇ τῇ ΓΔ·
ἡ ἄρα ΓΖ ἀ-
ποτομή ἐστι πέμπτη:-

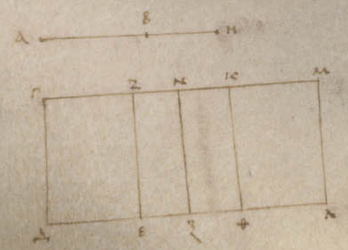
Α Β Ε

Γ Δ Ζ

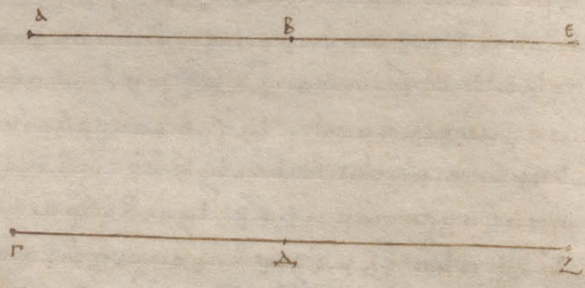
Τὸ ἀπὸ τῆς μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥη-
τὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν
ἕκτην. ἔστω ἡ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἡ
ΑΒ· ῥητὴ δὲ ἡ ΓΔ· καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον παρα-



τὴν ΓΔ, παραβεβλήσθω τὸ ΓΕ πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΖ·
λέγω ὅτι ἡ ΓΖ ἀποτομή ἐστιν ἕκτη. ἔστω γὰρ τῇ ΑΒ
προσαρμόζουσα ἡ ΒΗ· αἱ ἄρα ΑΗ, ΗΒ δυνάμει εἰσὶν ἀ-
σύμμετροι ποιοῦσαι τό τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐ-
τῶν τετραγώνων μέσον· καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ μέσον·
ἔτι δὲ ἀσύμμετρα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν
ΑΗ, ΗΒ· παραβεβλήσθω οὖν παρὰ τὴν ΓΔ, τῷ μὲν
ἀπὸ τῆς ΑΗ ἴσον τὸ ΓΘ πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΚ· τῷ
δὲ ἀπὸ τῆς ΒΗ τὸ ΚΛ· ὅλον ἄρα τὸ ΓΛ ἴσον ἐστὶ τοῖς
ἀπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ· μέσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΓΛ· καὶ παρὰ ῥητὴν
τὴν ΓΔ παράκειται πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΜ· ῥη-
τὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΜ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΓΔ μήκει· ἐπεὶ
οὖν τὸ ΓΛ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ· ὧν τὸ ΓΕ ἴσον
τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΖΛ ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς
ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ· καί ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ μέσον· καὶ
τὸ ΖΛ ἄρα μέσον ἐστί· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΖΕ παράκειται
πλάτος ποιοῦν τὴν ΖΜ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΜ καὶ ἀσύμ-
μετρος τῇ ΓΔ μήκει· καὶ ἐπεὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ ἀσύμμε-
τρά ἐστι τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ· καί ἐστι τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν
ΑΗ, ΗΒ ἴσον τὸ ΓΛ· τῷ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ ἴσον τὸ ΖΛ·
ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΛ τῷ ΖΛ· ὡς δὲ τὸ ΓΛ πρὸς τὸ ΖΛ,
οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΜ πρὸς τὴν ΜΖ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν
ἡ ΓΜ τῇ ΜΖ μήκει· καί εἰσιν ἀμφότεραι ῥηταί· αἱ ΓΜ,
ΜΖ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἀποτο-
μή ἐστιν ἄρα ἡ ΓΖ· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἕκτη· ἐπεὶ γὰρ τὸ
ΖΛ ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ· τετμήσθω δίχα



ἡ ΖΜ κατὰ τὸ Ν. καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Ν τῇ ΓΔ παράλληλος
ἡ ΝΞ· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΖΞ, ΝΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν
ΑΗ, ΗΒ· καὶ ἐπεὶ αἱ ΑΗ, ΗΒ δυνάμει εἰσὶν ἀσύμ-
μετροι· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΒ· ἀλλὰ
τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΗ ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΘ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς
ΗΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ΚΛ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΘ τῷ ΚΛ·
ὡς δὲ τὸ ΓΘ πρὸς τὸ ΚΛ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΜ·
ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΚ τῇ ΚΜ· καὶ ἐπεὶ τῶν ἀπὸ
τῶν ΑΗ, ΗΒ μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ· καὶ
ἔστι τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΗ ἴσον τὸ ΓΘ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς
ΗΒ ἴσον τὸ ΚΛ· τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΒ ἴσον τὸ ΝΛ· καὶ
τῶν ἄρα ΓΘ, ΚΛ μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ΝΛ· ἔστιν ἄρα
ὡς τὸ ΓΘ πρὸς τὸ ΝΛ, οὕτως τὸ ΝΛ πρὸς τὸ ΚΛ· καὶ διὰ
ταὐτὰ ἡ ΓΜ τῆς ΜΖ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμ-
μέτρου ἑαυτῇ·
καὶ οὐδετέρα
αὐτῶν σύμμε-
τρός ἐστι τῇ ἐκ-
κειμένῃ ῥητῇ
τῇ ΓΔ· ἡ ΓΖ
ἄρα ἀποτο-
μή ἐστιν ἕκτη :-



Ἡ τῇ ἀποτομῇ μήκει σύμμετρος, ἀποτομή ἐστι καὶ τῇ
τάξει ἡ αὐτή· ἔστω ἀποτομὴ ἡ ΑΒ, καὶ τῇ ΑΒ σύμμε-
τρος ἔστω μήκει ἡ ΓΔ· λέγω ὅτι καὶ ἡ ΓΔ ἀποτομή ἐστι
καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτὴ τῇ ΑΒ· ἐπεὶ γὰρ ἀποτομή ἐστιν

Α Ε Β

Γ Δ Ζ

τῶν ΔΕ ΕΒ. μέσον ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΖ ΖΔ. μέσης ἄρα ἀποτομή ἐστιν ἡ ΓΔ καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτὴ τῇ ΑΒ:—

Α Β Ε
Γ Δ Ζ

ρϛ ἡ τῇ ἐλάσσονι σύμμετρος ἐλάσσων ἐστίν. ἔστω ἐλάσσων ἡ ΑΒ. καὶ τῇ ΑΒ σύμμετρος ἡ ΓΔ. λέγω ὅτι καὶ ἡ ΓΔ ἐλάσσων ἐστί. γεγονέτω γὰρ τὰ αὐτά. καὶ ἐπεὶ αἱ ΑΕ ΕΒ δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι. καὶ αἱ ΓΖ ΖΔ ἄρα δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΑΕ πρὸς ΕΒ οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς ΖΔ. ἔστιν ἄρα καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΒ. οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΔ. συνθέντι ἄρα ἐστὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΒ. οὕτως τὰ ἀπὸ τῶν ΓΖ ΖΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΔ. καὶ ἐναλλάξ. σύμμετρον δέ ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΖ. σύμμετρον ἄρα καὶ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ τετραγώνων τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΓΖ ΖΔ τετραγώνων. ῥητὸν δέ ἐστι τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ τετραγώνων. ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΓΖ ΖΔ τετραγώνων. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ. οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΖ ΖΔ. καὶ ἐναλλάξ. σύμμετρον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς ΓΖ τετραγώνῳ. σύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ τῷ ὑπὸ τῶν ΓΖ ΖΔ. μέσον δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ. μέσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΖ ΖΔ. αἱ ΓΖ ΖΔ ἄρα δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι. ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητόν. τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν μέσον. ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ:— διὰ τὸ πβ

Α Β Ε
Γ Δ Ζ

ρζ ἡ τῇ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ σύμμετρος. καὶ αὐτὴ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν. ἔστω μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἡ ΑΒ. καὶ τῇ ΑΒ σύμμετρος ἡ ΓΔ. λέγω ὅτι καὶ ἡ ΓΔ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν. ἔστω γὰρ τῇ ΑΒ προσαρμόζουσα ἡ ΒΕ. αἱ ΑΕ ΕΒ ἄρα δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι. ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ τετραγώνων μέσον. τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν ῥητόν. καὶ τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω. ὁμοίως δὴ δείξομεν τοῖς πρότερον ὅτι αἱ ΓΖ ΖΔ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ ταῖς ΑΕ ΕΒ. καὶ σύμμετρόν ἐστι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ τετραγώνων τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΓΖ ΖΔ τετραγώνων. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ τῷ ὑπὸ τῶν ΓΖ ΖΔ. ὥστε καὶ αἱ ΓΖ ΖΔ δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι. ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΓΖ ΖΔ τε- διὰ τὸ πγ

Α Β Ε
Γ Δ Ζ

τετραγώνων μέσον [illegible] ὑπ' αὐτῶν ῥητόν· ἡ ΓΔ ἄρα μετὰ
τοῦ μέσου τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν :–

ρη' [illegible] μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ σύμμετρος καὶ
[illegible] τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν. ἔστω μετὰ
[illegible] τὸ ὅλον ποιοῦσα ἡ ΑΒ, καὶ [illegible] σύμμετρος
ἡ ΓΔ· λέγω ὅτι καὶ ἡ ΓΔ μετὰ τοῦ μέσου τὸ ὅλον ποιοῦ-
σά ἐστιν. [illegible]

[illegible]

[illegible]

τομὴ ἄρα τετάρτη ἐστὶν ἡ ΚΘ. τὸ δὲ ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτο-
μῆς τετάρ-
της περι-
εχόμενον·
ἡ δυναμέ-
νη ἐλάσσων
ἐστίν· ἡ ἄρα
τὸ ΛΘ του-
τέστι τὸ ΕΓ
δυναμένη
ἐλάσσων ἐστίν :~

ρι Ἀπὸ μέσου ῥητοῦ ἀφαιρουμένου, ἄλλαι δύο ἄλογοι γίγνον-
ται· ἤτοι μέσης ἀποτομὴ πρώτη ἢ μετὰ ῥητοῦ μέσον
τὸ ὅλον ποιοῦσα· ἀπὸ γὰρ μέσου τοῦ ΒΓ, ῥητὸν ἀφῃ-
ρήσθω τὸ ΒΔ· λέγω ὅτι ἡ λοιπὴ ἡ τὸ ΕΓ δυναμένη
μία δύο ἀλόγων γίνεται ἤτοι μέσης ἀποτομὴ πρώ-
τη ἢ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα· ἐκκείσθω
γὰρ ῥητὴ ἡ ΖΗ καὶ παραβεβλήσθω ὁμοίως τὰ χω-
ρία· ἔστι δὲ ἀκολούθως ῥητὴ μὲν ἡ ΖΘ καὶ ἀσύμμε-
τρος τῇ ΖΗ μήκει· ῥητὴ δὲ ἡ ΖΚ καὶ σύμμετρος τῇ
ΖΗ μήκει· αἱ ΖΘ ΖΚ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμ-
μετροι· ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΘ· προσαρμόζουσα
δὲ αὐτῇ ἡ ΖΚ· ἤτοι δὲ ἡ ΘΖ τῆς ΖΚ μεῖζον δύναται
τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ ἢ τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου·
εἰ μὲν οὖν ἡ ΘΖ τῆς ΖΚ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμ-
μέτρου ἑαυτῇ καὶ ἔστιν ἡ προσαρμόζουσα ἡ ΖΚ σύμ-

μετρος τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει τῇ ΖΗ· ἀποτομὴ
δευτέρα ἐστὶν ἡ ΚΘ ῥητὴ δὲ ἡ ΖΗ· ὥστε ἡ τὸ ΛΘ τουτ-
έστι τὸ ΕΓ δυναμένη μέσης ἀποτομὴ πρώτη ἐστίν·
εἰ δὲ ἡ ΘΖ τῆς ΖΚ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέ-
τρου ἑαυτῇ καὶ ἔστιν ἡ προσαρμόζουσα ἡ ΖΚ σύμμε-
τρος τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει τῇ ΖΗ· ἀποτο-
μὴ πέμπτη
ἐστὶν ἡ ΚΘ·
ὥστε ἡ τὸ ΕΓ
δυναμένη
μετὰ ῥητοῦ
μέσον τὸ ὅ-
λον ποιοῦ-
σά ἐστιν :~

ρια Ἀπὸ μέσου μέσου ἀφαιρουμένου ἀσυμμέτρου τῷ ὅλῳ
αἱ λοιπαὶ δύο ἄλογοι γίγνονται ἤτοι μέσης ἀποτομὴ
δευτέρα ἢ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα· ἀφῃ-
ρήσθω γὰρ ὡς ἐπὶ τῶν προκειμένων καταγραφῶν
ἀπὸ μέσου τοῦ ΒΓ μέσον τὸ ΒΔ ἀσύμμετρον τῷ ὅλῳ·
λέγω ὅτι ἡ τὸ ΕΓ δυναμένη μία ἐστὶ δύο ἀλόγων ἤ-
τοι μέσης ἀποτομὴ δευτέρα ἢ μετὰ μέσου μέσον τὸ
ὅλον ποιοῦσα· ἐπεὶ γὰρ μέσον ἐστὶν ἑκάτερον τῶν
ΒΓ ΒΔ καὶ ἀσύμμετρον τὸ ΒΓ τῷ ΒΔ· ἔσται ἀκολούθως
ῥητὴ ἑκατέρα τῶν ΖΘ ΖΚ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΖΗ
μήκει· καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρόν ἐστι τὸ ΒΓ τῷ ΒΔ τουτέστι
τὸ ΗΘ τῷ ΗΚ, ἀσύμμετρός ἐστιν καὶ ἡ ΘΖ τῇ ΖΚ· αἱ

ΖΘ ΖΚ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἀποτομὴ ἄρα ἡ ΚΘ· προσαρμόζουσα δὲ ἡ ΖΚ· ἤτοι δὴ ἡ ΖΘ τῆς ΖΚ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἢ τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ· εἰ μὲν οὖν ἡ ΘΖ τῆς ΖΚ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ οὐδετέρα τῶν ΘΖ ΖΚ σύμμετρός ἐστι τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει τῇ ΖΗ· ἀποτομὴ τρίτη ἐστὶν ἡ ΚΘ· ῥητὴ δὲ ἡ ΚΛ· τὸ δὲ ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς τρίτης περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἄλογόν ἐστι· καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ ἄλογός ἐστι· καλεῖται δὲ ἀποτομὴ μέσης δευτέρα· ὥστε ἡ τὸ ΛΘ τουτέστιν ἡ τὸ ΕΓ δυναμένη, μέσης ἀποτομή ἐστι δευτέρα· εἰ δὲ ἡ ΘΖ τῆς ΖΚ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει· καὶ οὐδετέρα τῶν ΘΖ ΖΚ σύμμετρος τῇ ΖΗ μήκει· ἀποτομὴ ἕκτη ἐστὶν ἡ ΚΘ· τὸ δὲ ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς ἕκτης· ἡ δυναμένη ἐστὶν ἡ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα· ὥστε ἡ τὸ ΛΘ τουτέστιν τὸ ΕΓ δυναμένη, μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν:~

Β Δ Γ
Λ Κ Ε Ζ Θ
Η

ριβ Ἡ ἀποτομὴ οὐκ ἔστιν ἡ αὐτὴ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Ἔστω ἀποτομὴ ἡ ΑΒ. λέγω ὅτι ἡ ΑΒ οὐκ ἔστιν ἡ αὐτὴ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω· καὶ ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ ΔΓ· καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον παρὰ τὴν ῥητὴν τὴν ΓΔ παραβεβλήσθω ὀρθογώνιον τὸ ΓΕ πλάτος ποιοῦν τὴν ΔΕ· ἐπεὶ οὖν ἀποτομή ἐστιν ἡ ΑΒ, ἀποτομὴ πρώτη ἐστὶν ἡ ΔΕ· ἔστω αὐτῇ προσαρμόζουσα ἡ ΕΖ· αἱ ΔΖ ΖΕ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· καὶ ἡ ΔΖ τῆς ΖΕ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ ἡ ΔΖ σύμμετρός ἐστι τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει τῇ ΔΓ. πάλιν ἐπεὶ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΑΒ, ἐκ δύο ὀνομάτων ἄρα πρώτη ἐστὶν ἡ ΔΕ. διῃρήσθω εἰς τὰ ὀνόματα κατὰ τὸ Η καὶ ἔστω μεῖζον ὄνομα τὸ ΔΗ· αἱ ΔΗ ΗΕ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· καὶ ἡ ΔΗ τῆς ΗΕ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ τὸ μεῖζον ἡ ΔΗ σύμμετρός ἐστι τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει τῇ ΔΓ· καὶ ἡ ΔΖ ἄρα τῇ ΔΗ σύμμετρός ἐστι μήκει· καὶ λοιπὴ ἄρα τῇ ΗΖ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΔΖ· ἐπεὶ οὖν σύμμετρός ἐστιν ἡ ΔΖ τῇ ΗΖ· ῥητὴ δέ ἐστιν ἡ ΔΖ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΗΖ· ἐπεὶ οὖν σύμμετρός ἐστιν ἡ ΔΖ τῇ ΗΖ μήκει· ἀσύμμετρος δὲ ἡ ΔΖ τῇ ΕΖ μήκει· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΖΗ τῇ ΕΖ μήκει· αἱ ΗΖ ΖΕ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΗ· ἀλλὰ καὶ ῥητή· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· ἡ ἄρα ἀποτομὴ οὐκ ἔστιν ἡ αὐτὴ

Β Δ Γ
Λ Κ Ε Ζ Θ
Η

τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων:~

ρι Ἡ ἀποτομὴ καὶ αἱ μετ' αὐτὴν ἄλογοι· οὔτε τῇ μέσῃ οὔτε ἀλλήλαις εἰσὶν αἱ αὐταί· τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν καὶ ἀσύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται μήκει· τὸ δὲ ἀπὸ ἀποτομῆς παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν πρώτην· τὸ δὲ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν δευτέραν· τὸ δὲ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν τρίτην· τὸ δὲ ἀπὸ ἐλάσσονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν τετάρτην· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν πέμπτην· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν ἕκτην· ἐπεὶ οὖν τὰ εἰρημένα πλάτη διαφέρει τοῦ τε πρώτου καὶ ἀλλήλων· τοῦ μὲν πρώτου, ὅτι ῥητή ἐστιν· ἀλλήλων δὲ, ὅτι τῇ τάξει οὔκ εἰσιν αἱ αὐταί, δῆλον ὡς καὶ αὐταὶ αἱ ἄλογοι διαφέρουσιν ἀλλήλων· καὶ ἐπεὶ δέδεικται ἡ ἀποτομὴ οὐκ οὖσα ἡ αὐτὴ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων· ποιοῦσι δὲ πλάτη παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμεναι μὲν μετὰ τὴν ἀποτομὴν ἀποτομὰς ἀκολούθως ἑκάστη τῇ τάξει τῇ καθ' ἑαυτήν· αἱ δὲ μετ' αὐτὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τὰς ἐκ δύο ὀνομάτων καὶ αὐταὶ τῇ τάξει ἀκολούθως· ἕτεραι ἄρα εἰσὶν αἱ μετ' αὐτὴν ἀποτομήν, καὶ ἕτεραι αἱ μετ' αὐτὴν ἐκ δύο ὀνομάτων· ὡς εἶναι τῇ τάξει πάσας ἀλόγους ιγ· μέσην· ἐκ δύο ὀνομάτων· ἐκ δύο μέσων πρώτην· ἐκ δύο μέσων δευτέραν· μείζονα· ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένην· δύο μέσα δυναμένην· ἀποτομήν· μέσης ἀποτομὴν πρώτην· μέσης ἀποτομὴν δευτέραν· ἐλάσσονα· μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσαν· μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσαν:~

ρια Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ἀποτομήν, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ὀνόμασιν καὶ ἔτι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· καὶ ἔτι ἡ γινομένη ἀποτομὴ τὴν αὐτὴν ἕξει τάξιν τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων· ἔστω ῥητὴ μὲν ἡ Α· ἐκ δύο ὀνομάτων δὲ ἡ ΒΓ· ἧς μεῖζον ὄνομα ἔστω ἡ ΔΓ· καὶ τῷ ἀπὸ τῆς Α ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΕΖ· λέγω ὅτι ἡ ΕΖ ἀποτομή ἐστιν, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς ΓΔ, ΔΒ καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· καὶ ἔτι ἡ ΕΖ τὴν αὐτὴν ἕξει τάξιν τῇ ΒΓ· ἔστω γὰρ πάλιν τῷ ἀπὸ τῆς Α ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ, Η· ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΕΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔ, Η· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως ἡ Η πρὸς τὴν ΕΖ· μείζων δὲ ἡ ΓΒ τῆς ΒΔ· μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ Η τῆς ΕΖ· ἔστω τῇ Η ἴση ἡ ΕΘ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως ἡ ΘΕ

πρὸς ΕΖ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΒΔ, οὕτως ἡ ΘΖ πρὸς ΖΕ· [illegible] ὡς ἡ ΘΖ πρὸς ΖΕ, οὕτως ἡ ΚΖ πρὸς ΚΕ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΘΚ πρὸς ὅλην τὴν ΚΖ ἐστὶν ὡς ἡ ΖΚ πρὸς ΚΕ· ὡς γὰρ ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΕ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΒ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΚ πρὸς τὴν ΚΖ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΒ· σύμμετρον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ· σύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΘΚ τῷ ἀπὸ τῆς ΚΖ· καὶ ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΘΚ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΚΖ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς τὴν ΚΕ· ἐπεὶ αἱ τρεῖς αἱ ΘΚ ΚΖ ΚΕ ἀνάλογόν εἰσι. σύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΚ τῇ ΚΕ μήκει· ὥστε καὶ ἡ ΘΕ τῇ ΕΚ σύμμετρός ἐστι μήκει· καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς Α ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΕΘ ΒΔ, ῥητὸν δέ ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς Α, ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΕΘ ΒΔ· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΒΔ παράκειται· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΘ, καὶ σύμμετρος τῇ ΒΔ μήκει· ὥστε καὶ ἡ σύμμετρος αὐτῇ ἡ ΕΚ ῥητή ἐστι καὶ σύμμετρος τῇ ΒΔ μήκει. [illegible] ἐστὶν ἡ ΓΔ πρὸς ΔΒ, οὕτως ἡ ΖΚ πρὸς ΚΕ· αἱ δὲ ΓΔ ΔΒ δυνάμει μόνον εἰσὶ σύμμετροι· καὶ αἱ ΖΚ ΚΕ ἄρα δυνάμει μόνον εἰσὶ σύμμετροι· ῥητὴ δέ ἐστιν ἡ ΚΕ καὶ σύμμετρος τῇ ΒΔ μήκει· ῥητὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΚΖ καὶ σύμμετρος τῇ ΓΔ μήκει· αἱ ΖΚ ΚΕ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ. ἤτοι δὲ ἡ ΓΔ τῆς ΔΒ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυ-

[illegible]

τῇ ἢ τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου. εἰ μὲν οὖν ἡ ΓΔ τῆς ΔΒ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καὶ ἡ ΖΚ τῆς ΚΕ μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ εἰ μὲν σύμμετρός ἐστιν ἡ ΓΔ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καὶ ἡ ΖΚ· εἰ δὲ ἡ ΒΔ, καὶ ἡ ΚΕ· εἰ δὲ οὐδετέρα τῶν ΓΔ ΔΒ, καὶ οὐδετέρα τῶν ΖΚ ΚΕ. εἰ δὲ ἡ ΓΔ τῆς ΔΒ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ, καὶ ἡ ΖΚ τῆς ΚΕ μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ εἰ μὲν ἡ ΓΔ σύμμετρός ἐστι τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καὶ ἡ ΖΚ· εἰ δὲ ἡ ΒΔ, καὶ ἡ ΚΕ· εἰ δὲ οὐδετέρα τῶν ΓΔ ΔΒ, καὶ οὐδετέρα τῶν ΖΚ ΚΕ· ὥστε ἀποτομή ἐστιν ἡ ΖΕ, ἧς τὰ ὀνόματα τὰ ΖΚ ΚΕ σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ὀνόμασι τοῖς ΓΔ ΔΒ· καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· καὶ τὴν αὐτὴν ἔχει τάξιν τῇ ΒΓ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

Α
Β Δ Γ
Κ Ε Ζ
Η

Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ ἀποτομὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι καὶ ἔτι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ἔτι δὲ ἡ γινομένη ἐκ δύο ὀνομάτων τὴν αὐτὴν τάξιν ἕξει τῇ ἀποτομῇ. ἔστω ῥητὴ μὲν ἡ Α, ἀποτομὴ δὲ ἡ ΒΔ· καὶ τῷ ἀπὸ τῆς Α ἴσον ἔστω

τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΚΘ· ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς Α ῥητὸν παρὰ τὴν ΒΔ, ἀπὸ τοῦ τὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ τὴν ΚΘ. λέγω ὅτι ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΚΘ. ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ΒΔ ὀνόμασιν καὶ ἔτι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· καὶ ὅτι ἡ ΚΘ τὴν αὐτὴν ἕξει τάξιν τῇ ΒΔ. ἔστω γὰρ τῇ ΒΔ προσαρμόζουσα ἡ ΔΓ· αἱ ΒΓ, ΓΔ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι. καὶ τῷ ἀπὸ τῆς Α ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν

[illegible] ΒΓ, Η· ῥητὸν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς Α· ῥητὸν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, Η καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΒΓ παραβέβληται· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ Η καὶ σύμμετρος τῇ ΒΓ μήκει. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, Η ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΚΘ, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ, οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς Η. μείζων δὲ ἡ ΒΓ τῆς ΒΔ· μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΚΘ τῆς Η. κείσθω τῇ Η ἴση ἡ ΚΕ· σύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΕ τῇ ΒΓ μήκει. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς τὴν ΚΕ· ἀναστρέψαντι ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς ΘΕ. γεγονέτω ὡς ἡ ΚΘ πρὸς

[illegible] ΘΕ, οὕτως ἡ ΘΖ πρὸς ΖΕ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΚΖ πρὸς ΖΘ ἐστὶν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΕ, τουτέστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΔ. αἱ ΒΓ, ΓΔ δὲ δυνάμει μόνον εἰσὶ ./.

./. σύμμετροι· καὶ αἱ ΚΖ, ΖΘ δυνάμει μόνον εἰσὶ

σύμμετροι. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΕ ἡ ΚΖ πρὸς ΖΘ· ἀλλ' ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΕ, ἡ ΘΖ πρὸς ΖΕ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΚΖ πρὸς ΖΘ, οὕτως ἡ ΘΖ πρὸς ΖΕ· ὥστε καὶ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς α΄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς β΄· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΚΖ πρὸς ΖΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΚΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ· σύμμετρον δέ ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΚΖ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΘ· αἱ ἄρα αἱ ΚΖ, ΖΘ δυνάμει εἰσὶ σύμμετροι· σύμμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΚΖ τῇ ΖΕ μήκει· ὥστε ἡ ΚΖ καὶ τῇ ΚΕ σύμμετρός ἐστι μήκει. ῥητὴ δέ ἐστιν ἡ ΚΕ καὶ σύμμετρος τῇ ΒΓ μήκει· ῥητὴ ἄρα καὶ ἡ ΚΖ καὶ σύμμετρος τῇ ΒΓ μήκει. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΔ, οὕτως ἡ ΚΖ πρὸς ΖΘ· ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΚΖ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς ΖΘ. σύμμετρος δὲ ἡ ΒΓ τῇ ΚΖ· σύμμετρος ἄρα καὶ ἡ ΖΘ τῇ ΓΔ μήκει. αἱ ΒΓ, ΓΔ δὲ ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· καὶ αἱ ΚΘ, ΖΘ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἐκ δύο ἄρα ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΚΘ. εἰ μὲν οὖν ἡ ΒΓ τῆς ΓΔ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καὶ ἡ ΚΖ τῆς ΖΘ μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ εἰ μὲν σύμμετρός ἐστιν ἡ ΒΓ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καὶ ἡ ΚΖ· εἰ δὲ ἡ ΔΓ σύμμετρός ἐστι τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καὶ ἡ ΖΘ· εἰ δὲ οὐδετέρα τῶν ΒΓ, ΓΔ, οὐδετέρα τῶν ΚΖ, ΖΘ. εἰ δὲ ἡ ΒΓ τῆς ΓΔ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ, καὶ ἡ ΚΖ τῆς ΖΘ μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ εἰ μὲν σύμμετρός ἐστιν ἡ ΒΓ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καὶ ἡ ΚΖ· εἰ δὲ ἡ ΓΔ, καὶ ἡ ΖΘ· εἰ δὲ οὐδετέρα τῶν ΒΓ, ΓΔ, οὐδετέρα τῶν ΚΖ, ΖΘ· ἐκ δύο ἄρα ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΚΘ, ἧς τὰ ὀνόματα τὰ ΚΖ, ΖΘ

Β Δ Γ

Α Κ Ε Ζ Θ

Η

σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι τοῖς ΒΓ, ΓΔ, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· καὶ ἔτι ἡ ΚΘ τῇ ΒΓ τὴν αὐτὴν ἔχει τάξιν :-

ρις Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ἀποτομῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασιν καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ῥητή ἐστι· περιεχέσθω γὰρ χωρίον τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΓΔ ὑπὸ ἀποτομῆς τῆς ΑΒ καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τῆς ΓΔ, ἧς μεῖζον ὄνομα
δ τὸ ριε ἔστω τὸ ΓΕ· καὶ ἔστω τὰ ὀνόματα τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τὰ ΓΕ, ΕΔ σύμμετρά τε τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασιν τοῖς ΑΖ, ΖΒ καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· καὶ ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΓΔ δυναμένη ἡ Η· λέγω ὅτι ῥητή ἐστιν ἡ Η· ἐκκείσθω γὰρ ῥητὴ ἡ Θ. καὶ τῷ ἀπὸ τῆς Θ ἴσον παρὰ τὴν ΓΔ παραβεβλήσθω πλάτος
δ τὸ ρια ποιοῦν τὴν ΚΛ· ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΛ. ἧς τὰ ὀνόματα ἔστω τὰ ΚΜ, ΜΛ σύμμετρα τοῖς τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ὀνόμασι τοῖς ΓΕ, ΕΔ καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ἀλλὰ καὶ αἱ ΓΕ, ΕΔ σύμμετροί τέ εἰσι ταῖς ΑΖ, ΖΒ καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΒ. οὕτως ἡ ΚΜ πρὸς ΜΛ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΚΜ. οὕτως ἡ ΖΒ πρὸς τὴν ΛΜ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς λοιπὴν τὴν ΚΛ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΚΜ· σύμμετρος δὲ ἡ ΑΖ τῇ ΚΜ· σύμμετρος ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΚΛ· καὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΚΛ. οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΑΒ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΚΛ· σύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΑΒ τῷ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΚΛ· ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΚΛ τῷ ἀπὸ τῆς Θ· σύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΑΒ τῷ ἀπὸ τῆς Θ· τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΑΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Η· σύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Η τῷ ἀπὸ τῆς Θ· ῥητὸν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς Θ· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Η· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ Η καὶ δύναται τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΑΒ· ἐὰν ἄρα χωρίον περιέχηται ὑπὸ ἀποτομῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ῥητή ἐστιν· καὶ γέγονεν ἡμῖν καὶ διὰ τούτου φανερὸν ὅτι δυνατόν ἐστι ῥητὸν χωρίον ὑπὸ ἀλόγων εὐθειῶν περιέχεσθαι :-

ἀπὸ μέσης ἄπειροι ἄλογοι γίγνονται. καὶ οὐδεμία οὐδε-



μιᾷ τῶν προτέρων ἡ αὐτή. ἀπὸ μέσης ἡ Α. λέγω ὅτι
ἀπὸ τῆς Α ἄπειροι ἄλογοι γίγνονται, καὶ οὐδεμία οὐ
δεμιᾷ τῶν προτέρων ἐστὶν ἡ αὐτή. ἐκκείσθω ῥη
τὴ ἡ Β. καὶ τῷ ὑπὸ τῶν Β Α ἴσον ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς Γ.
ἄλογος ἄρα ἐστὶν ἡ Γ. τὸ γὰρ ὑπὸ ἀλόγου καὶ ῥητῆς
ἄλογόν ἐστι. καὶ οὐδεμιᾷ τῶν προτέρων ἡ αὐτή. τὸ
γὰρ ἀπ' οὐδεμιᾶς τῶν προτέρων παρὰ ῥητὴν
παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ μέσην. πάλιν δὴ
τῷ ὑπὸ τῶν Β Γ ἴσον ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς Δ. ἄλογον ἄ
ρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Δ. ἄλογος ἄρα ἐστὶν ἡ Δ. καὶ οὐδεμι
ᾷ τῶν προτέρων ἡ αὐτή. τὸ γὰρ ἀπ' οὐδεμιᾶς τῶν
προτέρων παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος
ποιεῖ τὴν Γ. ὁμοί
ως δὴ τῆς τοιαύτης
τάξεως ἐπ' ἄπειρον
προϊούσης, φα
νερὸν ὅτι ἀπὸ τῆς
μέσης ἄπειροι ἄ
λογοι γίγνονται.
καὶ οὐδεμία οὐδε
μιᾷ τῶν προτέρων ἡ αὐτή :—

Α Β Γ Δ

\+ ἄλλως :—

ἀπὸ μέσης ἡ ΑΓ. λέγω ὅτι ἀπὸ τῆς ΑΓ ἄπειροι ἄλογοι γί
γνονται. καὶ οὐδεμία οὐδεμιᾷ τῶν προτέρων ἐστὶν
ἡ αὐτή. ἤχθω τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΒ. καὶ ἔστω ῥη
τὴ ἡ ΑΒ. καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΒΓ. ἄλογον ἄρα
ἐστὶ τὸ ΒΓ. καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ ἄλογός ἐστι. δυνάσθω

αὐτὸ ἡ ΓΔ. ἄλογος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ. καὶ οὐδεμιᾷ τῶν προ
τέρων ἡ αὐτή. τὸ γὰρ ἀπ' οὐδεμιᾶς τῶν προτέρων
παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ μέσην.
πάλιν συμπεπληρώσθω τὸ ΕΔ. ἄλογον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΔ.
καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ ἄλογός ἐστι. δυνάσθω αὐτὸ ἡ ΔΖ. ἄ
λογος ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΖ. καὶ οὐδεμιᾷ τῶν προτέρων ἡ αὐ
τή. τὸ γὰρ ἀπ' οὐδεμιᾶς τῶν προτέρων παρὰ ῥη
τὴν παραβαλλό
μενον πλάτος
ποιεῖ τὴν ΓΔ. ἀ
πὸ τῆς μέσης ἄ
ρα ἄπειροι ἄλο
γοι γίγνονται. καὶ
οὐδεμία οὐδεμι
ᾷ τῶν προτέ
ρων ἡ αὐτή :—

Α Γ Δ
Β Ε

Προκείσθω ἡμῖν δεῖξαι ἐπὶ τῶν τετραγώνων σχημάτων
ὅτι ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ διάμετρος τῇ πλευρᾷ μήκει.
ἔστω τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ. διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ.
λέγω ὅτι ἡ ΓΑ ἀσύμμετρός ἐστι τῇ ΑΒ μήκει. εἰ γὰρ
δυνατόν, ἔστω σύμμετρος. λέγω ὅτι συμβήσεται
τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ἄρτιον εἶναι καὶ περισσόν. φα
νερὸν μὲν οὖν ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ διπλάσιόν ἐστι
τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ. καὶ ἐπεὶ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΓΑ τῇ ΑΒ
ἡ ΓΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΒ λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς
ἀριθμόν. ἐχέτω ὃν ὁ ΕΖ πρὸς τὸν Η. καὶ ἔστωσαν οἱ ΕΖ Η



[illegible]

[illegible]

ὁ ΕΖ πρὸς τὸν Η· καὶ ἀνάπαλιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς Β πρὸς τὸ
ἀπὸ τῆς Α, οὕτως ὁ ἀπὸ τοῦ Η πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ ΕΖ.
μετρεῖ δὲ τὸ ἀπὸ τῆς Β τὸ ἀπὸ τῆς Α· μετρεῖ ἄρα καὶ
ὁ ἀπὸ τοῦ Η τετράγωνος τὸν ἀπὸ τοῦ ΕΖ· ὥστε καὶ
ἡ πλευρὰ αὐτοῦ ὁ Η τὸν ΕΖ
μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτὸν ὁ Η·
ὁ Η ἄρα τοὺς ΕΖ Η μετρεῖ πρώ-
τους ὄντας πρὸς ἀλλήλους·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄ-
ρα σύμμετρός ἐστιν ἡ Α τῇ
Β μήκει· ἀσύμμετρος ἄρα :—

Α Β Ε Ζ Η

ρκα Εὑρημένων δὴ τῶν μήκει ἀσυμμέτρων εὐθειῶν, ὡς τῶν Α Β,
εὑρίσκονται καὶ ἄλλα πλείονα μεγέθη ἐπὶ δύο διαστάσεων,
λέγω δὴ ἐπίπεδα ἀσύμμετρα ἀλλήλοις. ἐὰν γὰρ τῶν
Α Β μέσην ἀνάλογον λάβωμεν τὴν Γ, ἔσται ὡς ἡ Α
πρὸς τὴν Β, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ
τῆς Γ τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον, εἴτε
τετράγωνα εἴη τὰ ἀνα-
γεγραμμένα εἴτε ἕτε-
ρα εὐθύγραμμα ὅμοια
εἴτε κύκλοι περὶ διαμέ-
τρους τὰς Α Γ· ἐπειδὴ
οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλή-
λους εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ
τῶν διαμέτρων τετρά-
γωνα. εὕρηται ἄρα καὶ ἐπίπεδα χωρία ἀσύμμετρα

Α Γ Β

ἀλλήλοις :—

ρκβ Δεδειγμένων δὴ καὶ τῶν ἐπὶ δύο διαστάσεων διαφόρων
χωρίων ἀσυμμέτρων, δείξομεν ἐκ τῆς τῶν
στερεῶν θεωρίας, ὅτι εἰσὶ καὶ στερεὰ σύμμετρά τε καὶ
ἀσύμμετρα ἀλλήλοις. ἐὰν γὰρ ἐπὶ τῶν ἀπὸ τῶν Α Β
τετραγώνων ἢ τῶν ἴσων αὐτοῖς
εὐθυγράμμων ἀναστήσωμεν ἰσο-
ϋψῆ στερεὰ παραλληλεπίπε-
δα ἢ πυραμίδας ἢ πρίσμα-
τα, ἔσται τὰ ἀνασταθέντα
πρὸς ἄλληλα ὡς αἱ βάσεις.
καὶ εἰ μὲν σύμμετροί εἰσιν αἱ
βάσεις, σύμμετρα ἔσται καὶ τὰ στε-
ρεά· εἰ δὲ ἀσύμμετροι, ἀσύμμετρα :—

Α Β

ρκγ ἀλλὰ μὴν καὶ δύο κύκλων ὄντων τῶν Α Β, ἐὰν ἀπ᾽ αὐτῶν
ἰσοϋψεῖς κώνους ἢ κυλίνδρους ἀναγράφωμεν,
ἔσονται πρὸς ἀλλήλους ὡς αἱ βάσεις, τουτέστιν
ὡς οἱ Α Β κύκλοι. καὶ εἰ μὲν σύμμετροί εἰσιν οἱ κύκλοι,
σύμμετροι ἔσονται οἵ τε κῶνοι ἀλλήλοις καὶ οἱ κύλιν-
δροι· εἰ δὲ ἀσύμμετροί εἰσιν οἱ κύκλοι, ἀσύμμετροι
ἔσονται καὶ οἱ κῶνοι καὶ οἱ κύλινδροι. καὶ φανερὸν ἡ-
μῖν γέγονεν ὅτι οὐ μόνον ἐπὶ γραμμῶν καὶ ἐπιφα-
νειῶν ἐστι συμμετρία τε καὶ ἀσυμμετρία, ἀλλὰ καὶ ἐπὶ
τῶν στερεῶν σχημάτων :—

τέλος τοῦ ι΄ τοῦ Εὐκλείδου στοιχείου

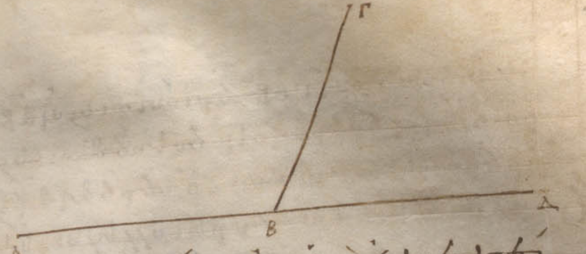
Α Β

Στερεόν ἐστι, τὸ μῆκος καὶ πλάτος καὶ βάθος ἔχον. στερεοῦ δὲ πέρας ἐπιφάνεια. εὐθεῖα πρὸς ἐπίπεδον ὀρθή ἐστιν, ὅταν πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιῇ γωνίας. ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστιν, ὅταν αἱ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων πρὸς ὀρθὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων τοῖς λοιποῖς ἐπιπέδοις πρὸς ὀρθὰς ὦσιν. ἐπιπέδου πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστίν, ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία ὑπὸ τῶν πρὸς ὀρθὰς τῇ κοινῇ τομῇ ἀγομένων πρὸς τῷ αὐτῷ σημείῳ ἐν ἑκατέρῳ τῶν ἐπιπέδων. ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὁμοίως κεκλίσθαι λέγεται καὶ ἕτερον πρὸς ἕτερον, ὅταν αἱ εἰρημέναι τῶν κλίσεων γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν. παράλληλα ἐπίπεδά ἐστι τὰ ἀσύμπτωτα. ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα ἴσων τὸ πλῆθος. ἴσα δὲ καὶ ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα ἴσων τῷ πλήθει καὶ τῷ μεγέθει. στερεὰ γωνία ἐστὶν ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐν τῇ αὐτῇ ἐπιφανείᾳ οὐσῶν πρὸς πάσαις ταῖς γραμμαῖς κλίσις. ἄλλως· στερεὰ γωνία ἐστίν, ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο γωνιῶν ἐπιπέδων περιεχομένη μὴ οὐσῶν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνισταμένων. πυραμίς ἐστι σχῆμα στερεὸν ἐπιπέδοις περιεχόμενον ἀπὸ ἑνὸς ἐπιπέδου πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνεστώς.

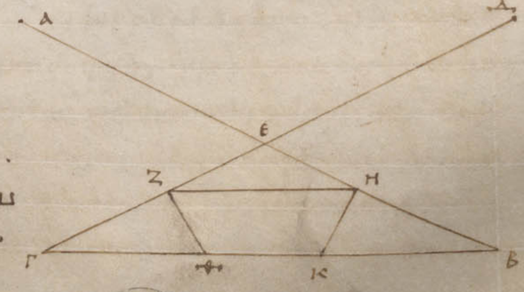
πρίσμα ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ἐπιπέδοις περιεχόμενον, ὧν δύο τὰ ἀπεναντίον ἴσα τε καὶ ὅμοιά ἐστι καὶ παράλληλα, τὰ δὲ λοιπὰ παραλληλόγραμμα. σφαῖρά ἐστιν, ὅταν ἡμικυκλίου μενούσης τῆς διαμέτρου περιενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα. ἄξων δὲ τῆς σφαίρας ἐστίν, ἡ μένουσα εὐθεῖα, περὶ ἣν τὸ ἡμικύκλιον στρέφεται. κέντρον δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶ τὸ αὐτό, ὃ καὶ τοῦ ἡμικυκλίου. διάμετρος δὲ τῆς σφαίρας ἐστίν, εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. κῶνός ἐστιν, ὅταν ὀρθογωνίου τριγώνου μενούσης μιᾶς πλευρᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν, περιενεχθὲν τὸ τρίγωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα. κἂν μὲν ἡ μένουσα εὐθεῖα ἴση ᾖ τῇ λοιπῇ τῇ περὶ τὴν ὀρθὴν περιφερομένῃ, ὀρθογώνιος ἔσται ὁ κῶνος· ἐὰν δὲ ἐλάττων, ἀμβλυγώνιος· ἐὰν δὲ μείζων, ὀξυγώνιος. ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἐστίν, ἡ μένουσα εὐθεῖα, περὶ ἣν τὸ τρίγωνον στρέφεται. βάσις δὲ ὁ κύκλος ὁ ὑπὸ τῆς περιφερομένης εὐθείας γραφόμενος. κύλινδρός ἐστιν, ὅταν ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου μενούσης μιᾶς πλευρᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιενεχθὲν τὸ παραλληλόγραμμον εἰς τὸ αὐτὸ

ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι τὸ περιληφθὲν
σχῆμα. ἄξων δὲ τοῦ κυλίνδρου ἐστὶν ἡ μένουσα εὐθεῖα
περὶ ἣν τὸ παραλληλόγραμμον στρέφεται. βάσεις
δὲ οἱ κύκλοι οἱ ὑπὸ τῶν ἀντικειμένων περιαγομένων
δύο πλευρῶν γραφόμενοι. ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροι
εἰσίν, ὧν οἵ τε ἄξονες καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων
ἀνάλογόν εἰσι. κύβος ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ὑπὸ ἓξ τε-
τραγώνων ἴσων περιεχόμενον. ὀκτάεδρόν ἐστι σχῆ-
μα στερεὸν ὑπὸ ὀκτὼ τριγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων
περιεχόμενον. δωδεκάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν
ὑπὸ δώδεκα πενταγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων καὶ ἰ-
σογωνίων περιεχόμενον. εἰκοσάεδρόν ἐστι σχῆ-
μα στερεὸν ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύ-
ρων περιεχόμενον:

Εὐθείας γραμμῆς μέρος μέν τι οὐκ ἔστιν ἐν τῷ ὑποκει-
μένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δέ τι ἐν μετεωροτέρῳ·
εἰ γὰρ δυνατόν, εὐθείας γραμμῆς τῆς ΑΒΓ μέρος
μέν τι τὸ ΑΒ ἔστω ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέ-
ρος δέ τι τὸ ΒΓ ἐν μετεωροτέρῳ· ἔσται δή τις τῇ ΑΒ
συνεχὴς εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπι-
πέδῳ. ἔστω ἡ ΒΔ· δύο δὴ εὐθειῶν τῶν ΑΒΓ
ΑΒΔ κοινὸν τμῆμά ἐστιν ἡ ΑΒ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνα-
τον· εὐθεῖα γὰρ εὐθείᾳ οὐ συμβάλλει κατὰ πλεί-
ονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν· εἰ δὲ μή, ἐφαρμόσουσιν ἀλ-
λήλαις αἱ εὐθεῖαι. εὐθείας ἄρα γραμμῆς μέρος
μέν τι οὐκ ἔστιν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέ-
ρος δέ τι ἐν τῷ
μετεωροτέρῳ·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι:



Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ· καὶ πᾶν τρίγωνον ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ. δύο γὰρ εὐθεῖαι αἱ ΑΒ ΓΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε σημεῖον. λέγω ὅτι αἱ ΑΒ ΓΔ ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ. καὶ πᾶν τρίγωνον ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ. εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῶν ΕΓ ΕΒ τυχόντα σημεῖα τὰ Ζ Η. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΒ ΖΗ καὶ διήχθωσαν αἱ ΖΘ ΗΚ· λέγω πρῶτον ὅτι τὸ ΕΓΒ τρίγωνον ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ· εἰ γάρ ἐστι τοῦ ΕΓΒ τριγώνου μέρος ἤτοι τὸ ΖΘΓ ἢ τὸ ΗΒΚ ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, τὸ δὲ λοιπὸν ἐν ἄλλῳ, ἔσται καὶ μιᾶς τῶν ΕΓ ΕΒ εὐθειῶν μέρος μέν τι ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, τὸ δὲ ἐν ἄλλῳ. εἰ δὲ τοῦ ΕΓΒ τριγώνου τὸ ΖΓΒΗ μέρος ᾖ ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, τὸ δὲ λοιπὸν ἐν ἄλλῳ, ἔσται καὶ ἀμφοτέρων τῶν ΕΓ ΕΒ εὐθειῶν μέρος μέν τι ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, τὸ δὲ ἐν ἄλλῳ· ὅπερ ἄτοπον ἐδείχθη. τὸ ἄρα ΕΓΒ
τρίγωνον ἐν ἑνί ἐστιν
ἐπιπέδῳ. ἐν ᾧ δὲ
ἐστι τὸ ΕΓΒ τρίγωνον.
ἐν τούτῳ καὶ ἑκατέρα
τῶν ΕΓ ΕΒ. ἐν ᾧ δὲ



[illegible]

[illegible]

ἀλλ' ἡ ΘΕ ΕΖ δυσὶ ταῖς ΗΕ ΕΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΖΗ
βάσει τῇ ΖΘ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΕΖ γωνίᾳ τῇ
ὑπὸ ΘΕΖ ἐστὶν ἴση· ὀρθὴ ἄρα ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΗΕΖ
ΘΕΖ γωνιῶν· ἡ ΖΕ ἄρα πρὸς τὴν ΗΘ τυχοῦσαν διὰ
τοῦ Ε ἀχθεῖσαν ὀρθή ἐστιν· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι ἡ ΖΕ
καὶ πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας
ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιεῖ γωνί-
ας· εὐθεῖα δὲ πρὸς ἐπίπεδον ὀρθή ἐστιν ὅταν πρὸς
πάσας τὰς ἁπτομένας
αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν
τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὀρ-
θὰς ποιῇ γωνίας· ἡ
ΖΕ ἄρα ἐπὶ τῷ ὑποκειμέ-
νῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρ-
θάς ἐστι· τὸ δὲ ὑποκείμε-
νον ἐπίπεδόν ἐστι τὸ διὰ
τῶν ΑΒ ΓΔ εὐθειῶν· ἡ ΖΕ
ἄρα πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ
διὰ τῶν ΑΒ ΓΔ ἐπιπέδῳ· ἐὰν ἄρα εὐθεῖα κτλ :-

ε Ἐὰν εὐθεῖα τρισὶν εὐθείαις ἁπτομέναις ἀλλήλων πρὸς
ὀρθὰς ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἐπισταθῇ· αἱ τρεῖς εὐ-
θεῖαι ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ· εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τρι-
σὶν εὐθείαις ταῖς ΒΓ ΒΔ ΒΕ πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς κα-
τὰ τὸ Β ἁφῆς ἐφεστάτω· λέγω ὅτι αἱ ΒΓ ΒΔ ΒΕ ἐν ἑνί
εἰσιν ἐπιπέδῳ· μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστωσαν αἱ μὲν
ΒΔ ΒΕ ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ· ἡ δὲ ΒΓ ἐν με-

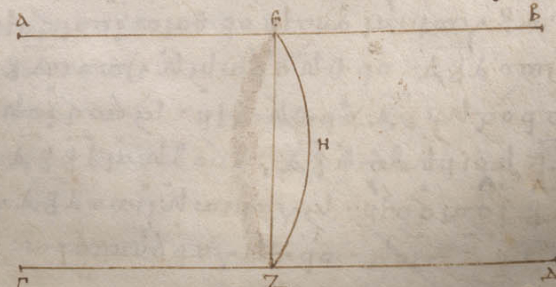
τεωροτέρῳ· καὶ ἐκβεβλήσθω τὸ διὰ τῶν ΑΒ ΒΓ ἐπίπεδον·
κοινὴν δὴ τομὴν ποιήσει ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ,
εὐθεῖαν· ποιείτω τὴν ΒΖ· ἐν ἑνὶ ἄρα εἰσὶν ἐπιπέδῳ
τῷ διηγμένῳ διὰ τῶν ΑΒ ΒΓ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι αἱ ΑΒ ΒΓ ΒΖ
καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ ὀρθή ἐστι πρὸς ἑκατέραν τῶν ΒΔ ΒΕ· καὶ
τῷ διὰ τῶν ΒΔ ΒΕ ἄρα ἐπιπέδῳ ὀρθή ἐστιν ἡ ΑΒ· τὸ
δὲ διὰ τῶν ΒΔ ΒΕ ἐπίπεδον τὸ ὑποκείμενόν ἐστιν· ἡ ΑΒ
ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον· ὥστε καὶ
πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν
τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, ὀρθὰς ποιήσει γωνίας
ἡ ΑΒ· ἅπτεται δὲ αὐτῆς ἡ ΒΖ οὖσα ἐν τῷ ὑποκειμένῳ
ἐπιπέδῳ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΖ γωνία ὀρθή ἐστιν· ὑπό-
κειται δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ὀρθή· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΖ γω-
νία τῇ ὑπὸ ΑΒΓ· καί εἰσιν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ· ὅπερ ἐστὶν
ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ΒΓ εὐθεῖα ἐν μετεωροτέρῳ
ἐστὶν ἐπιπέδῳ· αἱ τρεῖς
ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΒΓ ΒΔ ΒΕ
ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ·
ἐὰν ἄρα εὐθεῖα τρισὶν
εὐθείαις ἁπτομέναις ἀλ-
λήλων ἐπὶ τῆς ἁφῆς
πρὸς ὀρθὰς ἐπισταθῇ,
αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἐν ἑνί εἰ-
σὶν ἐπιπέδῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

ς Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσιν,
παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι· δύο γὰρ εὐθεῖαι αἱ ΑΒ ΓΔ

τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔστωσαν· λέγω ὅτι
παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ· συμβαλλέτωσαν γὰρ τῷ
ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ κατὰ τὰ Β Δ σημεῖα· καὶ ἐπεζεύ-
χθω ἡ ΒΔ εὐθεῖα· καὶ ἤχθω τῇ ΒΔ πρὸς ὀρθὰς ἐν τῷ ὑπο-
κειμένῳ ἐπιπέδῳ ἡ ΔΕ· καὶ κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΔΕ·
καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΕ ΑΕ ΑΔ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ ὀρθή ἐστι πρὸς
τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον· καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτο-
μένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ ὑποκειμένῳ
ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας· ἅπτεται δὲ τῆς ΑΒ
ἑκατέρα τῶν ΒΔ ΒΕ οὖσα ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ·
ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΒΔ ΑΒΕ γωνιῶν·
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΔΒ ΓΔΕ ὀρθή ἐστιν·
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ· κοινὴ δὲ ἡ ΒΔ· δύο δὴ αἱ
ΑΒ ΒΔ δυσὶ ταῖς ΕΔ ΔΒ ἴσαι εἰσὶν καὶ γωνίας ὀρθὰς πε-
ριέχουσι· βάσις ἄρα ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΒΕ ἐστὶν ἴση· καὶ
ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ, ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΒΕ· δύο δὴ
αἱ ΑΒ ΒΕ δυσὶ ταῖς ΕΔ ΔΑ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις αὐτῶν κοι-
νὴ ἡ ΑΕ· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΕ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΑ
ἐστὶν ἴση· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΑΒΕ, ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΕΔΑ·
ἡ ΕΔ ἄρα πρὸς τὴν ΔΑ ὀρθή ἐστιν· ἔστι δὲ καὶ πρὸς ἑκατέ-
ραν τῶν ΒΔ ΔΓ ὀρθή· ἡ ΕΔ
ἄρα τρισὶν εὐθείαις ταῖς ΒΔ
ΔΑ ΔΓ πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς
ἁφῆς ἐφέστηκεν· αἱ τρεῖς ἄ-
ρα εὐθεῖαι αἱ ΒΔ ΔΑ ΔΓ ἐν ἑνί
εἰσιν ἐπιπέδῳ· ἐν ᾧ δὲ αἱ ΔΒ ΔΑ·

ἐν τούτῳ καὶ ἡ ΑΒ· πᾶν γὰρ τρίγωνον ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ·
ἄρα αἱ ΑΒ ΒΔ ΔΓ εὐθεῖαι· ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ· καί ἐστιν
ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΒΔ ΒΔΓ γωνιῶν· παράλληλος
ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ· ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι τῷ αὐτῷ ἐπι-
πέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσιν· παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι παράλληλοι, ληφθῇ δὲ ἐφ' ἑκατέ-
ρας αὐτῶν τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυ-
μένη εὐθεῖα ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἐστὶ ταῖς παραλλήλοις· ἔστω-
σαν δύο εὐθεῖαι παράλληλοι αἱ ΑΒ ΓΔ· καὶ εἰλήφθω ἐφ' ἑκά-
τερας αὐτῶν τυχόντα σημεῖα τὰ Ε Ζ· λέγω ὅτι ἡ ἐπὶ
τὰ Ε Ζ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέ-
δῳ ἐστὶ ταῖς παραλλήλοις· μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατὸν ἔστω
μετέωρος ὡς ἡ ΕΗΖ· καὶ διήχθω διὰ τῆς ΕΗΖ
ἐπίπεδον· τομὴν δὴ ποιήσει ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέ-
δῳ εὐθεῖαν· ποιείτω τὴν ΕΖ· δύο ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΕΗΖ ΕΖ
χωρίον περιέξουσιν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ
ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ Ζ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα· μετέωρο-
ς ἐστιν ἐπιπέδῳ· ἐν τῷ διὰ τῶν ΑΒ ΓΔ ἄρα παρ-
αλλήλων ἐστὶν ἐπιπέδῳ ἡ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ Ζ ἐπιζευ-
γνυμένη εὐθεῖα·
ἐὰν ἄρα ὦσι
αἱ δύο εὐθεῖαι
παράλληλοι, λη-
φθῇ δὲ ἐφ' ἑκα-
τέρας αὐτῶν



τυχόντα σημεῖα. ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἐστὶ ταῖς παραλλήλοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

Η Ἐὰν ὦσιν δύο εὐθεῖαι παράλληλοι. ἡ δὲ ἑτέρα αὐτῶν ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ. καὶ ἡ λοιπὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται. ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι παράλληλοι αἱ ΑΒ ΓΔ. ἡ δὲ ἑτέρα αὐτῶν ἡ ΑΒ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔστω. λέγω ὅτι καὶ ἡ λοιπὴ ἡ ΓΔ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται. συμβαλλέτωσαν γὰρ αἱ ΑΒ ΓΔ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ κατὰ τὰ Β Δ σημεῖα. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ. αἱ ΑΒ ΓΔ ΒΔ ἄρα ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ. ἤχθω τῇ ΒΔ πρὸς ὀρθὰς ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ ἡ ΔΕ. καὶ κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΔΕ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΕ ΑΕ ΑΔ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ ὀρθή ἐστιν ἡ ΑΒ. ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΒΔ ΑΒΕ γωνιῶν. καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΒ ΓΔ εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΔ. αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΔ ΓΔΒ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΓΔΒ. ἡ ΓΔ ἄρα πρὸς τὴν ΒΔ ὀρθή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΒΔ, δύο δὴ αἱ ΑΒ ΒΔ δυσὶ ταῖς ΕΔ ΔΒ ἴσαι εἰσίν. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΒ ἴση. ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα. βάσις ἄρα ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΒΕ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΒΕ τῇ ΑΔ, δύο δὴ αἱ ΑΒ ΒΕ δυσὶ ταῖς ΕΔ ΔΑ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ βάσις αὐτῶν κοινὴ ἡ ΑΕ. γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΕ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΑ ἐστὶν ἴση. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΑΒΕ. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΕΔΑ. ἡ ΕΔ ἄρα πρὸς τὴν ΔΑ ὀρθή ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ πρὸς τὴν ΔΒ ὀρθή. ἡ ΕΔ ἄρα καὶ τῷ διὰ τῶν ΒΔ ΔΑ ἐπιπέδῳ ὀρθή ἐστι. καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ διὰ τῶν ΔΑ ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας ἡ ΕΔ. ἐν δὲ τῷ διὰ τῶν ΒΔΑ ἐπιπέδῳ ἐστὶν ἡ ΔΓ. ἐπειδήπερ ἐν τῷ διὰ τῶν ΒΔΑ ἐπιπέδῳ εἰσὶν αἱ ΑΒ ΒΔ. ἐν ᾧ δὲ αἱ ΑΒ ΒΔ, ἐν τούτῳ ἐστὶ καὶ ἡ ΔΓ. ἡ ΕΔ ἄρα τῇ ΔΓ πρὸς ὀρθάς ἐστιν. ὥστε καὶ ἡ ΓΔ τῇ ΔΕ πρὸς ὀρθάς ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΓΔ τῇ ΒΔ πρὸς ὀρθάς. ἡ ΓΔ ἄρα δύο εὐθείαις τεμνούσαις ἀλλήλας ταῖς ΔΕ ΔΒ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ Δ τομῆς πρὸς ὀρθὰς ἐφέστηκεν. ὥστε ἡ ΓΔ καὶ τῷ διὰ τῶν ΔΕ ΔΒ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστι. τὸ δὲ διὰ τῶν ΔΕ ΔΒ ἐπίπεδον τὸ ὑποκείμενόν ἐστιν. ἡ ΓΔ ἄρα τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν. ἐὰν ἄρα ὦσιν δύο εὐθεῖαι παράλληλοι ἡ δὲ μία αὐτῶν

ια

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου μετεώρου ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον μετέωρον τὸ Α· τὸ δὲ δοθὲν ἐπίπεδον τὸ ὑποκείμενον· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ Α σημείου ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. διήχθω γάρ τις ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ εὐθεῖα ὡς ἔτυχεν ἡ ΒΓ· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α σημείου ἐπὶ τὴν ΒΓ κάθετος ἡ ΑΔ· εἰ μὲν οὖν ἡ ΑΔ κάθετός ἐστι καὶ ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· εἰ δὲ οὔ, ἤχθω ἀπὸ τοῦ Δ σημείου τῇ ΒΓ ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΕ· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετος ἡ ΑΖ· καὶ διὰ τοῦ Ζ σημείου τῇ ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΗΘ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΒΓ ἑκατέρᾳ τῶν ΔΑ ΔΕ πρὸς ὀρθάς ἐστιν· ἡ ΒΓ ἄρα καὶ τῷ διὰ τῶν ΕΔ ΔΑ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστι· καί ἐστιν αὐτῇ παράλληλος ἡ ΗΘ· ἐὰν δὲ ὦσι δύο εὐθεῖαι παράλληλοι, ἡ δὲ μία αὐτῶν ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ· καὶ ἡ λοιπὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται· καὶ ἡ ΗΘ ἄρα τῷ διὰ τῶν ΕΔ ΔΑ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστι. καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ διὰ τῶν ΕΔ ΔΑ ἐπιπέδῳ ὀρθή ἐστιν ἡ ΗΘ. ἅπτεται δὲ αὐτῆς ἡ ΑΖ οὖσα ἐν τῷ διὰ τῶν ΕΔ ΔΑ ἐπιπέδῳ· ἡ ΗΘ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς τὴν ΖΑ· ὥστε καὶ ἡ ΖΑ ὀρθή ἐστι πρὸς τὴν ΘΗ. ἔστι δὲ ἡ ΑΖ καὶ πρὸς τὴν ΔΕ ὀρθή· ἡ ΑΖ ἄρα πρὸς ἑκατέραν τῶν ΗΘ ΔΕ ὀρθή ἐστιν· ἐὰν

δὲ εὐθεῖα δυσὶν εὐθείαις τεμνούσαις ἀλλήλας ἐπὶ τῆς τομῆς πρὸς ὀρθὰς ἐπισταθῇ· καὶ τῷ δι' αὐτῶν ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται· ἡ ΖΑ ἄρα τῷ διὰ τῶν ΕΔ ΗΘ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστι· τὸ δὲ διὰ τῶν ΕΔ ΗΘ ἐπίπεδόν ἐστι τὸ ὑποκείμενον· ἡ ΑΖ ἄρα τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν· ἀπὸ τοῦ ἄρα δοθέντος σημείου μετεώρου τοῦ Α ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΑΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:—

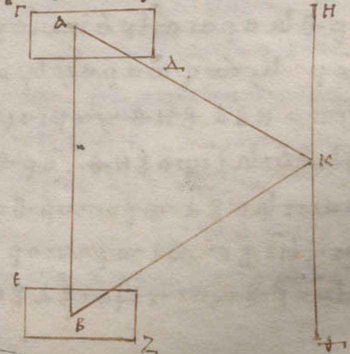
Τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῷ δοθέντος σημείου πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖαν γραμμὴν ἀναστῆσαι· ἔστω τὸ μὲν δοθὲν ἐπίπεδον τὸ ὑποκείμενον· τὸ δὲ πρὸς αὐτῷ σημεῖον τὸ Α· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ Α σημείου τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖαν γραμμὴν ἀναστῆσαι· νενοήσθω τι σημεῖον μετέωρον τὸ Β· καὶ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος ἤχθω ἡ ΒΓ· καὶ διὰ τοῦ Α σημείου τῇ ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΔ· ἐπεὶ οὖν δύο εὐθεῖαι παράλληλοί εἰσιν αἱ ΑΔ ΓΒ· ἡ δὲ μία αὐτῶν ἡ ΒΓ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν.

καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΔ
τῷ ὑποκειμένῳ ἐπι-
πέδῳ πρὸς ὀρθάς
ἐστι· τῷ ἄρα δοθέν-
τι ἐπιπέδῳ ἀπὸ τοῦ
πρὸς αὐτῷ σημείου
τοῦ Α. πρὸς ὀρθὰς
ἀνέσταται ἡ ΑΔ. ὅ-
περ ἔδει ποιῆσαι:~

ιγʹ Ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ. δύο εὐθεῖαι
πρὸς ὀρθὰς οὐκ ἀναστήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.
εἰ γὰρ δυνατόν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ Α τῷ ὑ-
ποκειμένῳ ἐπιπέδῳ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ ΑΓ πρὸς ὀρ-
θὰς ἀνεστάτωσαν ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη. καὶ διήχθω τὸ δι-
ὰ τῶν ΒΑ ΑΓ ἐπίπεδον· τομὴν δὴ ποιήσει διὰ τοῦ Α
ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ εὐθεῖαν. ποιείτω τὴν
ΔΑΕ· αἱ ἄρα ΑΒ ΑΓ ΔΑΕ εὐθεῖαι. ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέ-
δῳ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΓΑ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς
ὀρθάς ἐστι. καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας
αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέ-
δῳ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας· ἅπτεται δὲ αὐτῆς ἡ
ΔΑΕ οὖσα ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ· ἡ ἄρα
ὑπὸ ΓΑΕ γωνία ὀρθή ἐστιν· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ
ὑπὸ ΒΑΕ ὀρθή ἐστιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΑΕ τῇ ὑ-
πὸ ΒΑΕ· καί εἰσιν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ· ὅπερ ἐστὶν
ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου

τῷ αὐτῷ ἐπι-
πέδῳ δύο ε-
ὐθεῖαι πρὸς ὀρ-
θὰς ἀναστή-
σονται ἐπὶ
τὰ αὐτὰ μέ-
ρη. ὅπερ ἔ-
δει δεῖξαι:~

ιδʹ Πρὸς ἃ ἐπίπεδα ἡ αὐτὴ εὐθεῖα ὀρθή ἐστι. παράλληλα
ἔσται τὰ ἐπίπεδα. εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ πρὸς ἑκά-
τερον τῶν ΓΔ, ΕΖ ἐπιπέδων πρὸς ὀρθὰς ἔστω·
λέγω ὅτι παράλληλά ἐστι τὰ ἐπίπεδα· εἰ γὰρ μή.
ἐκβαλλόμενα συμπεσοῦνται. συμπιπτέτωσαν·
ποιήσουσι δὴ κοινὴν τομὴν εὐθεῖαν. ποιείτωσαν
τὴν ΗΘ. καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΗΘ τυχὸν σημεῖον τὸ
Κ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΚ ΚΒ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ ὀρθή
ἐστι πρὸς τὸ ΕΖ ἐπίπεδον. καὶ πρὸς τὴν ΒΚ ἄρα εὐθ-
εῖαν οὖσαν ἐν τῷ ΕΖ ἐκβληθέντι ἐπιπέδῳ ὀρθή
ἐστιν ἡ ΑΒ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΚ γωνία ὀρθή ἐστι· διὰ τὰ
αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΚ ὀρθή
ἐστι· τριγώνου δὴ τοῦ ΑΒΚ
αἱ δύο γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΚ
ΒΑΚ δυσὶν ὀρθαῖς εἰσιν ἴ-
σαι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον·
οὐκ ἄρα τὰ ΓΔ ΕΖ ἐπίπε-
δα ἐκβαλλόμενα συμπεσοῦ-



συμπίπτει· παράλληλα ἄρα ἐστὶ τὰ ΓΔ, ΕΖ ἐπίπεδα. πρὸς ἃ ἐπίπεδα ἄρα ἡ αὐτὴ εὐθεῖα ὀρθή ἐστι, παράλληλά ἐστι τὰ ἐπίπεδα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων ὦσιν μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, παράλληλά ἐστι τὰ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα.

Δύο γὰρ εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων αἱ ΑΒ, ΒΓ παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων τὰς ΔΕ, ΕΖ ἔστωσαν μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι· λέγω ὅτι ἐκβαλλόμενα τὰ διὰ τῶν ΑΒ ΒΓ, ΔΕ ΕΖ ἐπίπεδα οὐ συμπεσεῖται ἀλλήλοις. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Β σημείου ἐπὶ τὸ διὰ τῶν ΔΕ ΕΖ ἐπίπεδον κάθετος ἡ ΒΗ, καὶ συμβαλλέτω τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Η σημεῖον· καὶ διὰ τοῦ Η τῇ μὲν ΕΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΗΘ, τῇ δὲ ΕΖ ἡ ΗΚ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΒΗ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ διὰ τῶν ΔΕ ΕΖ ἐπίπεδον, καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ διὰ τῶν ΔΕ ΕΖ ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιεῖ γωνίας. ἅπτεται δὲ αὐτῆς ἑκατέρα τῶν ΗΘ ΗΚ οὖσα ἐν τῷ διὰ τῶν ΔΕ ΕΖ ἐπιπέδῳ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΗΘ ΒΗΚ γωνιῶν. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΒΑ τῇ ΗΘ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΗΒΑ ΒΗΘ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΗΒΑ· ἡ ΗΒ ἄρα τῇ ΒΑ πρὸς ὀρθάς ἐστιν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἡ ΒΗ καὶ τῇ ΒΓ ἐστι πρὸς ὀρθάς. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΒΗ δυσὶν εὐθείαις ταῖς ΒΑ ΒΓ τεμνούσαις ἀλλήλας πρὸς ὀρθὰς ἐφέστηκεν, ἡ ΗΒ ἄρα καὶ τῷ διὰ τῶν ΒΑ ΒΓ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν. ἐδείχθη δὲ καὶ τῷ διὰ τῶν ΔΕ ΕΖ ἐπιπέδῳ ὀρθή· ἡ ΒΗ ἄρα πρὸς ἑκάτερον τῶν διὰ τῶν ΑΒ ΒΓ, ΔΕ ΕΖ ἐπιπέδων ὀρθή ἐστιν. πρὸς ἃ δὲ ἐπίπεδα ἡ αὐτὴ εὐθεῖα ὀρθή ἐστι, παράλληλά ἐστι τὰ ἐπίπεδα· παράλληλον ἄρα ἐστὶ τὸ διὰ τῶν ΑΒ ΒΓ ἐπίπεδον τῷ διὰ τῶν ΔΕ ΕΖ. ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων ὦσιν μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, παράλληλά ἐστι τὰ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Α Β Γ Δ Ε Ζ Η Θ Κ

ις Ἐὰν δύο ἐπίπεδα παράλληλα ὑπὸ ἐπιπέδου τινὸς τέμνηται, αἱ κοιναὶ αὐτῶν τομαὶ παράλληλοί εἰσιν. δύο γὰρ ἐπίπεδα παράλληλα τὰ ΑΒ, ΓΔ ὑπὸ ἐπιπέδου τοῦ ΕΖΗΘ τεμνέσθω, κοιναὶ δὲ αὐτῶν τομαὶ ἔστωσαν αἱ ΕΖ, ΗΘ· λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΕΖ τῇ ΗΘ. εἰ γὰρ μή, ἐκβαλλόμεναι αἱ ΕΖ ΗΘ ἤτοι ἐπὶ τὰ Ζ Θ μέρη ἢ ἐπὶ τὰ Ε Η συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν ὡς ἐπὶ τὰ Ζ Θ μέρη καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Κ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΕΖΚ ἐν τῷ ΑΒ ἐστιν ἐπιπέδῳ, καὶ πάντα ἄρα τὰ ἐπὶ τῆς

εζκ [illegible] ῥητῶν αβ [illegible] ἐστίν· [illegible] ἡ εζκ
[illegible] ἄρα ῥητῶν αβ ἐστὶν [illegible]
[illegible] ῥητῶν γδ ἐστὶν [illegible]
οὐ συμ[illegible] συμμετροῦνται·
ἄρα αἱ εζ ηθ [illegible] ὑποκεῖσθαι· οὐ
συμμετροῦνται· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ αἱ εζ ηθ [illegible]
[illegible] μέρη [illegible] συμμετροῦν
[illegible]

ιζ [illegible]

ιη [illegible]

[illegible]

τῆς ΑΒ ἐπίπεδα τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν· ἐκβεβλήσθω γὰρ διὰ τῆς ΑΒ ἐπίπεδον τὸ ΔΕ, καὶ ἔστω κοινὴ τομὴ τοῦ ΔΕ ἐπιπέδου καὶ τοῦ ὑποκειμένου ἡ ΓΕ, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΓΕ τυχὸν σημεῖον τὸ Ζ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ τῇ ΓΕ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἐν τῷ ΔΕ ἐπιπέδῳ ἡ ΖΗ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ὀρθή ἐστι, καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ ὀρθή ἐστιν ἡ ΑΒ· ὥστε καὶ πρὸς τὴν ΓΕ ὀρθή ἐστιν· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΖ γωνία ὀρθή ἐστιν· ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΗΖΒ ὀρθή· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΖΗ. ἡ δὲ ΑΒ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστι· καὶ ἡ ΖΗ ἄρα τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστι. καὶ ἐπεὶ ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστιν, ὅταν αἱ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων πρὸς ὀρθὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων τῷ λοιπῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσιν, καὶ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων τῇ ΓΕ ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων τῷ ΔΕ πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσα ἡ ΖΗ ἐδείχθη τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς, τὸ ἄρα ΔΕ ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστι πρὸς τὸ ὑποκείμενον. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ τὰ πάντα τὰ διὰ τῆς ΑΒ ἐπίπεδα ὀρθὰ τυγχάνοντα πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ πάντα ἄρα τὰ δι' αὐτῆς ἐπίπεδα τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Δ Η Α Θ

Γ Ζ Β Ε

ιθʹ Ἐὰν δύο ἐπίπεδα τέμνοντα ἄλληλα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται. δύο γὰρ ἐπίπεδα τὰ ΑΒ, ΒΓ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔστω, κοινὴ δὲ αὐτῶν τομὴ ἔστω ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι ἡ ΒΔ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστι. μὴ γάρ, καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τοῦ Δ σημείου ἐν μὲν τῷ ΑΒ ἐπιπέδῳ τῇ ΑΔ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΕ, ἐν δὲ τῷ ΒΓ ἐπιπέδῳ τῇ ΓΔ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΖ. καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΒ ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστι πρὸς τὸ ὑποκείμενον, καὶ τῇ κοινῇ αὐτῶν τομῇ τῇ ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἐν τῷ ΑΒ ἐπιπέδῳ ἦκται ἡ ΔΕ, ἡ ΔΕ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ΔΖ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον· ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἄρα σημείου τοῦ Δ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀνεσταμέναι εἰσὶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου ἀνασταθήσεται πρὸς ὀρθὰς πλὴν τῆς ΔΒ κοινῆς τομῆς τῶν

Β

Ε Ζ

Δ

Α Γ

ΑΒ ΒΓ ἐπιπέδων. ἐὰν ἄρα δύο ἐπίπεδα τέμνοντα ἀλλήλα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ Ἐὰν στερεὰ γωνία ὑπὸ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχηται, δύο ὁποιαιοῦν τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι. στερεὰ γὰρ γωνία ἡ πρὸς τῷ Α ὑπὸ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων τῶν ὑπὸ ΒΑΓ, ΓΑΔ, ΔΑΒ περιεχέσθω· λέγω ὅτι τῶν ὑπὸ ΒΑΓ, ΓΑΔ, ΔΑΒ γωνιῶν δύο ὁποιαιοῦν τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι. εἰ μὲν οὖν αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΓΑΔ, ΔΑΒ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί, φανερὸν ὅτι δύο ὁποιαιοῦν τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν. εἰ δὲ οὔ, ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΒΑΓ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΔΑΒ γωνίᾳ ἐν τῷ διὰ τῶν ΒΑΓ ἐπιπέδῳ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΑΕ, καὶ κείσθω τῇ ΑΔ ἴση ἡ ΑΕ, καὶ διὰ τοῦ Ε σημείου διαχθεῖσα ἡ ΒΕΓ τεμνέτω τὰς ΑΒ, ΑΓ εὐθείας κατὰ τὰ Β, Γ σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΒ, ΔΓ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΒ, δύο δυσὶν ἴσαι· καὶ

διὰ τὸ δ̄ τοῦ ᾱ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΑΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΕ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΔΒ βάσει τῇ ΒΕ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΒΔ, ΔΓ

διὰ τὸ κ̄ τοῦ ᾱ τῆς ΒΓ μείζονές εἰσιν, ὧν ἡ ΔΒ τῇ ΒΕ ἐδείχθη ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΓ λοιπῆς τῆς ΕΓ μείζων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν

διὰ τὸ κε̄ τοῦ ᾱ ἡ ΔΑ τῇ ΑΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΓ, καὶ βάσις ἡ ΔΓ βάσεως τῆς ΕΓ μείζων ἐστί, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνίας τῆς ὑπὸ ΕΑΓ μείζων ἐστίν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΑΒ τῇ ὑπὸ ΒΑΕ ἴση· αἱ ἄρα ὑπὸ ΔΑΒ, ΔΑΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ μείζονές εἰσιν.

ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ σύνδυο λαμβανόμεναι τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι. ἐὰν ἄρα στερεὰ γωνία ὑπὸ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχηται, δύο ὁποιαιοῦν τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα Ἅπασα στερεὰ γωνία ὑπὸ ἐλασσόνων ἢ τεσσάρων ὀρθῶν ἐπιπέδων γωνιῶν περιέχεται. ἔστω στερεὰ γωνία ἡ πρὸς τῷ Α περιεχομένη ὑπὸ ἐπιπέδων γωνιῶν τῶν ὑπὸ ΒΑΓ, ΓΑΔ, ΔΑΒ· λέγω ὅτι αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΓΑΔ, ΔΑΒ τεσσάρων ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. εἰλήφθω γὰρ ἐφ' ἑκάστης τῶν ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ τυχόντα σημεῖα τὰ Β, Γ, Δ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΓ, ΓΔ, ΔΒ. καὶ ἐπεὶ στερεὰ

διὰ τὸ κ̄ τοῦ ια̅ γωνία ἡ πρὸς τῷ Β ὑπὸ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχεται τῶν ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ, ΓΒΔ, δύο ὁποιαιοῦν τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ τῆς ὑπὸ ΓΒΔ μείζονές εἰσι. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ μὲν ὑπὸ ΒΓΑ, ΑΓΔ τῆς ὑπὸ ΒΓΔ μείζονές εἰσιν, αἱ δὲ ὑπὸ ΓΔΑ, ΑΔΒ τῆς ὑπὸ ΓΔΒ μείζονές εἰσιν· αἱ ἓξ ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ, ΒΓΑ, ΑΓΔ, ΓΔΑ, ΑΔΒ τριῶν τῶν ὑπὸ ΓΒΔ, ΒΓΔ, ΓΔΒ μείζονές

διὰ τὸ λβ̄ τοῦ ᾱ εἰσιν. ἀλλ' αἱ τρεῖς αἱ ὑπὸ ΓΒΔ, ΒΔΓ, ΒΓΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἓξ ἄρα αἱ ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ, ΒΓΑ, ΑΓΔ, ΓΔΑ, ΑΔΒ δύο ὀρθῶν μείζονές εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ἑκάστου τῶν ΑΒΓ, ΑΓΔ, ΑΔΒ τριγώνων αἱ τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν

αἱ ἄρα τῶν τριῶν τριγώνων ἐννέα γωνίαι αἱ ὑπὸ ΓΒΑ
ΑΓΒ ΒΑΓ ΑΓΔ ΔΑΓ ΓΔΑ ΔΑΒ ΔΒΑ ΒΑΔ. ἓξ ὀρθαῖς ἴσαι
εἰσίν· ὧν αἱ ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΑ [illegible] ΓΔΑ ΑΔΒ ΔΒΑ ἓξ γω-
νίαι [illegible] ὀρθῶν μείζονές εἰσιν·
λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΓΑΔ ΔΑΒ
τρεῖς γωνίαι περιέχουσαι τὴν
στερεὰν γωνίαν τεσσάρων ὀρ-
θῶν ἐλάσσονές εἰσιν· ἅπα-
σα ἄρα στερεὰ γωνία ὑπὸ
ἐλασσόνων ἢ τεσσάρων ὀρ-
θῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περι-
έχεται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

Β Α Γ Δ

κβ Ἐὰν ὦσι τρεῖς γωνίαι ἐπίπεδοι ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς
μείζονές εἰσι πάντη μεταλαμβανόμεναι· περιέχωσι
δὲ [illegible] ἴσαι εὐθεῖαι· δυνατόν ἐστιν ἐκ τῶν ἐπιζευγνυ-
ουσῶν τὰς ἴσας εὐθείας τρίγωνον συστήσασθαι.
ἔστωσαν τρεῖς γωνίαι ἐπίπεδοι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ [illegible]
ὧν, αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι [illegible]
ταλαμβανόμεναι· [illegible] ὑπὸ ΑΒΓ ΔΕΖ τῆς [illegible]
αἱ δὲ ὑπὸ [illegible] ΕΖ ΗΘΚ [illegible] ὑπὸ ΑΒΓ· καὶ ἔτι [illegible] ΗΘΚ
ΑΒΓ τῆς [illegible] ΔΕΖ· καὶ ἔστωσαν ἴσαι αἱ ΑΒ ΒΓ ΔΕ ΕΖ ΗΘ
ΘΚ εὐθεῖαι· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ ΔΖ ΗΚ· λέγ[ω] [illegible]
νατόν ἐστιν ἐκ τῶν [illegible] ἴσων ταῖς ΑΓ ΔΖ ΗΚ τρίγωνον [illegible]
στήσασθαι τουτ[illegible] τῶν ΑΓ ΔΖ ΗΚ δύο ὁποι[illegible]
τῆς λοι[illegible] πάντη μεταλαμβανόμε[illegible]
[illegible] ΗΘΚ γωνίαι ἴσ[illegible]

ἐστί. φανερὸν ὅτι καὶ τῶν ΑΓ ΔΖ ΗΚ ἴσων γινομένων. δυ-
νατόν ἐστιν ἐκ τῶν ἴσων ταῖς ΑΓ ΔΖ ΗΚ τρίγωνον συστή-
σασθαι· εἰ δὲ οὔ, ἔστωσαν [illegible] ἄνισοι· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΘΚ
εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Θ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ
γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΚΘΛ· καὶ κείσθω μιᾷ τῶν ΑΒ [illegible] ΔΕ
ΕΖ ΗΘ ΘΚ ἴση ἡ ΘΛ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΛ ΗΛ· καὶ ἐπεὶ δύ-
ο αἱ ΑΒ ΒΓ δυσὶ ταῖς ΚΘ ΘΛ ἴσαι εἰσί· καὶ γωνία ἡ πρὸς
τῷ Β γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΚΘΛ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βά-
σει τῇ ΚΛ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ ΗΘΚ τῆς ὑπὸ
ΔΕΖ μείζονές εἰσιν· ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΚΘΛ·
ἡ ἄρα ὑπὸ ΗΘΛ τῆς ὑπὸ ΔΕΖ μείζων ἐστί· καὶ ἐπεὶ δύο
αἱ ΗΘ ΘΛ δύο ταῖς ΔΕ ΕΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ
ΗΘΛ γωνίας τῆς ὑπὸ ΔΕΖ μείζων· βάσις ἄρα ἡ ΗΛ
βάσεως τῆς ΔΖ μείζων ἐστίν· ἀλλὰ αἱ ΗΚ ΚΛ τῆς ΗΛ
μείζονές εἰσιν· πολλῷ ἄρα αἱ ΗΚ ΚΛ τῆς ΔΖ μεί-
ζονές εἰσιν· ἴση δὲ ἡ ΚΛ τῇ ΑΓ· αἱ ΑΓ ΗΚ ἄρα [illegible] λοι-
[illegible]ν· ἴση δὲ ἡ ΚΛ τῇ ΑΓ· αἱ ΑΓ ΗΚ ἄρα [illegible]
[illegible] ΔΖ μείζονές εἰσιν· ὁμοίως δὴ δεί[illegible]ομεν ὅ-
[illegible] ΔΖ τῆς ΗΚ μείζονές εἰσιν· [illegible] ΗΚ ΔΖ
[illegible] νατὸν ἄρα [illegible] τῶν ἴσων ταῖς ΑΓ ΔΖ
[illegible] συστήσασθαι· [illegible] ἔδει δεῖξαι:–

ἄλλως :–

ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι τρεῖς γωνίαι ἐπίπεδοι αἱ ΑΒΓ ΔΕΖ ΗΘΚ· ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· περιεχέτωσαν δὲ αὐτὰς ἴσαι εὐθεῖαι αἱ ΑΒ ΒΓ, ΔΕ ΕΖ, ΗΘ ΘΚ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ ΔΖ ΗΚ· λέγω ὅτι δυνατόν ἐστιν ἐκ τῶν ἴσων ταῖς ΑΓ ΔΖ ΗΚ τρίγωνον συστήσασθαι· τουτέστι πάλιν ὅτι αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι. εἰ μὲν οὖν πάλιν αἱ πρὸς τοῖς Β Ε Θ σημείοις γωνίαι ἴσαι εἰσίν, ἴσαι ἔσονται καὶ αἱ ΑΓ ΔΖ ΗΚ ἴσαι. καὶ ἔσονται αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονες. εἰ δὲ οὔ, ἔστωσαν ἄνισοι αἱ πρὸς τοῖς Β Ε Θ σημείοις γωνίαι· καὶ μείζων ἡ πρὸς τῷ Β ἑκατέρας τῶν πρὸς τοῖς Ε Θ· μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΑΓ εὐθεῖα ἑκατέρας τῶν ΔΖ ΗΚ. καὶ φανερὸν ὅτι ἡ ΑΓ μεθ' ἑκατέρας τῶν ΔΖ ΗΚ τῆς λοιπῆς μείζων ἐστί· λέγω ὅτι καὶ αἱ ΔΖ ΗΚ τῆς ΑΓ μείζονές εἰσι· συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Β τῇ ὑπὸ ΗΘΚ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΑΒΛ· καὶ κείσθω μιᾷ τῶν ΑΒ ΒΓ ΔΕ ΕΖ ΗΘ ΘΚ ἴση ἡ ΒΛ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΛ ΛΓ· καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΑΒ ΒΛ δυσὶ ταῖς ΗΘ ΘΚ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γωνίαι ἴσαι περιέχουσι· βάσις ἄρα ἡ ΑΛ τῇ ΗΚ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ αἱ πρὸς τοῖς Ε Θ σημείοις γωνίαι τῆς ὑπὸ ΑΒΓ μείζονές εἰσιν, ὧν ἡ ὑπὸ ΗΘΚ τῇ ὑπὸ ΑΒΛ ἐστὶν ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Ε γωνία τῆς ὑπὸ ΛΒΓ μείζων ἐστί. καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΛΒ ΒΓ δυσὶ ταῖς ΔΕ ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίας τῆς ὑπὸ ΛΒΓ μείζων· βάσις ἄρα ἡ ΔΖ βάσεως τῆς ΛΓ μείζων ἐστίν. ἴση δὲ ἐδείχθη καὶ ἡ ΗΚ τῇ ΑΛ· αἱ ἄρα ΔΖ ΗΚ τῶν ΑΛ ΛΓ μείζονές εἰσιν. ἀλλ' αἱ ΑΛ ΛΓ τῆς ΑΓ μείζονές εἰσι· πολλῷ ἄρα αἱ ΔΖ ΗΚ τῆς ΑΓ μείζονές εἰσι· τῶν ΑΓ ΔΖ ΗΚ ἄρα εὐθειῶν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· δυνατὸν ἄρα ἐστὶν ἐκ τῶν ἴσων ταῖς ΑΓ ΔΖ ΗΚ τρίγωνον συστήσασθαι. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :–

κγ. Ἐκ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· στερεὰν γωνίαν συστήσασθαι· δεῖ δὴ τὰς τρεῖς τεσσάρων ὀρθῶν ἐλάσσονας εἶναι. ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι τρεῖς γωνίαι ἐπίπεδοι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ ΔΕΖ ΗΘΚ, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονες ἔστωσαν πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ἔτι δὲ αἱ τρεῖς τεσσάρων ὀρθῶν ἐλάσσονες· δεῖ δὴ ἐκ τῶν ἴσων ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ ΔΕΖ ΗΘΚ στερεὰν γωνίαν συστήσασθαι. ἀπειλήφθωσαν ἴσαι αἱ ΑΒ ΒΓ ΔΕ ΕΖ ΗΘ ΘΚ, καὶ ἐπεζεύ–

χθωσαν αἱ ΑΓ, ΔΖ, ΗΙ· ἀδύνατον ἄρα ἐστὶν ἐκ τῶν ἴσων ταῖς
ΑΓ, ΔΖ, ΗΙ τρίγωνον συστήσασθαι· συνεστάτω τὸ ΛΜΝ
ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΑΓ τῇ ΛΜ, τὴν δὲ ΔΖ τῇ ΜΝ
καὶ ἔτι τὴν ΗΙ τῇ ΛΝ· καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ ΛΜΝ
τρίγωνον κύκλος ὁ ΛΜΝ· καὶ εἰλήφθω αὐτοῦ τὸ κέντρον·
ἔσται δὴ ἤτοι ἐντὸς τοῦ ΛΜΝ τριγώνου ἢ ἐπὶ μιᾶς τῶν
πλευρῶν αὐτοῦ ἢ ἐκτός· ἔστω πρότερον ἐντὸς καὶ ἔστω
τὸ Ξ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΛΞ, ΜΞ, ΝΞ· λέγω ὅτι ἡ ΑΒ μεί-
ζων ἐστὶ τῆς ΛΞ· εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΛΞ ἢ
ἐλάττων· ἔστω πρότερον ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ
ΛΞ, ἀλλ' ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ΞΛ τῇ ΞΜ, δύο
δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δύο ταῖς ΛΞ, ΞΜ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκα-
τέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΛΜ ὑπόκειται ἴση·
γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΛΞΜ ἐστὶν ἴ-
ση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΔΕΖ τῇ ὑπὸ ΜΞΝ
ἐστὶν ἴση, καὶ ἔτι ἡ ὑπὸ ΗΘΙ τῇ ὑπὸ ΝΞΛ· αἱ ἄρα τρεῖς
αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΔΕΖ, ΗΘΙ γωνίαι τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΛΞΜ, ΜΞΝ,
ΝΞΛ τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ὑπὸ
ΑΒΓ, ΔΕΖ, ΗΘΙ τέτρασιν ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι· ὑπόκειν-
ται δὲ καὶ τεσσάρων ὀρθῶν ἐλάσσονες· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον·
οὐκ ἄρα ἡ ΑΒ τῇ ΛΞ ἴση ἐστίν· λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ ἐλάτ-
των ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΛΞ· εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω· καὶ κείσθω
τῇ μὲν ΑΒ ἴση ἡ ΞΟ, τῇ δὲ ΒΓ ἴση ἡ ΞΠ· καὶ ἐπεζεύ-
χθω ἡ ΟΠ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ
ΞΟ τῇ ΞΠ· ὥστε καὶ λοιπὴ ἡ ΟΛ λοιπῇ τῇ ΠΜ ἐστὶν
ἴση· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΜ τῇ ΟΠ, καὶ ἰσογώ-

μιον τὸ ΛΜΞ τῷ ΟΠΞ· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΞΛ πρὸς ΛΜ οὕτως
ἡ ΞΟ πρὸς ΟΠ· ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΛΞ πρὸς ΞΟ οὕτως ἡ ΛΜ
πρὸς ΟΠ· μείζων δὲ ἡ ΛΞ τῆς ΞΟ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΛΜ
τῆς ΟΠ· ἀλλ' ἡ ΛΜ κεῖται τῇ ΑΓ ἴση· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῆς
ΟΠ μείζων ἐστίν· ἐπεὶ οὖν δύο αἱ ΑΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΟΞ, ΞΠ
ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΑΓ βάσεως τῆς ΟΠ μείζων ἐστί·
γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίας τῆς ὑπὸ ΟΞΠ μείζων
ἐστίν· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΔΕΖ τῆς
ὑπὸ ΜΞΝ μείζων ἐστίν· ἡ δὲ ὑπὸ ΗΘΙ τῆς ὑπὸ ΝΞΛ· αἱ ἄρα
τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΔΕΖ, ΗΘΙ τριῶν τῶν ὑπὸ ΛΞΜ,
ΜΞΝ, ΝΞΛ μείζονές εἰσιν· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΔΕΖ, ΗΘΙ
τεσσάρων ὀρθῶν ἐλάσσονες ὑπόκεινται· πολλῷ ἄρα
αἱ ὑπὸ ΛΞΜ, ΜΞΝ, ΝΞΛ τεσσάρων ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν·
ἀλλὰ καὶ ἴσαι· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἡ ΑΒ ἐ-
λάσσων ἐστὶ τῆς ΛΞ· ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἴση· μείζων
ἄρα ἡ ΑΒ τῆς ΛΞ· ἀνεστάτω δὴ ἀπὸ τοῦ Ξ σημείου
τῷ τοῦ ΛΜΝ κύκλου ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΞΡ·
καὶ ᾧ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τοῦ ἀπὸ
τῆς ΛΞ, ἐκείνῳ ἴσον ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς ΞΡ· καὶ ἐπε-
ζεύχθωσαν αἱ ΡΛ, ΡΜ, ΡΝ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΡΞ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ
τοῦ ΛΜΝ κύκλου ἐπίπεδον, καὶ πρὸς ἑκάστην ἄρα
τῶν ΛΞ, ΜΞ, ΝΞ ὀρθή ἐστιν ἡ ΡΞ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
ΛΞ τῇ ΞΜ, κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΞΡ· βάσις
ἄρα ἡ ΡΛ βάσει τῇ ΡΜ ἐστὶν ἴση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ
ἡ ΡΝ ἑκατέρᾳ τῶν ΡΛ, ΡΜ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα
αἱ ΡΛ, ΡΜ, ΡΝ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· καὶ ἐπεὶ ᾧ μεῖζόν ἐστι

τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΛΞ. ἐκείνῳ ἴσον ὑποκείσθω
τὸ ἀπὸ τῆς ΞΡ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀ-
πὸ τῶν ΛΞ ΞΡ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΛΞ ΞΡ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΛΡ· ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ ΛΞΡ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΒ
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΡΛ. ἴση ἄρα ἡ ΑΒ τῇ ΡΛ. ἀλλὰ
τῇ μὲν ΑΒ ἴση ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΒΓ ΔΕ ΕΖ ΗΘ ΘΚ.
τῇ δὲ ΡΛ ἴση ἑκατέρα τῶν ΡΜ ΡΝ. ἑκατέρα ἄρα
τῶν ΑΒ ΒΓ ΔΕ ΕΖ ΗΘ ΘΚ ἑκατέρᾳ τῶν ΡΛ ΡΜ ΡΝ ἴση
ἐστίν. καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΛΡ ΡΜ δυσὶ ταῖς ΑΒ ΒΓ ἴσαι εἰσίν.
καὶ βάσις ἡ ΛΜ βάσει τῇ ΑΓ ὑπόκειται ἴση. γωνία
ἄρα ἡ ὑπὸ ΛΡΜ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ
δὴ καὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΜΡΝ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ὑ-
πὸ ΛΡΝ τῇ ὑπὸ ΗΘΚ. ἐκ τριῶν ἄρα γωνιῶν ἐπι-
πέδων τῶν ὑπὸ ΛΡΜ ΜΡΝ ΛΡΝ αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ
ταῖς δοθείσαις ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ ΔΕΖ ΗΘΚ στερεὰ γω-
νία συνέσταται ἡ πρὸς τῷ Ρ περιεχομένη ὑπὸ τῶν
ΛΡΜ ΜΡΝ ΛΡΝ γωνιῶν. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ἀλλὰ δὴ ἔστω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν
τοῦ τριγώνου τῆς ΜΝ καὶ ἔστω τὸ Ξ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΞΛ.
λέγω πάλιν ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΛΞ. εἰ γὰρ μή.
ἤτοι ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΛΞ ἢ ἐλάττων. ἔστω πρότε-
ρον ἴση. δύο δὴ αἱ ΑΒ ΒΓ τουτέστιν αἱ ΔΕ ΕΖ δύο ταῖς
ΜΞ ΞΛ τουτέστι τῇ ΜΝ ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ ἡ ΜΝ τῇ
ΔΖ κεῖται ἐστὶν ἴση. καὶ αἱ ΔΕ ΕΖ ἄρα τῇ ΔΖ ἴσαι εἰσίν. ὅπερ
ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ΑΒ ἴση ἐστὶ τῇ ΛΞ. ὁμοίως
δὴ οὐδὲ ἐλάττων. πολλῷ γὰρ τὸ ἀδύνατον μεῖζον.
ἡ ἄρα ΑΒ μείζων ἐστὶ τῆς ΛΞ. καὶ ἐὰν ὁμοίως ᾧ μεί-
ζον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΛΞ. ἐκείνῳ
ἴσον πρὸς ὀρθὰς τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ ἀνα-
σταθείσης, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΞΡ. συσταθήσεται τὸ πρό-
βλημα.

ἀλλὰ δὴ ἔστω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἐκτὸς τοῦ ΛΜΝ τρι-
γώνου. καὶ ἔστω τὸ Ξ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΛΞ ΜΞ ΝΞ. λέ-
γω δὴ καὶ οὕτως ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΛΞ. εἰ γὰρ
μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν ἢ ἐλάττων. ἔστω πρότερον ἴση

δύο οὖν αἱ ΑΒ ΒΓ δυσὶ ταῖς ΜΞ ΞΛ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΜΛ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΜΞΛ ἴση ἐστί· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΗΘΚ τῇ ὑπὸ ΛΞΝ ἐστὶν ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΜΞΝ δύο ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ ΗΘΚ ἐστὶν ἴση· ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΒΓ ΗΘΚ τῆς ὑπὸ ΔΕΖ μείζονές εἰσι· καὶ ἡ ὑπὸ ΜΞΝ ἄρα τῆς ὑπὸ ΔΕΖ μείζων ἐστί· καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΔΕ ΕΖ δυσὶ ταῖς ΜΞ ΞΝ ἴσαι εἰσί. καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΜΝ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΜΞΝ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση· ἐδείχθη δὲ καὶ μείζων. ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΛΞ· ἑξῆς δὲ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἐλάττων· μείζων ἄρα· καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ πάλιν ἀναστήσωμεν τὴν ΞΡ καὶ ἴσην αὐτὴν ἀποθώμεθα ᾧ μεῖζον δύναται τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΛΞ, συσταθήσεται τὸ προκείμενον.

λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ ἐλάττων ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΛΞ· εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω· καὶ κείσθω τῇ μὲν ΑΒ ἴση ἡ ΞΟ· τῇ δὲ ΒΓ ἴση ἡ ΞΠ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΟΠ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ· ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΞΟ τῇ ΞΠ· ὥστε καὶ λοιπὴ ἡ ΟΛ λοιπῇ τῇ ΠΜ ἐστὶν ἴση· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΜ τῇ ΠΟ· καὶ ἰσογώνιον τὸ ΛΜΞ τρίγωνον τῷ ΠΞΟ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΞΛ πρὸς τὴν ΛΜ, ἡ ΞΟ πρὸς τὴν ΟΠ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΛΞ πρὸς τὴν ΞΟ οὕτως ἡ ΛΜ πρὸς τὴν ΟΠ· μείζων δὲ ἡ ΛΞ τῆς ΞΟ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΛΜ τῆς ΟΠ· ἀλλ' ἡ ΛΜ τῇ ΑΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῆς ΟΠ ἐστὶ μείζων· ἐπεὶ οὖν δύο αἱ ΑΒ ΒΓ δυσὶ ταῖς ΟΞ ΞΠ ἴσαι εἰσί. καὶ βάσις ἡ ΑΓ βάσεως τῆς ΟΠ μείζων ἐστί· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίας τῆς ὑπὸ ΟΞΠ μείζων ἐστίν· ὁμοίως δὴ κἂν τὴν ΞΡ ἴσην ἑκατέρᾳ τῶν ΞΟ ΞΠ ἀπολαμβάνωμεν καὶ ἐπιζεύξωμεν τὴν ΟΡ, δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΗΘΚ γωνία τῆς ὑπὸ ΟΞΡ μείζων ἐστίν· συνεστάτω δὴ πρὸς τῇ ΛΞ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Ξ, τῇ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΛΞΣ· τῇ δὲ ὑπὸ ΘΗΚ ἴση ἡ ὑπὸ ΛΞΤ· καὶ κείσθω ἑκατέρᾳ τῶν ΞΣ ΞΤ ἡ ΟΞ ἴση· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΟΣ ΟΤ ΣΤ· καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΑΒ ΒΓ δυσὶ ταῖς ΟΞ ΞΣ ἴσαι εἰσίν. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΟΞΣ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ τουτέστιν ἡ ΛΜ βάσει τῇ ΟΣ ἐστὶν ἴση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΛΝ τῇ ΟΤ ἴση ἐστίν· καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΜΛ ΛΝ δυσὶ ταῖς ΣΟ ΟΤ ἴσαι εἰσίν. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΜΛΝ γωνίας τῆς ὑπὸ ΣΟΤ μείζων ἐστίν, βάσις ἄρα ἡ ΜΝ βάσεως τῆς ΣΤ μείζων ἐστίν· ἀλλ' ἡ ΜΝ τῇ ΔΖ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΔΖ ἄρα τῆς ΣΤ μείζων ἐστίν· ἐπεὶ δύο αἱ ΔΕ ΕΖ δυσὶ ταῖς ΣΞ ΞΤ ἴσαι εἰσίν. καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσεως τῆς ΣΤ μείζων· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΖ



γωνίας τῆς ὑπὸ ΕΖΓ μείζων ἐστίν· ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΕΖΓ
τῇ ὑπὸ ΔΒΓ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΒΓ τῆς ὑπὸ ΑΒΓ
μείζων ἐστίν· ἀλλὰ καὶ ἐλάττων· ὅπερ ἀδύνατον :~



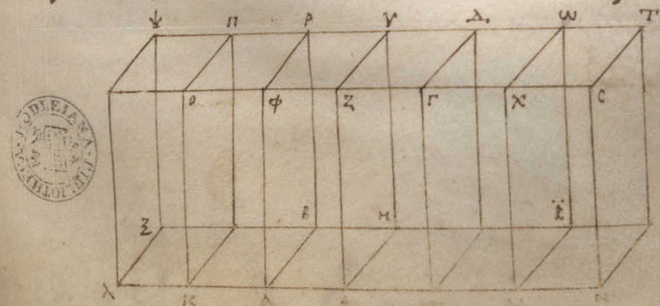
Ὃν δὲ πρότερον εἴπομεν μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΛΖ
δεικνύμενοι ἴσον λαμβάνομεν ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΡ δείξομεν οὕτως·
ἐκκείσθωσαν αἱ ΑΒ, ΛΖ εὐθεῖαι καὶ ἔστω μείζων ἡ ΑΒ καὶ
γεγράφθω ἐπὶ αὐτῆς ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΓ· καὶ εἰς τὸ ΑΒΓ
ἡμικύκλιον ἐνηρμόσθω τῇ ΛΖ εὐθείᾳ ἴση ἡ ΑΓ καὶ ἐπε-
ζεύχθω ἡ ΓΒ· ἐπεὶ οὖν ἐν ἡμικυκλίῳ τῷ ΑΓΒ γωνία
ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΒ, ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· τὸ ἄρα ἀπὸ
τῆς ΑΒ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς
ΑΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ μεῖζόν ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ· ἴση δὲ ἡ
ΑΓ τῇ ΛΖ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΛΖ μεῖζον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ·
ἐὰν οὖν τὴν ΓΒ ἴσην
τῇ ΖΡ ἀπολάβωμεν,
ἔσται τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τοῦ
ἀπὸ τῆς ΛΖ μεῖζον τῷ
ἀπὸ τῆς ΖΡ· ὅπερ προ[έκειτο]

ἔδει ποιῆσαι :~ παραλλήλων ἐπιπέδων περιέχηται
κδ' Ἐὰν στερεὸν ὑπὸ παραλλήλων ἐπιπέδων […] ἴσα τε καὶ παραλληλό-
τὰ ἀπεναντίον αὐτοῦ ἐπίπεδα […] τὸ ΓΔ ΘΗ ὑπὸ παραλλή-
γραμμά ἐστι· στερεὸν γὰρ τὸ ΓΔ ΘΗ ὑπὸ παραλλή-
λων ἐπιπέδων περιεχέσθω τῶν ΑΓ, ΗΖ, ΑΘ, ΔΖ, ΒΖ, ΑΕ·
λέγω ὅτι τὰ ἀπεναντίον αὐτοῦ ἐπίπεδα ἴσα τε καὶ πα-
ραλληλόγραμμά ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ δύο ἐπίπεδα παρά-
λληλα τὰ ΒΗ, ΓΕ ὑπὸ ἐπιπέδου τοῦ ΑΓ τέμνεται, αἱ
κοιναὶ αὐτῶν τομαὶ παράλληλοί εἰσιν· παράλληλος
ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ· πάλιν ἐπεὶ δύο ἐπίπεδα πα-
ράλληλα τὰ ΒΖ, ΑΕ ὑπὸ ἐπιπέδου τοῦ ΑΓ τέμνεται, αἱ
κοιναὶ αὐτῶν τομαὶ παράλληλοί εἰσιν· παράλληλος ἄρα
ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΑΔ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ παράλ-
ληλος· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΓ· ὁμοίως δὴ
δείξομεν ὅτι καὶ ἕκαστον τῶν ΔΖ, ΖΗ, ΗΒ, ΒΖ, ΑΕ παραλλη-
λόγραμμόν ἐστιν· ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΘ, ΔΖ· καὶ ἐπεὶ πα-
ράλληλός ἐστιν ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΔΓ, ἡ δὲ ΒΘ τῇ ΓΖ· δύο δὴ
αἱ ΑΒ, ΒΘ ἁπτόμεναι ἀλλήλων παρὰ δύο εὐθείας τὰς
ΔΓ, ΓΖ ἁπτομένας ἀλλήλων εἰσὶν οὐκ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπι-
πέδῳ· ἴσας ἄρα γωνίας περιέχουσιν· ἴση ἄρα ἡ
ὑπὸ ΑΒΘ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΓΖ· καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΑΒ, ΒΘ
δυσὶ ταῖς ΔΓ, ΓΖ ἴσαι εἰσίν, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΘ γω-
νίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΖ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΘ βάσει
τῇ ΔΖ ἴση ἐστί· καὶ τὸ ΑΒΘ τρίγωνον τῷ ΔΓΖ τριγώ-
νῳ ἴσον ἐστί· καί ἐστι τοῦ μὲν ΑΒΘ διπλάσιον τὸ ΒΗ πα-
ραλληλόγραμμον· τοῦ δὲ ΔΓΖ διπλάσιον τὸ ΓΕ πα-



παραλληλόγραμμον· ἴσον ἄρα τὸ ΒΗ παραλληλόγραμμον τῷ ΓΕ παραλληλογράμμῳ· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ τὸ μὲν ΑΓ τῷ ΗΖ ἐστὶν ἴσον· τὸ δὲ ΑΕ τῷ ΒΖ· ἐὰν ἄρα στερεὸν ὑπὸ παραλλήλων ἐπιπέδων περιέχηται, ἔσται τὰ ἀπεναντίον αὐτοῦ ἐπίπεδα ἴσα τε καὶ παραλληλόγραμμά ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

κε Ἐὰν στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται ὡς ἡ βάσις πρὸς τὴν βάσιν, οὕτως τὸ στερεὸν πρὸς τὸ στερεόν· στερεὸν γὰρ παραλληλεπίπεδον τὸ ΑΒΓΔ, ἐπιπέδῳ τῷ ΖΗ τετμήσθω παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις τοῖς ΡΑ ΔΘ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΕΖΦ βάσις πρὸς τὴν ΕΘΓΖ βάσιν, οὕτως τὸ ΑΒΖΥ στερεὸν πρὸς τὸ ΕΗΓΔ στερεόν· ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΑΘ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη, καὶ κείσθωσαν τῇ μὲν ΑΕ ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΑΚ ΚΛ· τῇ δὲ ΕΘ ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΘΜ ΜΝ· καὶ συμπεπληρώσθω τὰ ΛΟ ΚΦ ΘΧ ΜΣ παραλληλόγραμμα καὶ τὰ ΛΠ ΚΡ ΔΜ ΜΤ στερεά· καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΛΚ ΚΑ ΑΕ εὐθεῖαι ἀλλήλαις, ἴσα ἐστὶ καὶ τὰ μὲν ΛΟ ΚΦ ΑΖ παραλληλόγραμμα ἀλλήλοις· τὰ δὲ ΚΞ ΚΒ ΑΗ ἀλλήλοις· καὶ ἔτι τὰ ΛΨ ΚΠ ΑΡ ἀλλήλοις· ἀπεναντίον γάρ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὰ μὲν ΕΓ ΘΧ ΜΣ παραλληλόγραμμα ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις· τὰ δὲ ΘΗ ΘΙ ΙΝ ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις· καὶ ἔτι τὰ ΔΘ ΜΩ ΝΤ· τρία ἄρα ἐπίπεδα τῶν ΛΠ ΚΡ ΑΥ στερεῶν τρισὶν ἐπιπέδοις ἐστὶν ἴσα· ἀλλὰ τὰ τρία τρισὶ τοῖς ἀπεναντίον ἐστὶν ἴσα· τὰ ἄρα τρία στερεὰ τὰ ΛΠ ΚΡ ΑΥ ἴσα ἀλλήλοις ἐστί· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὰ τρία στερεὰ τὰ ΕΔ ΔΜ ΜΤ ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΖ βάσις τῆς ΑΖ βάσεως, τοσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ ΛΥ στερεὸν τοῦ ΑΥ στερεοῦ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁσαπλασίων ἐστὶν ἡ ΝΖ βάσις τῆς ΖΘ βάσεως, τοσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ ΝΥ στερεὸν τοῦ ΘΥ στερεοῦ· καὶ εἰ ἴση ἐστὶν ἡ ΛΖ βάσις τῇ ΝΖ βάσει, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΛΥ στερεὸν τῷ ΝΥ στερεῷ· καὶ εἰ ὑπερέχει ἡ ΛΖ βάσις τῆς ΝΖ βάσεως, ὑπερέχει καὶ τὸ ΛΥ στερεὸν τοῦ ΝΥ στερεοῦ· καὶ εἰ ἐλάσσων, ἐλάσσων· τεσσάρων δὴ ὄντων μεγεθῶν δύο μὲν βάσεων τῶν ΑΖ ΖΘ· δύο δὲ στερεῶν τῶν ΑΥ ΥΘ· εἴληπται ἰσάκις πολλαπλάσια τῆς μὲν ΑΖ βάσεως καὶ τοῦ ΑΥ στερεοῦ, ἥ τε ΛΖ βάσις καὶ τὸ ΛΥ στερεόν· τῆς δὲ ΘΖ βάσεως καὶ τοῦ ΘΥ στερεοῦ, ἥ τε ΝΖ βάσις καὶ τὸ ΝΥ στερεόν· καὶ δέδεικται ὅτι εἰ ὑπερέχει ἡ ΛΖ βάσις τῆς ΝΖ βάσεως, ὑπερέχει καὶ τὸ ΛΥ στερεὸν τοῦ ΝΥ· καὶ εἰ ἴση, ἴσον· καὶ εἰ ἐλάσσων, ἐλάσσων· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΖ βάσις πρὸς τὴν ΖΘ βάσιν, οὕτως τὸ ΑΥ στερεὸν πρὸς τὸ ΥΘ στερεόν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

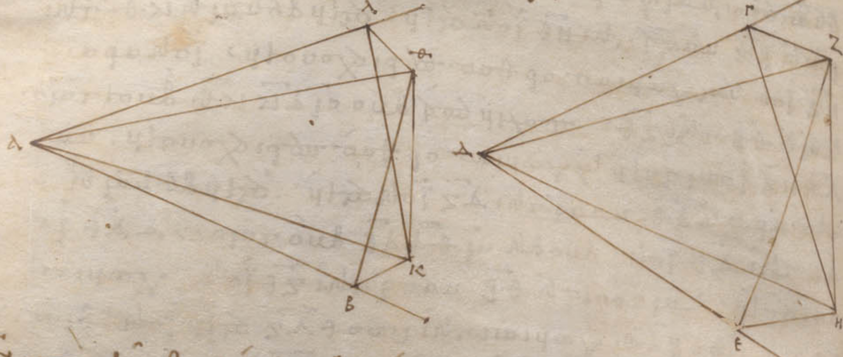


κϛʹ Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῇ δο-
θείσῃ στερεᾷ γωνίᾳ ἴσην στερεὰν γωνίαν συστή-
σασθαι· ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ· τὸ δὲ πρὸς αὐ-
τῇ δοθὲν σημεῖον τὸ Α· ἡ δὲ δοθεῖσα στερεὰ γωνία
ἡ πρὸς τῷ Δ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΕΔΓ ΕΔΖ ΖΔΓ
γωνιῶν ἐπιπέδων· δεῖ δὴ πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ
πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ πρὸς τῷ Δ στερεᾷ γω-
νίᾳ ἴσην στερεὰν γωνίαν συστήσασθαι· εἰλήφθω
(διὰ τὸ ιαʹ τοῦ ιαʹ) γὰρ ἐπὶ τῆς ΔΖ τυχὸν σημεῖον τὸ Ζ· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ
Ζ ἐπὶ τὸ διὰ τῶν ΕΔ ΔΓ ἐπίπεδον, κάθετος ἡ ΖΗ· καὶ
συμβαλλέτω τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Η· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ
(λῆμ. κγʹ τοῦ αʹ) ΔΗ· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ
σημείῳ τῷ Α· τῇ μὲν ὑπὸ ΕΔΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ
ΒΑΛ· τῇ δὲ ὑπὸ ΕΔΗ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΑΚ· καὶ κείσθω τῇ
ΔΗ ἴση ἡ ΑΚ· καὶ ἀνεστάτω ἀπὸ τοῦ Κ σημείου τῷ διὰ
τῶν ΒΑΛ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΚΘ· καὶ κείσθω ἴση
τῇ ΗΖ ἡ ΚΘ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΑ· λέγω ὅτι ἡ πρὸς τῷ
Α στερεὰ γωνία περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΒΑΛ ΒΑΘ ΘΑΛ
γωνιῶν, ἴση ἐστὶν τῇ πρὸς τῷ Δ στερεᾷ γωνίᾳ
τῇ περιεχομένῃ ὑπὸ τῶν ΕΔΓ ΕΔΖ ΖΔΓ γωνιῶν· ἀπει-
λήφθωσαν γὰρ ἴσαι αἱ ΑΒ ΔΕ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ
ΘΒ ΚΒ ΖΕ ΗΕ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΗ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ ὑποκεί-
(διὰ τὸν γʹ ὅρον τοῦ ιαʹ) μενον ἐπίπεδον, καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας
αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέ-
δῳ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέ-
ρα τῶν ὑπὸ ΖΗΔ ΖΗΕ γωνιῶν· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑ-

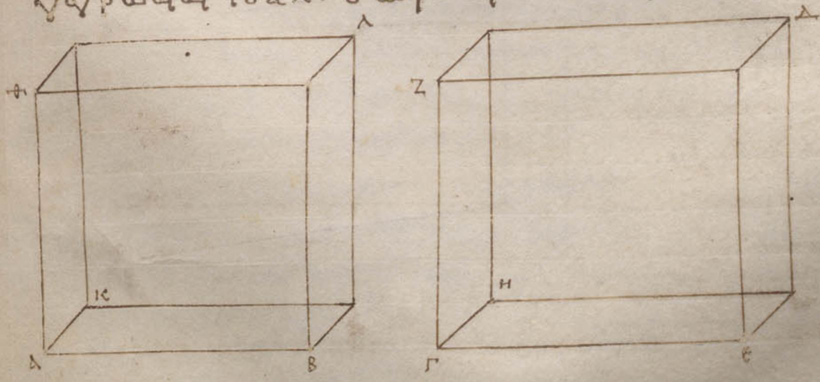
κατέρα τῶν ὑπὸ ΘΚΑ ΘΚΒ γωνιῶν ὀρθή ἐστιν· καὶ
ἐπεὶ δύο αἱ ΚΑ ΑΒ δύο ταῖς ΗΔ ΔΕ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα (διὰ τὸ δʹ τοῦ αʹ)
ἑκατέρᾳ, καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν· βάσις ἄ-
ρα ἡ ΒΚ βάσει τῇ ΗΕ ἴση ἐστίν· ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΚΘ τῇ
ΗΖ ἴση καὶ γωνίας ὀρθὰς περιέχουσιν· ἴση ἄρα
καὶ ἡ ΘΒ τῇ ΖΕ· πάλιν ἐπεὶ δύο αἱ ΑΚ ΚΘ δυσὶ ταῖς
ΔΗ ΗΖ ἴσαι εἰσὶν καὶ γωνίας ὀρθὰς περιέχουσιν· βά-
σις ἄρα ἡ ΑΘ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν· ἔστιν δὲ καὶ ἡ
ΑΒ τῇ ΔΕ ἴση· δύο δὴ αἱ ΘΑ ΑΒ δύο ταῖς ΖΔ ΔΕ ἴ-
σαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΘΒ βάσει τῇ ΖΕ ἴση· γωνία (διὰ τὸ ηʹ τοῦ αʹ)
ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΘ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση· διὰ
τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΘΑΛ τῇ ὑπὸ ΖΔΓ ἐστὶν ἴση· ἐπεὶ
δὴ περ ἐὰν ἀπολάβωμεν ἴσας τὰς ΑΛ ΔΓ καὶ ἐπι-
ζεύξωμεν τὰς ΚΛ ΘΛ ΗΓ ΖΓ· ἐπεὶ ὅλη ἡ ὑπὸ ΒΑΛ
ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΕΔΓ ἐστὶν ἴση· ὧν ἡ ὑπὸ ΒΑΚ τῇ ὑ-
πὸ ΕΔΗ ὑπόκειται ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΚΑΛ λοι-
πῇ τῇ ὑπὸ ΗΔΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΚΑ ΑΛ δυ-
σὶν ταῖς ΗΔ ΔΓ ἴσαι εἰσὶν καὶ γωνίας ἴσας περι-
έχουσιν, βάσις ἄρα ἡ ΚΛ βάσει τῇ ΗΓ ἐστὶν ἴση· (λῆμ. κγʹ)
ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΚΘ τῇ ΗΖ ἴση· δύο δὴ αἱ ΛΚ ΚΘ δυ-
σὶ ταῖς ΓΗ ΗΖ εἰσὶν ἴσαι καὶ γωνίας ὀρθὰς περι-
έχουσιν· βάσις ἄρα ἡ ΘΛ βάσει τῇ ΖΓ ἐστὶν ἴση·
καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΘΑ ΑΛ δυσὶ ταῖς ΖΔ ΔΓ ἴσαι εἰσίν·
καὶ βάσις ἡ ΘΛ βάσει τῇ ΖΓ ἐστὶν ἴση, καὶ γωνία (λῆμ. κδʹ)
ἄρα ἡ ὑπὸ ΘΑΛ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΔΓ ἐστὶν ἴση·
ἔστιν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΛ τῇ ὑπὸ ΕΔΓ ἴση· πρὸς ἄρα



τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α, τῇ δοθείσῃ στερεᾷ γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ Δ ἴση συνέσταται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-



κζ Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τῷ δοθέντι στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἀναγράψαι· ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν στερεὸν παραλληλεπίπεδον τὸ ΓΔ· δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τῆς ΑΒ τῷ δοθέντι στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ τῷ ΓΔ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἀναγράψαι· συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ πρὸς τῷ Γ στερεᾷ γωνίᾳ ἴση ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΒΑΘ, ΘΑΚ, ΚΑΒ· ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν ὑπὸ ΒΑΘ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΕΓΖ· τὴν δὲ ὑπὸ ΒΑΚ τῇ ὑπὸ ΕΓΗ· καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ ΚΑΘ τῇ ὑπὸ ΗΓΖ· καὶ γεγονέτω ὡς μὲν ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΚ· ὡς δὲ ἡ ΗΓ πρὸς τὴν ΓΖ, οὕτως ἡ ΚΑ πρὸς τὴν ΑΘ· καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΖ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΘ· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΘΒ παραλληλόγραμμον καὶ τὸ ΑΛ στερεόν· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΚ· καὶ περὶ ἴσας γωνίας τὰς ὑπὸ ΕΓΗ, ΒΑΚ αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΕ παραλληλόγραμμον τῷ ΚΒ παραλληλογράμμῳ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ μὲν ΚΘ παραλληλόγραμμον τῷ ΗΖ παραλληλογράμμῳ ὅμοιόν ἐστι· καὶ ἔτι τὸ ΖΕ τῷ ΘΒ· τρία ἄρα παραλληλόγραμμα τοῦ ΓΔ στερεοῦ τρισὶν παραλληλογράμμοις τοῦ ΑΛ στερεοῦ ὅμοιά ἐστιν· ἀλλὰ τὰ μὲν τρία τρισὶ τοῖς ἀπεναντίον ἴσα τέ ἐστι καὶ ὅμοια, τὰ δὲ τρία τρισὶ τοῖς ἀπεναντίον ἴσα τέ ἐστι καὶ ὅμοια· ὅλον ἄρα τὸ ΓΔ στερεὸν ὅλῳ τῷ ΑΛ στερεῷ ὅμοιόν ἐστιν· ἀπὸ τῆς ἄρα δοθείσης εὐθείας τῆς ΑΒ τῷ δοθέντι στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ τῷ ΓΔ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον ἀναγέγραπται τὸ ΑΛ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-







αὐτῶν εὐθειῶν. ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

λ Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ παραλληλεπί-
πεδα καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ὧν αἱ ἐφεστῶσαι οὐκ εἰσὶν ἐπὶ τῶν
αὐτῶν εὐθειῶν. ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ἔστω ἐπὶ τῆς
αὐτῆς βάσεως τῆς ΑΒ στερεὰ παραλληλεπίπεδα
τὰ ΓΜ ΓΝ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, ὧν αἱ ἐφεστῶσαι αἱ ΑΖ
ΑΗ ΛΜ ΛΝ ΓΔ ΓΕ ΒΘ ΒΚ μὴ ἔστωσαν ἐπὶ τῶν αὐτῶν
εὐθειῶν. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΜ στερεὸν τῷ ΓΝ στερεῷ.
ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ αἱ ΝΚ ΔΘ καὶ συμπιπτέτωσαν ἀλ-
λήλαις κατὰ τὸ Ρ. καὶ ἔτι ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΖΜ ΗΕ ἐπὶ
τὰ Ο Π. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΞ ΛΟ ΓΠ ΒΡ. ἴσον δή ἐστι
τὸ ΓΜ στερεόν, οὗ βάσις μέν τὸ ΑΓΒΛ παραλληλόγραμ-
μον, ἀπεναντίον δὲ τὸ ΞΠΡΟ. ἐπί τε γὰρ τῆς αὐ-
τῆς βάσεώς εἰσι τῆς ΑΓΒΛ, καὶ αὐτῶν αἱ ἐφεστῶσαι αἱ
ΑΖ ΑΞ ΛΜ ΛΟ ΓΔ ΓΠ ΒΘ ΒΡ ἐπὶ τῶν αὐτῶν εἰσὶν εὐθειῶν
τῶν ΖΟ ΔΡ. ἀλλὰ τὸ στερεὸν οὗ βάσις τὸ ΑΓΒΛ
παραλληλόγραμμον, ἀπεναντίον δὲ τὸ ΞΠΡΟ. ἴσον
ἐστὶ τῷ ΓΝ στερεῷ. οὗ βάσις μέν τὸ ΑΓΒΛ παραλλη-

λόγραμμον, ἀπεναντίον δὲ τὸ ΗΕΚΝ. ἐπί τε γὰρ τῆς αὐ-
τῆς βάσεώς εἰσι τῆς ΑΓΒΛ. καὶ αὐτῶν αἱ ἐφεστῶσαι αἱ
ΑΗ ΑΞ ΓΕ ΓΠ ΛΝ ΛΟ ΒΚ ΒΡ ἐπὶ τῶν αὐτῶν εἰσὶν εὐθειῶν
τῶν ΗΠ ΝΡ. ὥστε καὶ τὸ ΓΜ στερεὸν ἴσον ἐστὶ τῷ ΓΝ
στερεῷ. τὰ ἄρα ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως στερεὰ παραλλη-
λεπίπεδα καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, ὧν αἱ ἐφεστῶσαι οὐ-
κ εἰσὶν ἐπὶ τῶν αὐτῶν εὐθειῶν. ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

λα Τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα
καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος. ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ἔστω ἐπὶ ἴ-
σων βάσεων τῶν ΑΒ ΓΔ στερεὰ παραλληλεπίπε-
δα τὰ ΑΕ ΓΖ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ
ΑΕ στερεὸν τῷ ΓΖ στερεῷ. ἔστωσαν δὴ πρότερον
αἱ ἐφεστηκυῖαι αἱ ΘΚ ΒΕ ΑΗ ΛΜ ΟΠ ΔΖ ΓΞ ΡΣ, πρὸς
ὀρθὰς ταῖς ΑΒ ΓΔ βάσεσιν. καὶ ἔστω ἡ ὑπὸ ΛΑΒ τῇ ὑπὸ
ΓΡΔ ἄνισος. καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας τῇ ΓΡ εὐθεῖ-
α ἡ ΡΤ. καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΡΤ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς
αὐτῇ σημείῳ τῷ Ρ τῇ ὑπὸ ΛΑΒ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ

[illegible]

Π Ζ Δ Λ Ο Γ Ρ Τ Κ Ε Θ Β Η Μ Ω Υ

Κ Ε Φ Β Ζ Τ Η Μ Λ Υ Φ
Π Ζ Ο Δ Χ Υ Ξ Σ Γ Ρ Ω Ι
Β Ε Δ
Λ Κ Ζ Γ Η Θ



λγ

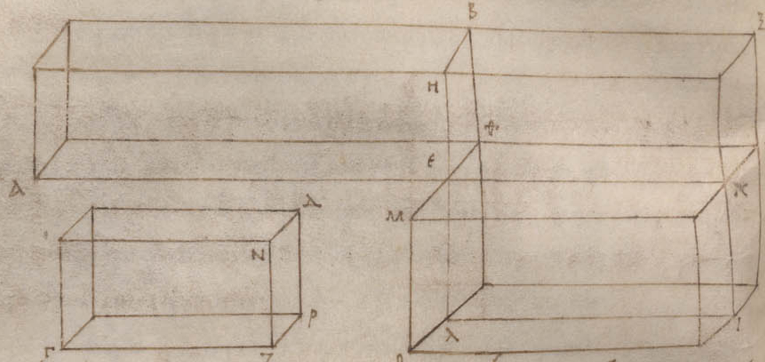
τὰ ὅμοια στερεὰ παραλληλεπίπεδα πρὸς ἄλληλα ἐν τρι-
πλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ἔστω ὅμοι-
α στερεὰ παραλληλεπίπεδα τὰ ΑΒ ΓΔ. ὁμόλογος δὲ
ἔστω ἡ ΑΕ τῇ ΓΖ. λέγω ὅτι τὸ ΑΒ στερεὸν πρὸς τὸ ΓΔ στε-
ρεὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΓΖ.
ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ ἐπ᾽ εὐθείας ταῖς ΑΕ ΗΕ ΘΕ αἱ ΕΚ ΕΛ
ΕΜ. καὶ κείσθω τῇ μὲν ΓΖ ἴση ἡ ΕΚ. τῇ δὲ ΖΝ ἴση ἡ
ΕΛ. καὶ ἔτι τῇ ΖΡ ἴση ἡ ΕΜ. καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΚΛ
παραλληλόγραμμον καὶ τὸ ΚΟ στερεόν. καὶ ἐπεὶ δύο αἱ
ΚΕ ΕΛ δυσὶ ταῖς ΓΖ ΖΝ ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ καὶ γωνία ἡ
ὑπὸ ΚΕΛ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΖΝ ἐστὶν ἴση. ἐπειδήπερ
καὶ ἡ ὑπὸ ΑΕΗ τῇ ὑπὸ ΓΖΝ ἐστὶν ἴση διὰ τὴν ὁμοιότη-
τα τῶν ΑΒ ΓΔ στερεῶν. ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ ὅμοιον τὸ ΚΛ
παραλληλόγραμμον τῷ ΓΝ παραλληλογράμμῳ.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ μὲν ΚΜ παραλληλόγραμμον ἴ-
σον ἐστὶ καὶ ὅμοιον τῷ ΓΡ παραλληλογράμμῳ. καὶ ἔτι
τὸ ΕΟ τῷ ΖΔ. τρία ἄρα παραλληλόγραμμα τοῦ ΚΟ
στερεοῦ τρισὶ παραλληλογράμμοις τοῦ ΓΔ στερεοῦ
ἴσα ἐστὶ καὶ ὅμοια. ἀλλὰ τὰ μὲν τρία τρισὶ τοῖς ἀπεναντίον
ἴσα ἐστὶ καὶ ὅμοια. ὅλον ἄρα τὸ ΚΟ στερεὸν ὅλῳ τῷ ΓΔ
στερεῷ ἴσον ἐστὶ καὶ ὅμοιον. συμπεπληρώσθω τὸ ΗΚ
παραλληλόγραμμον. καὶ ἀπὸ βάσεων μὲν τῶν ΗΚ ΚΛ
παραλληλογράμμων. ὕψους δὲ τοῦ αὐτοῦ τῷ ΑΒ στε-
ρεὰ συμπεπληρώσθω τὰ ΕΞ ΛΠ. καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν
ὁμοιότητα τῶν ΑΒ ΓΔ στερεῶν ἐστὶν ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὴν
ΓΖ οὕτως ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΖΝ. καὶ ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΖΡ.

ρπ

297

ἴση δὲ ἡ μὲν ΓΖ τῇ ΕΚ. ἡ δὲ ΖΝ τῇ ΕΛ. ἡ δὲ ΖΡ τῇ ΕΜ. ἔστιν
ἄρα ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΚ. οὕτως ἡ ΗΕ πρὸς τὴν ΕΛ καὶ
ἡ ΘΕ πρὸς τὴν ΕΜ. ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΚ. οὕ-
τως τὸ ΑΗ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΗΚ παραλλη-
λόγραμμον. ὡς δὲ ἡ ΗΕ πρὸς τὴν ΕΛ. οὕτως τὸ ΗΚ πρὸς
τὸ ΚΛ. ὡς δὲ ἡ ΘΕ πρὸς τὴν ΕΜ οὕτως τὸ ΠΕ πρὸς
τὸ ΚΜ. καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΗ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΗΚ.
οὕτως τὸ ΗΚ πρὸς τὸ ΚΛ καὶ τὸ ΠΕ πρὸς τὸ ΚΜ. ἀλλ᾽ ὡς
μὲν τὸ ΑΗ πρὸς τὸ ΗΚ. οὕτως τὸ ΑΒ στερεὸν πρὸς τὸ ΕΞ
στερεόν. ὡς δὲ τὸ ΗΚ πρὸς τὸ ΚΛ. οὕτως τὸ ΞΕ στερε-
ὸν πρὸς τὸ ΠΛ στερεόν. ὡς δὲ τὸ ΠΕ πρὸς τὸ ΚΜ. οὕτως
τὸ ΠΛ στερεὸν πρὸς τὸ ΚΟ στερεόν. καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒ στε-
ρεὸν πρὸς τὸ ΕΞ. οὕτως τὸ ΕΞ πρὸς τὸ ΠΛ καὶ τὸ ΠΛ πρὸς
τὸ ΚΟ. ἐὰν δὲ τέσσαρα μεγέθη κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνά-
λογον ᾖ. τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον τριπλασίονα
λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον. τὸ ΑΒ ἄρα στερε-
ὸν πρὸς τὸ ΚΟ τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΑΒ
πρὸς τὸ ΕΞ. ἀλλ᾽ ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΕΞ. οὕτως τὸ ΑΗ πα-
ραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΗΚ. καὶ ἡ ΑΕ εὐθεῖα πρὸς τὴν
ΕΚ. ὥστε καὶ τὸ ΑΒ στερεὸν πρὸς τὸ ΚΟ τριπλασίο-
να λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΚ. ἴσον δὲ τὸ
μὲν ΚΟ στερεὸν τῷ ΓΔ στερεῷ, ἡ δὲ ΕΚ εὐθεῖα
τῇ ΓΖ. καὶ τὸ ΑΒ στερεὸν ἄρα πρὸς τὸ ΓΔ στερεὸν τρι-
πλασίονα λόγον ἔχει. ἤπερ ἡ ὁμόλογος αὐτοῦ πλευ-
ρὰ ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευρὰν τὴν ΓΖ. τὰ
ἄρα ὅμοια στερεὰ παραλληλεπίπεδα. ἐν τριπλα-

τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ὅπερ ἔδει
πο δεῖξαι. ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν τέσσαρες
εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔσται ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν
τετάρτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης στερεὸν πα-
ραλληλεπίπεδον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὅμοι-
ον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. ἐπεὶ καὶ ἡ
πρώτη πρὸς τὴν τετάρτην τριπλασίονα λόγον ἔχει
ἤπερ πρὸς τὴν δευτέραν :~



λδ Τῶν ἴσων στερεῶν παραλληλεπιπέδων, ἀντιπεπόν-
θασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· καὶ ὧν στερεῶν πα-
ραλληλεπιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς
ὕψεσιν, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα. ἔστω ἴσα στερεὰ παραλλη-
λεπίπεδα τὰ ΑΒ ΓΔ· λέγω ὅτι τῶν ΑΒ ΓΔ στερεῶν
παραλληλεπιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις
τοῖς ὕψεσιν· καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΕΘ βάσις πρὸς τὴν ΝΠ βά-
σιν, οὕτως τὸ τοῦ ΓΔ στερεοῦ ὕψος πρὸς τὸ τοῦ ΑΒ
στερεοῦ ὕψος. ἔστωσαν γὰρ πρότερον αἱ ἐφεστῶσαι
αἱ ΑΗ ΕΖ ΛΒ ΘΚ ΓΜ ΝΞ ΟΔ ΠΡ πρὸς ὀρθὰς ταῖς

βάσεσιν αὐτῶν· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΕΘ βάσις πρὸς
τὴν ΝΠ βάσιν, οὕτως ἡ ΓΜ πρὸς τὴν ΑΗ. εἰ μὲν οὖν
ἴση ἐστὶν ἡ ΕΘ βάσις τῇ ΝΠ βάσει· ἔστιν δὲ καὶ τὸ ΑΒ
στερεὸν τῷ ΓΔ στερεῷ ἴσον· ἔσται καὶ ἡ ΓΜ τῇ ΑΗ
ἴση. ἐὰν γὰρ τῶν ΕΘ ΝΠ βάσεων ἴσων οὐσῶν μὴ ᾖ
ἴση ἡ ΓΜ τῇ ΑΗ, οὐδ' ἄρα τὸ ΑΒ στερεὸν ἴσον ἔσται τῷ
ΓΔ. ὑπόκειται δὲ ἴσον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΓΜ
ὕψος τῷ ΑΗ ὕψει· ἴσον ἄρα. ἔστιν ὡς ἡ ΕΘ βάσις
πρὸς τὴν ΝΠ, οὕτως ἡ ΓΜ πρὸς τὴν ΑΗ. καὶ φανε-
ρὸν ὅτι τῶν ΑΒ ΓΔ στερεῶν παραλληλεπιπέδων
ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. μὴ ἔστω
δὴ ἴση ἡ ΕΘ βάσις τῇ ΝΠ βάσει, ἀλλ' ἔστω μείζων
ἡ ΕΘ. ἔστιν δὲ καὶ τὸ ΑΒ στερεὸν τῷ ΓΔ στερεῷ ἴσον·
μείζων ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΓΜ τῆς ΑΗ· εἰ γὰρ μή, οὐδ' ἄρα
πάλιν τὰ ΑΒ ΓΔ στερεὰ ἴσα ἐστίν· ὑπόκειται δὲ
ἴσα. κείσθω οὖν τῇ ΑΗ ἴση ἡ ΓΤ, καὶ συμπεπληρώ-
σθω ἀπὸ βάσεως μὲν τῆς ΝΠ, ὕψους δὲ τοῦ ΓΤ στε-
ρεὸν παραλληλεπίπεδον τὸ ΦΓ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ
ΑΒ στερεὸν τῷ ΓΔ στερεῷ, ἄλλο δέ τι τὸ ΦΓ, τὰ δὲ
ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ
ΑΒ στερεὸν πρὸς τὸ ΓΦ στερεόν, οὕτως τὸ ΓΔ στερεὸν
πρὸς τὸ ΓΦ στερεόν. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΑΒ στερεὸν πρὸς
τὸ ΓΦ στερεόν, οὕτως ἡ ΕΘ βάσις πρὸς τὴν ΝΠ βά-
σιν· ἰσοϋψῆ γὰρ τὰ ΑΒ ΓΦ στερεά· ὡς δὲ τὸ ΓΔ στε-
ρεὸν πρὸς τὸ ΓΦ στερεόν, οὕτως ἡ ΜΠ βάσις πρὸς
τὴν ΤΠ βάσιν, καὶ ἡ ΜΓ πρὸς τὴν ΓΤ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΘ



[illegible]

... οὕτως τὸ ΑΒ στερεὸν πρὸς τὸ ΓΦ στερεόν [illegible]
[illegible] τῶν ΑΒ, ΓΦ στερεῶν· ὡς δὲ ἡ ΓΜ πρὸς [illegible]
[illegible] ἡ ΤΕ [illegible]
ον πρὸς τὸ ΓΦ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒ στερεὸν πρὸς τὸ ΓΦ στερε-
ον, οὕτως τὸ ΓΔ στερεὸν πρὸς τὸ ΓΦ στερεόν· ἑκάτε-
ρον ἄρα τῶν ΑΒ, ΓΔ πρὸς τὸ ΓΦ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴ-
σον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒ στερεὸν τῷ ΓΔ στερεῷ· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι.

[illegible]

τῶι ΒΤ ἐστὶν ἴσον· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστι τῆς
ΖΚ καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ὧν αἱ ἐφεστῶσαι οὐκ εἰσὶν ἐπὶ
τῶν αὐτῶν εὐθειῶν· τὸ δὲ ΓΔ στερεὸν τῶι ΔΤ ἐστὶν
ἴσον· ἐπί τε γὰρ πάλιν τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστι τῆς
ΞΡ καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ὧν αἱ ἐφεστῶσαι οὐκ εἰσὶν ἐπὶ
τῶν αὐτῶν εὐθειῶν· καὶ τὸ ΒΤ ἄρα στερεὸν τῶι ΔΤ στε-
ρεῶι ἴσον ἐστί· τῶν δὲ ἴσων στερεῶν παραλληλεπι-
πέδων ὧν τὰ ὕψη πρὸς ὀρθάς ἐστι ταῖς βάσεσιν αὐ-
τῶν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· ἔστιν
ἄρα ὡς ἡ ΖΚ βάσις πρὸς τὴν ΞΡ βάσιν, οὕτως τὸ τοῦ
ΔΤ στερεοῦ ὕψος πρὸς τὸ τοῦ ΒΤ στερεοῦ ὕψος· ἴση δὲ
ἡ μὲν ΖΚ βάσις τῆι ΕΘ βάσει· ἡ δὲ ΞΡ βάσις τῆι ΝΠ
βάσει· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΕΘ βάσις πρὸς τὴν ΝΠ βάσιν,
οὕτως τὸ τοῦ ΔΤ στερεοῦ ὕψος πρὸς τὸ τοῦ ΒΤ ὕψος·
τὰ δ' αὐτὰ ὕψη ἐστὶ τῶν ΔΤ ΒΤ στερεῶν καὶ τῶν ΔΓ ΒΑ·
ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΕΘ βάσις πρὸς τὴν ΝΠ βάσιν, οὕτως
τὸ τοῦ ΔΓ στερεοῦ ὕψος πρὸς τὸ τοῦ ΑΒ στερεοῦ ὕψος·
τῶν ΑΒ ΓΔ στερεῶν ἄρα παραλληλεπιπέδων ἀντι-
πεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· πάλιν δὴ τῶν
ΑΒ ΓΔ στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἀντιπεπονθέ-
τωσαν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· καὶ ἔστω ὡς ἡ ΕΘ βάσις
πρὸς τὴν ΝΠ βάσιν, οὕτως τὸ τοῦ ΓΔ στερεοῦ ὕψος
πρὸς τὸ τοῦ ΑΒ στερεοῦ ὕψος· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒ
στερεὸν τῶι ΓΔ στερεῶι· τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευα-
σθέντων, ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΕΘ βάσις πρὸς τὴν ΝΠ βά-
σιν, οὕτως τὸ τοῦ ΓΔ στερεοῦ ὕψος πρὸς τὸ τοῦ ΑΒ

στερεοῦ ὕψος· ἴση δὲ ἡ μὲν ΕΘ βάσις τῆι ΖΚ βάσει· ἡ δὲ
ΝΠ τῆι ΞΡ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΖΚ βάσις πρὸς τὴν ΞΡ βά-
σιν, οὕτως τὸ τοῦ ΓΔ στερεοῦ ὕψος πρὸς τὸ τοῦ ΑΒ στε-
ρεοῦ ὕψος· τὰ δ' αὐτὰ ὕψη ἐστὶ τῶν ΑΒ ΓΔ στερεῶν καὶ
τῶν ΒΤ ΔΤ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΖΚ βάσις πρὸς τὴν ΞΡ
βάσιν, οὕτως τὸ τοῦ ΔΤ στερεοῦ ὕψος πρὸς τὸ τοῦ ΒΤ
στερεοῦ ὕψος· τῶν ΒΤ ΔΤ ἄρα στερεῶν παραλληλε-
πιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν·
ὧν δὲ στερεῶν παραλληλεπιπέδων τὰ ὕψη πρὸς
ὀρθάς ἐστι ταῖς βάσεσιν αὐτῶν, ἀντιπεπόνθασι δὲ
αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ἴσον ἄρα
ἐστὶ τὸ ΒΤ στερεὸν τῶι ΔΤ στερεῶι· ἀλλὰ τὸ μὲν ΒΤ
τῶι ΒΑ ἴσον ἐστίν· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως
ἐστι τῆς ΖΚ καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ὧν αἱ ἐφεστῶσαι
οὐκ εἰσὶν ἐπὶ τῶν αὐτῶν εὐθειῶν· τὸ δὲ ΔΤ στερεὸν
τῶι ΔΓ στερεῶι ἴσον ἐστίν· ἐπί τε γὰρ πάλιν τῆς αὐ-
τῆς βάσεώς ἐστι τῆς ΞΡ καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος καὶ οὐκ
εἰσὶν ἐπὶ ταῖς αὐταῖς εὐθείαις· καὶ τὸ ΑΒ ἄρα στερεὸν τῶι
ΔΓ στερεῶι ἐστὶν ἴσον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—

λε Ἐὰν ὦσι δύο γωνίαι ἐπίπεδοι ἴσαι, ἐπὶ δὲ τῶν κορυφῶν αὐ-
τῶν μετέωροι εὐθεῖαι ἐπισταθῶσιν [illegible] ἴσας γωνίας πε-
ριέχουσαι μετὰ τῶν ἐξ ἀρχῆς [illegible] ἑκατέραν ἑκα-
τέρᾳ, ἐπὶ δὲ τῶν μετεώρων ληφθῇ [illegible] τυχόντα σημεῖα
καὶ ἀπ' αὐτῶν ἐπὶ τὰ ἐπίπεδα [illegible] ἐν οἷς εἰσιν αἱ ἐξ ἀρχῆς
γωνίαι κάθετοι [illegible] ἀπὸ δὲ τῶν [illegible] σημείων ἐπὶ
μένων ὑπὸ τῶν καθέτων ἐν τοῖς ἐπιπέδοις [illegible] ἐπὶ τὰς
ἐξ ἀρχῆς γωνίας ἐπιζευχθῶσιν [illegible]
[illegible] περιέξουσι μετὰ τῶν μετεώρων [illegible]
εὐθύγραμμοι ἴσαι αἱ ὑπὸ [illegible]
σ[illegible]ων μετέωροι εὐθεῖαι ἐφεστ[illegible] Η
σας γωνίας περιέχουσαι μετὰ τῶν ἐξ ἀρχῆς [illegible]
ἑκατέραν ἑκατέρᾳ [illegible] ὑπὸ ΜΑΕ τῇ ὑπὸ [illegible]
τὴν δὲ ὑπὸ ΜΑΖ [illegible] καὶ εἰλήφθω ἐ[illegible]
ΑΗ ΔΜ τυχόντα σημεῖα [illegible] καὶ ἤχθω [illegible]
Η καὶ Μ σημείων ἐπὶ τὰ διὰ [illegible] Β [illegible] ΕΔΖ [illegible]
[illegible] αἱ ΗΛ ΜΝ [illegible]
τα τὰ Ν Λ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΛΑ ΝΔ [illegible]
ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΑΛ γωνία τῇ ὑπὸ [illegible]
σῃ τῇ ΔΜ ἴση ἡ ΑΘ. καὶ ἤχθω [illegible]
ΗΛ [illegible] ... ΘΚ. ἡ δὲ ΗΛ [illegible]
διὰ τῶν [illegible] ἐπίπεδον. καὶ ἡ ΘΚ [illegible]
τὸ διὰ τῶν ΒΑΓ ἐπίπεδον. ἤχθω[illegible]
σημεῖον ἐπὶ τὰς ΑΒ ΑΓ ΔΖ ΔΕ [illegible]
ΝΖ ΚΒ Ν[illegible]. καὶ ἐπεζεύχθωσαν [illegible]
τὸ ἀπὸ τῆς ΘΑ ἴσον ἐστὶ τοῖς [illegible]

ἀπὸ τῆς ΚΑ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῶν ΚΓ ΓΑ. καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΘΑ
ἄρα ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΘΚ ΚΓ ΓΑ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν
ΘΚ ΚΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΘΓ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΘΑ ἴ-
σον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΘΓ ΓΑ. ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΘΓΑ
γωνία. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΖΜ γωνία ὀρθή ἐστιν.
ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΘ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΜ. ἔστι δὲ
καὶ ἡ ὑπὸ ΘΑΓ τῇ ὑπὸ ΜΔΖ ἴση. δύο δὴ τρίγωνά ἐστι
τὰ ΜΔΖ ΘΑΓ δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα
ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴ-
σην τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν
τὴν ΘΑ τῇ ΔΜ. καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς
λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ.
ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΔΖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ
ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ ἐστιν οὕτως. ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΒ ΜΕ.
καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΘ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΚ ΚΘ.
τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΚ ἴσον ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΚ. τὰ
ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΚ ΚΘ ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΑΘ. ἀλλὰ
τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΚ ΚΘ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΘ. ὀρθὴ
γὰρ ἡ ὑπὸ ΘΚΒ γωνία. διὰ τὸ καὶ τὴν ΘΚ κάθετον εἶ-
ναι ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς
ΑΘ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΘ. ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑ-
πὸ ΑΒΘ γωνία. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΕΜ γωνία
ὀρθή ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΘ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΔΜ
ἴση. ὑπόκειται γάρ. καὶ ἐστὶν ἡ ΑΘ τῇ ΔΜ ἴση. ἴση
ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΓ τῇ
ΔΖ, ἡ δὲ ΑΒ τῇ ΔΕ. δύο δὴ αἱ ΓΑ ΑΒ δυσὶ ταῖς ΔΖ ΔΕ

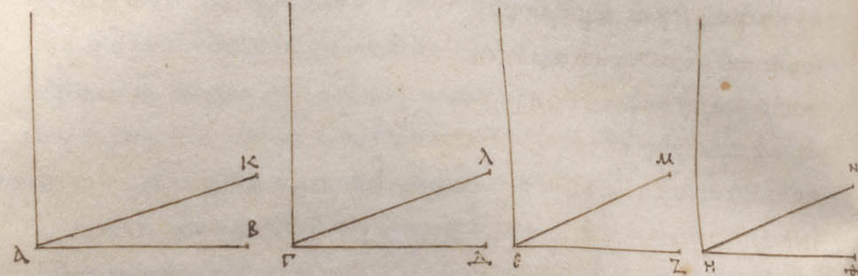
ἴσαι ἔσονται· ἀλλὰ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΑΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΔΕ ἐστὶν ἴση· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστί· καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΕ. ἔστι δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΑΓΚ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΔΖΝ ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΓΚ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΕΖΝ ἐστὶν ἴση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΓΒΚ τῇ ὑπὸ ΖΕΝ ἐστὶν ἴση· δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΒΓΚ ΕΖΝ τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΚ τῇ ΖΝ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΔΖ ἴση· δύο δὴ αἱ ΑΓ ΓΚ δυσὶ ταῖς ΔΖ ΖΝ ἴσαι εἰσὶν καὶ ὀρθὰς γωνίας περιέχουσιν· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΑΚ βάσει τῇ ΔΝ ἴση ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΘ τῇ ΔΜ· ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΘ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΜ· ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΘ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΚ ΚΘ· ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ ΑΚΘ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΔΜ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΔΝ ΝΜ· ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ ΔΝΜ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΚ ΚΘ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΔΝ ΝΜ· ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΑΚ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΝΜ· ἴση ἄρα ἡ ΘΚ τῇ ΜΝ· καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΘΑ ΑΚ δυσὶ ταῖς ΜΔ ΔΝ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΘΚ βάσει τῇ ΜΝ ἐδείχθη ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΘΑΚ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΜΔΝ ἐστὶν ἴση· ἐὰν ἄρα ὦσι

δύο γωνίαι ἐπίπεδοι ἴσαι καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

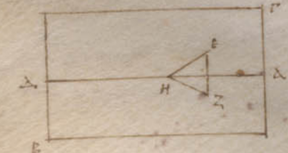
ἐκ δὴ τούτου φανερόν· ὅτι ἐὰν ὦσι δύο γωνίαι ἐπίπεδοι εὐθύγραμμοι ἴσαι· ἐπισταθῶσι δὲ ἐπ' αὐτῶν μετέωροι εὐθεῖαι ἴσαι ἴσας γωνίας περιέχουσαι μετὰ τῶν ἐξ ἀρχῆς εὐθειῶν ἑκατέραν ἑκατέρᾳ· αἱ ἀπ' αὐτῶν κάθετοι ἀγόμεναι ἐπὶ τὰ ἐπίπεδα ἐν οἷς εἰσὶν αἱ ἐξ ἀρχῆς γωνίαι· ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν :–

λϛʹ Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν· τὸ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ ἰσοπλεύρῳ μὲν ἰσογωνίῳ δὲ τῷ προειρημένῳ· ἔστωσαν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ Α Β Γ· ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Γ· λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῶν Α Β Γ στερεόν ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β στερεῷ ἰσοπλεύρῳ μὲν ἰσογωνίῳ δὲ τῷ προειρημένῳ· ἐκκείσθω στερεὰ γωνία ἡ πρὸς τῷ Ε περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΔΕΗ ΗΕΖ ΖΕΔ· καὶ κείσθω τῇ μὲν Β ἴση ἑκάστη τῶν ΔΕ ΕΗ ΕΖ· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΕΚ στερεὸν παραλληλεπίπεδον

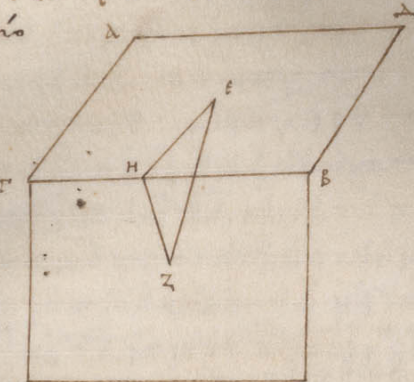
λόγον. ἡ ἄρα ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ. καὶ ἔστιν ὡς τὸ ΚΑ πρὸς
τὸ ΛΓ, οὕτως τὸ ΜΕ πρὸς τὸ ΝΗ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς
τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ. ἐὰν ἄρα τέσσα-
ρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν καὶ τὰ ἑξῆς τῆς προτά-
σεως. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–



λη Ἐὰν ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθὸν ᾖ, καὶ ἀπό τινος
σημείου τῶν ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων ἐπὶ τὸ ἕτερον ἐπί-
πεδον κάθετος ἀχθῇ, ἐπὶ τὴν κοινὴν τομὴν πε-
σεῖται τῶν ἐπιπέδων ἡ ἀγομένη κάθετος. ἐπίπε-
δον γὰρ τὸ ΓΔ ἐπιπέδῳ τῷ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἔστω·
κοινὴ δὲ αὐτῶν τομὴ ἔστω ἡ ΑΔ. καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τοῦ
ΓΔ ἐπιπέδου τυχὸν σημεῖον τὸ Ε. λέγω ὅτι ἡ ἀπὸ
τοῦ Ε ἐπὶ τὸ ΑΒ ἐπίπεδον κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὴν
ΑΔ πεσεῖται. μὴ γὰρ ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέτω ἐκτὸς
ὡς ἡ ΕΖ, καὶ συμβαλλέτω τῷ ΑΒ ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Ζ
σημεῖον. καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὴν ΑΔ ἐν τῷ ΑΒ ἐπιπέ-
δῳ κάθετος ἤχθω ἡ ΖΗ, ἥτις καὶ τῷ ΓΔ ἐπιπέδῳ
πρὸς ὀρθάς ἐστι· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΗ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΖΗ
τῷ ΓΔ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν, ἅπτεται δὲ αὐ-



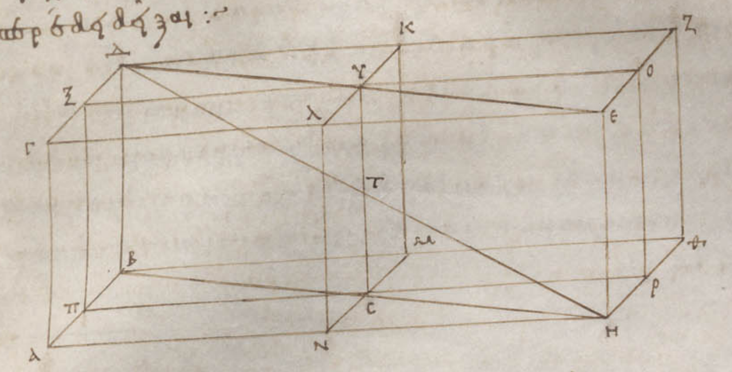
τῆς ἡ ΕΗ οὖσα ἐν τῷ ΓΔ ἐπιπέδῳ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ
ὑπὸ ΖΗΕ γωνία. ἀλλὰ καὶ ἡ ΕΖ τῷ ΑΒ ἐπιπέδῳ πρὸς
ὀρθάς ἐστιν· ἡ ἄρα ὑπὸ ΕΖΗ ὀρθή ἐστι· τριγώνου δὴ
τοῦ ΕΖΗ αἱ δύο γωνίαι δύο
ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ
ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ
ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ ΑΒ ἐπί-
πεδον κάθετος ἀγομέ-
νη ἐκτὸς πεσεῖται
τῆς ΑΔ· ἐπὶ τὴν ΑΔ
ἄρα πεσεῖται. ὅπερ ἔ-
δει δεῖξαι:–



λθ Ἐὰν στερεοῦ παραλληλεπιπέδου τῶν ἀπεναντίον ἐπιπέ-
δων αἱ πλευραὶ δίχα τμηθῶσιν, διὰ δὲ τῶν τομῶν ἐπί-
πεδα ἐκβληθῇ, ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων καὶ ἡ
τοῦ στερεοῦ παραλληλεπιπέδου διάμετρος δίχα τέ-
μνουσιν ἀλλήλας. στερεοῦ γὰρ παραλληλεπιπέδου
τοῦ ΑΖ τῶν ἀπεναντίον ἐπιπέδων τῶν ΓΖ ΑΘ αἱ
πλευραὶ δίχα τετμήσθωσαν κατὰ τὰ Κ Λ Μ Ν Ξ Π Ο Ρ ση-
μεῖα· διὰ δὲ τῶν τομῶν ἐπίπεδα ἐκβεβλήσθω τὰ
ΚΝ ΞΡ· κοινὴ δὲ τῶν ἐπιπέδων τομὴ ἔστω ἡ ΥΣ· τοῦ
δὲ ΑΖ στερεοῦ παραλληλεπιπέδου διαγώνιος ἡ ΔΗ.
λέγω ὅτι αἱ ΥΣ ΔΗ δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας. τουτέστιν
ὅτι ἡ μὲν ΥΤ τῇ ΤΣ ἴση ἐστίν, ἡ δὲ ΔΤ τῇ ΤΗ. ἐ-
πεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΔΥ ΥΕ ΒΣ ΣΗ. καὶ ἐπεὶ παράλλη-
λός ἐστιν ἡ ΔΞ τῇ ΟΕ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΔΞΥ

ΥΟΕ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΔΞ τῇ ΟΕ
δ τ̊ α ἡ δὲ ΞΥ τῇ ΥΟ, καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν. βάσις
ἄρα ἡ ΔΥ τῇ ΥΕ ἐστὶν ἴση. καὶ τὸ ΔΞΥ τρίγωνον τῷ
ΥΟΕ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν. καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς
λοιπαῖς γωνίαις. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΞΥΔ γωνία τῇ
ὑπὸ ΥΟΕ γωνίᾳ. διὰ δὴ τοῦτο εὐθεῖά ἐστιν ἡ ΔΥΕ. διὰ
τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΒΣΗ εὐθεῖά ἐστιν καὶ ἴση ἡ ΒΣ τῇ ΣΗ. καὶ
ἐπεὶ ἡ ΓΑ τῇ ΔΒ ἴση ἐστὶν καὶ παράλληλος. ἀλλὰ ἡ ΓΑ
θ τ̊ ια καὶ τῇ ΕΗ ἴση τέ ἐστιν καὶ παράλληλος, καὶ ἡ ΔΒ ἄρα
τῇ ΕΗ ἴση τέ ἐστιν καὶ παράλληλος καὶ ἐπιζευγνύου-
λγ τ̊ α σιν αὐτὰς εὐθεῖαι αἱ ΔΕ ΒΗ. παράλληλος ἄρα ἐστὶν
ἡ ΔΕ τῇ ΒΗ. καὶ εἴληπται ἐφ' ἑκατέρας αὐτῶν τυ-
χόντα σημεῖα τὰ ΔΥ ΗΣ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΗ
ζ τ̊ ια ΥΣ. ἐν ἑνὶ ἄρα εἰσὶν ἐπιπέδῳ αἱ ΔΗ ΥΣ. καὶ ἐπεὶ πα-
ράλληλός ἐστιν ἡ ΔΕ τῇ ΒΗ. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΔΤ γω-
κθ τ̊ α νία τῇ ὑπὸ ΒΗΤ. ἐναλλὰξ γάρ. ἐστὶν δὲ ἡ ὑπὸ ΔΤΥ
τῇ ὑπὸ ΗΤΣ ἴση. δύο δὴ τρίγωνά ἐστιν τὰ ΔΤΥ ΗΤΣ
τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα. καὶ
κς τ̊ α μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην τὴν ὑποτείνουσαν
ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν τὴν ΔΥ τῇ ΗΣ. ἡμί-
σειαι γάρ εἰσιν τῶν ΔΕ ΒΗ. καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς
ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει. ἴση ἄρα ἡ μὲν ΔΤ τῇ
ΤΗ. ἡ δὲ ΥΤ τῇ ΤΣ. ἐὰν ἄρα στερεοῦ παραλληλε-
πιπέδου τῶν ἀπεναντίον ἐπιπέδων αἱ πλευραὶ δί-
χα τμηθῶσιν. διὰ δὲ τῶν τομῶν ἐπίπεδα ἐκβλη-
θῇ. ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων καὶ ἡ τοῦ στερεοῦ

παραλληλεπιπέδου διάμετρος. δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας
ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

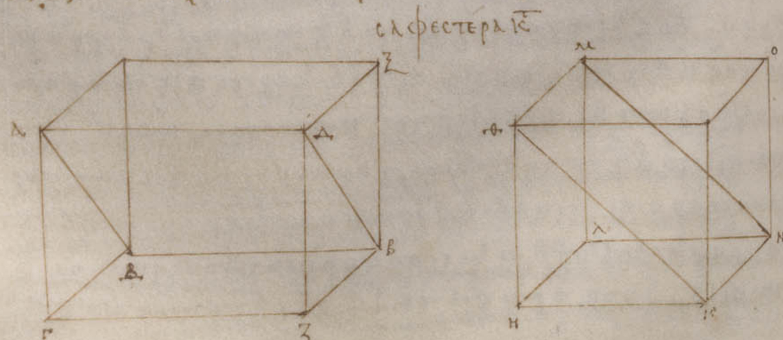


μ Ἐὰν ᾖ δύο πρίσματα ἰσοϋψῆ. καὶ τὸ μὲν ἔχῃ βάσιν πα-
ραλληλόγραμμον. τὸ δὲ τρίγωνον. διπλάσιον δὲ ᾖ
τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου. ἴσα ἔσται τὰ
πρίσματα. Ἔστω δύο πρίσματα ἰσοϋψῆ τὰ ΑΒΓ
ΔΕΖ ΗΘΚ ΛΜΝ. καὶ τὸ μὲν ἐχέτω βάσιν τὸ ΑΖ παραλ-
ληλόγραμμον. τὸ δὲ τὸ ΗΘΚ τρίγωνον. διπλάσιον δὲ
ἔστω τὸ ΑΖ παραλληλόγραμμον τοῦ ΗΘΚ τριγώνου.
λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ ΔΕΖ πρίσμα τῷ ΗΘΚ
ΛΜΝ πρίσματι. συμπεπληρώσθω γὰρ τὰ ΑΞ ΗΟ
στερεά. ἐπεὶ διπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΖ παραλληλόγραμ-
μον τοῦ ΗΘΚ τριγώνου. ἔστιν δὲ καὶ τὸ ΘΚ παραλ- μα τ̊ α
ληλόγραμμον διπλάσιον τοῦ ΗΘΚ τριγώνου. ἴσον
ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΖ παραλληλόγραμμον τῷ ΘΚ παραλ-
ληλογράμμῳ. τὰ δὲ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα στερε- λα τ̊ ια
ὰ παραλληλεπίπεδα καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ἴσα ἀλλή-
λοις ἐστίν. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΞ στερεὸν τῷ ΗΟ στε-



ρέσθω· καὶ ἔστιν τοῦ μὲν διπλάσιον τοῦ στερεοῦ ἥμισυ τὸ ΑΒΓΔΕΖ πρίσμα· τοῦ δὲ ἡ στερεοῦ ἥμισυ τὸ ΗΘΚΛΜΝ πρίσμα· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕΖ τῷ ΗΘΚΛΜΝ πρίσματι. Ἐὰν ἄρα ᾖ δύο πρίσματα ἰσοϋψῆ καὶ τὸ μὲν ἔχῃ βάσιν παραλληλόγραμμον, τὸ δὲ τρίγωνον, διπλάσιον δὲ ᾖ τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου, ἴσα ἔσται τὰ πρίσματα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

+ ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΕΡΕΩΝ ΙΑ



Τὰ ἐν τοῖς κύκλοις ὅμοια πολύγωνα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα. Ἔστωσαν κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΖΗΘ, καὶ ἐν αὐτοῖς ὅμοια πολύγωνα ἔστω τὰ ΑΒΓΔΕ, ΖΗΘΚΛ, διάμετροι δὲ τῶν κύκλων ἔστωσαν αἱ ΒΜ, ΗΝ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΜ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΝ τετράγωνον, οὕτως τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον. Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΕ, ΑΜ, ΗΛ, ΖΝ. καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον τῷ ΖΗΘΚΛ πολυγώνῳ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΖΛ, καί ἐστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΛ. δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΒΑΕ, ΗΖΛ μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ ΒΑΕ τῇ ὑπὸ ΗΖΛ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΖΛΗ τριγώνῳ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΛΗ. ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ ΑΕΒ τῇ ὑπὸ ΑΜΒ ἐστὶν ἴση· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς περιφερείας βεβήκασιν· ἡ δὲ ὑπὸ ΖΛΗ τῇ ὑπὸ ΖΝΗ· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΜΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΖΝΗ ἐστὶν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΒΑΜ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΗΖΝ ἴση· καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα τῇ λοιπῇ ἐστὶν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΜΒ τρίγωνον τῷ ΖΝΗ τριγώνῳ. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΜ πρὸς τὴν ΗΝ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΗΖ. ἀλλὰ τοῦ μὲν τῆς ΒΜ πρὸς τὴν ΗΝ λόγου διπλασίων ἐστὶν ὁ

τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΜ τετραγώνου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΝ τετράγωνον· τοῦ δὲ τῆς ΒΔ πρὸς τὴν ΗΖ διπλασίων ἐστὶν ὁ τοῦ ΑΒΓΔΕ πολυγώνου πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΒΜ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΝ τετράγωνον. οὕτως τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον. τὰ ἄρα ἐν τοῖς κύκλοις ὅμοια πολύγωνα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

β' Οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα· ἔστωσαν κύκλοι οἱ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ· διάμετροι δὲ αὐτῶν ἔστωσαν αἱ ΒΔ, ΖΘ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ τετράγωνον, οὕτως ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον· εἰ γὰρ μή ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ, οὕτως ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον· ἔσται ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ. οὕτως ὁ ΑΒΓΔ κύκλος ἤτοι πρὸς ἔλασσόν τι τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου χωρίον ἢ πρὸς μεῖζον. ἔστω πρότερον πρὸς ἔλασσον τὸ Σ. καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον τετράγωνον τὸ ΕΖΗΘ· τὸ δὴ ἐγγεγραμμένον τετράγωνον μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου· ἐπεὶ δήπερ ἐὰν διὰ τῶν Ε Ζ Η Θ σημείων ἐφαπτομένας τοῦ κύκλου διαγάγωμεν τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸν κύκλον τετραγώνου, ἥμισύ ἐστι τὸ ΕΖΗΘ τετράγωνον· τοῦ δὲ περιγραφέντος τετραγώνου, ἐλάττων ἐστὶν ὁ κύκλος· ὥστε τὸ ΕΖΗΘ ἐγγεγραμμένον τετράγωνον. μεῖζόν ἐστι τοῦ ἡμίσεως τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου. τετμήσθωσαν δίχα αἱ ΕΖ ΖΗ ΗΘ ΘΕ περιφέρειαι κατὰ τὰ Κ Λ Μ Ν σημεῖα. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΚ ΚΖ ΖΛ ΛΗ ΗΜ ΜΘ ΘΝ ΝΕ. καὶ ἕκαστον ἄρα τῶν ΕΚΖ ΖΛΗ ΗΜΘ ΘΝΕ τριγώνων. μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ καθ' ἑαυτὸ τμήματος τοῦ κύκλου· ἐπεὶ δήπερ ἐὰν διὰ τῶν Κ Λ Μ Ν σημείων ἐφαπτομένας τοῦ κύκλου ἀγάγωμεν καὶ ἀναπληρώσωμεν τὰ ἐπὶ τῶν ΕΖ ΖΗ ΗΘ ΘΕ εὐθειῶν παραλληλόγραμμα. ἕκαστον τῶν ΕΚΖ ΖΛΗ ΗΜΘ ΘΝΕ τριγώνων ἥμισυ ἔσται τοῦ καθ' ἑαυτὸ παραλληλογράμμου· ἀλλὰ τὸ καθ' ἑαυτὸ τμῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ παραλληλογράμμου· ὥστε ἕκαστον τῶν ΕΚΖ ΖΛΗ ΗΜΘ ΘΝΕ τριγώνων ἥμισύ ἐστι τοῦ καθ' ἑαυτὸ παραλληλογράμμου· ἀλλὰ τὸ καθ' ἑαυτὸ τμῆμα ἔλαττόν ἐστι τοῦ παραλληλογράμμου· ὥστε ἕκαστον

τῶν ΕΚΖ ΖΛΗ ΗΜΘ ΘΝΕ τριγώνων· μεῖζόν ἐστι τοῦ
ἡμίσεος τοῦ καθ' ἑαυτὸ τμήματος τοῦ κύκλου· τέ-
μνοντες δὴ τὰς ὑπολειπομένας περιφερείας δίχα
καὶ ἐπιζευγνύντες εὐθείας καὶ τοῦτο ἀεὶ ποιοῦντες, κα-
ἀπὸ τοῦ ι΄ ταλείψομέν τινα τμήματα τοῦ κύκλου ἃ ἔσται ἐλάσ-
σονα τῆς ὑπεροχῆς ᾗ ὑπερέχει ὁ ΕΖΗΘ κύ-
κλος τοῦ Σ χωρίου· ἐδείχθη γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ
θεωρήματι τοῦ δεκάτου βιβλίου ὅτι δύο μεγεθῶν
ἀνίσων ἐκκειμένων ἐὰν ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀφαι-
ρεθῇ μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ καὶ τοῦ καταλειπομένου μεῖ-
ζον ἢ τὸ ἥμισυ καὶ τοῦτο ἀεὶ γίγνηται, λειφθήσε-
ταί τι μέγεθος ὃ ἔσται ἔλασσον τοῦ ἐκκειμένου ἐλάσσο-
νος μεγέθους· λελείφθω οὖν καὶ ἔστω τὰ ἐπὶ τῶν ΕΚ
ΚΖ ΖΛ ΛΗ ΗΜ ΜΘ ΘΝ ΝΕ τμήματα τοῦ ΕΖΗΘ κύ-
κλου ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς ᾗ ὑπερέχει ὁ ΕΖΗΘ
κύκλος τοῦ Σ χωρίου· λοιπὸν ἄρα τὸ ΕΚΖΛΗΜΘΝ
πολύγωνον μεῖζόν ἐστι τοῦ Σ χωρίου· ἐγγεγράφθω
καὶ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τῷ ΕΚΖΛΗΜΘΝ πολυγώ-
νῳ ὅμοιον πολύγωνον τὸ ΑΞΒΟΓΠΔΡ· ἔστιν ἄρα
ἀπὸ τοῦ προλ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ
τετράγωνον, οὕτως τὸ ΑΞΒΟΓΠΔΡ πολύγωνον
πρὸς τὸ ΕΚΖΛΗΜΘΝ πολύγωνον· ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ, οὕτως
ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸ Σ χωρίον· καὶ ὡς ἄρα ὁ ΑΒΓΔ
[illegible] κύκλος πρὸς τὸ Σ χωρίον, οὕτως τὸ ΑΞΒΟΓΠΔΡ
πολύγωνον πρὸς τὸ ΕΚΖΛΗΜΘΝ πολύγωνον· ἐναλ-

λὰξ ἄρα ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸ ἐν αὐτῷ πολύγω-
νον, οὕτως τὸ Σ χωρίον πρὸς τὸ ΕΚΖΛΗΜΘΝ πολύ-
γωνον· μείζων δὲ ὁ ΑΒΓΔ κύκλος τοῦ ἐν αὐτῷ πο-
λυγώνου· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ Σ χωρίον τοῦ ΕΚΖΛΗΜ
ἀδύνατον· οὐκ ἄρα
ΘΝ πολυγώνου· ἀλλὰ καὶ ἔλαττον· ὅπερ ἐστὶν ὡς τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ τετράγω-
νον, οὕτως ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς ἔλασσόν τι τοῦ
ΕΖΗΘ κύκλου χωρίον· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι
οὐδὲ ὡς τὸ ἀπὸ ΖΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΔ, οὕτως ὁ ΕΖΗΘ
κύκλος πρὸς ἔλασσόν τι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου χωρί-
ον· λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ πρὸς τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΖΘ, οὕτως ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς μεῖζόν
τι τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου χωρίον· εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω
πρὸς μεῖζον τὸ Σ· ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ
τῆς ΖΘ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΒ, οὕτως τὸ Σ
χωρίον πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον· ἀλλ' ὡς τὸ Σ χωρίον
πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, οὕτως ὁ ΕΖΗΘ κύκλος πρὸς
ἔλαττόν τι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου χωρίον· καὶ ὡς ἄρα
τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ, οὕτως ὁ ΕΖΗΘ
κύκλος πρὸς ἔλαττόν τι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου χωρίον·
ὅπερ ἀδύνατον ἐδείχθη· οὐκ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ
τῆς ΒΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ, οὕτως
ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς μεῖζόν τι τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου χω-
ρίον· ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ πρὸς ἔλαττον· ἔστιν
ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
ΖΘ τετράγωνον, οὕτως ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν

ΕΖΗΘ κύκλον· οἱ ἄρα κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ
ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

Λέγω δὴ ὅτι τοῦ Σ χωρίου μείζονος ὄντος τοῦ ΕΖΗΘ κύ-
κλου· ἐστὶν ὡς τὸ Σ χωρίον πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, οὕτως
ὁ ΕΖΗΘ κύκλος πρὸς ἔλαττόν τι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου
χωρίον· γεγονέτω γὰρ ὡς τὸ Σ χωρίον πρὸς τὸν ΑΒΓΔ
κύκλον, οὕτως ὁ ΕΖΗΘ κύκλος πρὸς τὸ Τ χωρίον·
λέγω ὅτι ἔλαττόν ἐστι τὸ Τ χωρίον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου·
ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ Σ χωρίον πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, οὕ-
τως ὁ ΕΖΗΘ κύκλος πρὸς τὸ Τ χωρίον· ἐναλλάξ ἐστιν
ὡς τὸ Σ χωρίον πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον, οὕτως ὁ ΑΒΓΔ
κύκλος πρὸς τὸ Τ χωρίον· μεῖζον δὲ τὸ Σ χωρίον τοῦ
ΕΖΗΘ κύκλου· μείζων ἄρα καὶ ὁ ΑΒΓΔ κύκλος τοῦ Τ χω-
ρίου· ὥστε ἐστὶν ὡς τὸ Σ χωρίον πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, οὕ-
τως ὁ ΕΖΗΘ κύκλος πρὸς ἔλαττόν τι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου
χωρίον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

Πᾶσα πυραμὶς τρίγωνον ἔχουσα βάσιν διαιρεῖται εἰς
δύο πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις τριγώνους ἐχούσας βάσεις
καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα· καὶ
τὰ δύο πρίσματα μείζονά ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τῆς ὅλης πυ-
ραμίδος· ἔστω πυραμὶς ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΑΒΓ
τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον· λέγω ὅτι ἡ ΑΒΓΔ
πυραμὶς διαιρεῖται εἰς δύο πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις
τριγώνους ἐχούσας βάσεις καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ καὶ εἰς
δύο πρίσματα ἴσα· καὶ τὰ δύο πρίσματα μείζονά ἐστιν
ἢ τὸ ἥμισυ τῆς ὅλης πυραμίδος· τετμήσθωσαν γὰρ
αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ, ΑΔ, ΔΒ, ΔΓ δίχα κατὰ τὰ Ε, Ζ, Η, Θ, Κ, Λ σημεῖα·
καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΕ, ΕΗ, ΗΘ, ΘΚ, ΚΛ, ΛΘ, ΚΖ, ΖΗ· ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἡ μὲν ΑΕ τῇ ΕΒ, ἡ δὲ ΑΘ τῇ ΘΔ· παράλληλος ἄρα
ἐστὶν ἡ ΕΘ τῇ ΔΒ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΘΚ τῇ ΑΒ παρ-
άλληλός ἐστιν· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΕΒΚ·
ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΚ τῇ ΕΒ· ἀλλ' ἡ ΕΒ τῇ ΕΑ ἐστὶν ἴση·
καὶ ἡ ΑΕ ἄρα τῇ ΘΚ ἐστὶν ἴση· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΘ τῇ ΘΔ
ἴση· δύο δὴ αἱ ΕΑ, ΑΘ δυσὶ ταῖς ΚΘ, ΘΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκα-
τέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΑΘ γωνίᾳ τῇ
ὑπὸ ΚΘΔ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΕΘ βάσει τῇ ΚΔ ἐστὶν
ἴση· ἴσον ἄρα καὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΕΘ τρίγωνον τῷ ΘΚΔ
τριγώνῳ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΑΘΗ τρίγωνον τῷ ΘΛΔ
τριγώνῳ ἴσον τέ ἐστι καὶ ὅμοιον· καὶ ἐπεὶ δύο εὐθεῖαι

ἁπτόμεναι ἀλλήλων αἱ ΕΘ, ΘΗ παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομέ-
νας ἀλλήλων τὰς ΚΔ, ΔΛ εἰσὶν οὐκ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέ-
δῳ οὖσαι· ἴσας γωνίας περιέξουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν
ἡ ὑπὸ ΕΘΗ γωνία τῇ ὑπὸ ΚΔΛ γωνίᾳ. καὶ ἐπεὶ
δύο εὐθεῖαι αἱ ΕΘ, ΘΗ δυσὶ ταῖς ΚΔ, ΔΛ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα
ἑκατέρᾳ. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΘΗ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΚΔ-
Λ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΕΗ βάσει τῇ ΚΛ ἐστὶν ἴ-
ση· ἴσον ἄρα καὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΕΘΗ τρίγωνον τῷ ΚΔΛ
τριγώνῳ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΑΕΗ τρίγωνον τῷ
ΘΚΛ τριγώνῳ ἴσον τέ καὶ ὅμοιόν ἐστιν· καὶ ἄρα πυραμὶς
ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΑΕΗ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Θ
σημεῖον ἴση καὶ ὁμοία ἐστὶ πυραμίδι ἧς βάσις μέν
ἐστι τὸ ΘΚΛ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον· καὶ
ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΑΔΒ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν
τὴν ΑΒ ἦκται ἡ ΘΚ, ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΔΒ τρίγω-
νον τῷ ΔΚΘ τριγώνῳ καὶ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον
ἔχουσιν· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΒ τρίγωνον τῷ ΔΘΚ
τριγώνῳ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ μὲν ΔΒΓ τρίγωνον
τῷ ΔΚΛ τριγώνῳ ὅμοιόν ἐστι· τὸ δὲ ΑΔΓ τῷ ΔΛΘ
τριγώνῳ. καὶ ἐπεὶ δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων αἱ
ΒΑ, ΑΓ παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων τὰς ΚΘ,
ΘΛ εἰσὶν οὐκ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἴσας γωνίας
περιέξουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ
ΚΘΛ· καὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΚΘ
πρὸς τὴν ΘΛ· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ
ΘΚΛ τριγώνῳ· καὶ πυραμὶς ἄρα ἧς βάσις μέν ἐστι

(left margin:) ἐπεὶ ἐν τῷ δευτέρῳ θεωρήματι τοῦ ς΄ βιβλίου λέγει ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς· ἐν δὲ τῷ ε΄ θεωρήματι τοῦ αὐτοῦ βιβλίου ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα

(left margin:) δ΄ τοῦ ς΄ τοῦ ια΄

(left margin:) δ΄ τοῦ ς΄ τι

τὸ ΑΒΓ τρίγωνον κορυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον ὁμοία ἐστὶν
πυραμίδι. ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΘΚΛ τρίγωνον. κορυ-
φὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον· ἀλλὰ πυραμὶς ἧς βάσις μέν ἐστιν ⁒
τὸ ΑΕΗ τρίγωνον. κορυφὴ δὲ τὸ Θ σημεῖον· ὥστε καὶ
πυραμὶς ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον κορυφὴ
δὲ τὸ Δ σημεῖον ὁμοία ἐστὶ πυραμίδι ἧς βάσις μέν
ἐστι τὸ ΑΕΗ τρίγωνον. κορυφὴ δὲ τὸ Θ σημεῖον· ἑκα-
τέρα ἄρα τῶν ΑΕΗΘ, ΘΚΛΔ πυραμίδων ὁμοία
ἐστὶ τῇ ὅλῃ τῇ ΑΒΓΔ πυραμίδι. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
ΒΖ τῇ ΖΓ. διπλάσιόν ἐστι τὸ ΕΒΖΗ παραλληλόγραμ-
μον τοῦ ΗΖΓ τριγώνου· καὶ ἐπεὶ ἐὰν ᾖ δύο πρίσματα
ἰσοϋψῆ καὶ τὸ μὲν ἔχῃ βάσιν παραλληλόγραμμον. τὸ
δὲ τρίγωνον· διπλάσιον δὲ ᾖ τὸ παραλληλόγραμ-
μον τοῦ τριγώνου. ἴσα ἐστὶ τὰ πρίσματα· ἴσον ἄ-
ρα ἐστὶ τὸ πρίσμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ δύο μὲν τρι-
γώνων τῶν ΒΚΖ, ΕΘΗ. τριῶν δὲ παραλληλογράμ-
μων τῶν [illegible] τῷ πρίσματι τῷ περιεχομένῳ
ὑπὸ δύο μὲν τριγώνων τῶν ΗΖΓ, ΘΚΛ. τριῶν δὲ
παραλληλογράμμων τῶν ΚΖΓΛ, ΛΓΗΘ, ΘΚΖΗ. καὶ
φανερὸν ὅτι ἑκάτερον τῶν πρισμάτων οὗ βάσις
τὸ ΕΒΖΗ παραλληλόγραμμον· ἀπεναντίον δὲ ἡ ΘΚ
εὐθεῖα καὶ οὗ βάσις τὸ ΗΖΓ τρίγωνον· ἀπεναντίον δὲ
τὸ ΘΚΛ τρίγωνον μεῖζόν ἐστιν ἑκατέρας τῶν πυρα-
μίδων ὧν βάσεις μὲν τὰ ΑΕΗ, ΘΚΛ τρίγωνα. κο-
ρυφαὶ δὲ τὰ Θ, Δ σημεῖα· ἐπειδήπερ ἐὰν ἐπιζεύξω-
μεν τὰς ΕΖ, ΕΚ εὐθείας. τὸ μὲν πρίσμα οὗ βάσις τὸ ΕΒΖΗ

(right margin:) τὸ ΘΚΛ τρίγωνον κορυφὴ τὸ Δ σημεῖον ὁμοία ἐστὶ πυραμίδι ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ⁒

(right margin:) ἐὰν ἡ τριγώνου παραλληλογράμμου βάσις ἴση ᾖ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, διπλάσιον τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

(right margin:) ⁒ ΕΒΖΗ ΕΒΚΘ ΘΚΖΗ

(left margin:) δ΄ τοῦ ια΄

(left margin:) δ΄ τοῦ τελευταίου τοῦ ια΄

παραλληλόγραμμον· ἀπεναντίον δὲ ἡ ΘΚ εὐθεῖα μεῖζόν
ἐστι τῆς πυραμίδος. ἧς βάσις τὸ ΕΒΖ τρίγωνον. κο-
ρυφὴ δὲ τὸ Κ σημεῖον· ἀλλ' ἡ πυραμὶς ἧς βάσις τὸ
ΕΒΖ τρίγωνον. κορυφὴ δὲ τὸ Κ σημεῖον. ἴση ἐστὶ τῇ πυ-
ραμίδι ἧς βάσις τὸ ΑΕΗ τρίγωνον. κορυφὴ δὲ τὸ Θ
σημεῖον· ὑπὸ γὰρ ἴσων καὶ ὁμοίων ἐπιπέδων περιέχον-
ται· ὥστε καὶ τὸ πρίσμα οὗ βάσις μὲν τὸ ΕΒΖΗ παραλ-
ληλόγραμμον· ἀπεναντίον δὲ ἡ ΘΚ εὐθεῖα. μεῖζόν
ἐστι πυραμίδος. ἧς βάσις μὲν τὸ ΑΕΗ τρίγωνον. κο-
ρυφὴ δὲ τὸ Θ σημεῖον· ἴσον δὲ τὸ μὲν πρίσμα οὗ βά-
σις τὸ ΕΒΖΗ παραλληλόγραμμον ἀπεναντίον δὲ ἡ
ΘΚ εὐθεῖα τῷ πρίσματι· οὗ βάσις μὲν τὸ ΗΖΓ τρί-
γωνον· ἀπεναντίον δὲ τὸ ΘΚΛ τρίγωνον· ἡ δὲ
πυραμὶς ἧς βάσις τὸ ΑΕΗ τρίγωνον κορυφὴ δὲ
τὸ Θ σημεῖον. ἴση ἐστὶ πυραμίδι. ἧς βάσις τὸ ΘΚΛ
τρίγωνον. κορυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον· τὰ ἄρα εἰρη-
μένα δύο πρίσματα. μεῖζόν ἐστι τῶν εἰρημένων
δύο πυραμίδων. ὧν βάσεις μὲν τὰ ΑΕΗ ΘΚΛ τρί-
γωνα. κορυφαὶ δὲ τὰ Θ Δ σημεῖα· ἡ ἄρα ὅλη πυ-
ραμὶς ἧς βάσις τὸ ΑΒΓ τρί-
γωνον κορυφὴ δὲ τὸ Δ ση-
μεῖον. διῄρηται εἴς τε δύο πυ-
ραμίδας ἴσας ἀλλήλαις καὶ
ὁμοίας τῇ ὅλῃ καὶ εἰς δύο
πρίσματα ἴσα· καὶ τὰ δύ-
ο πρίσματα μείζονά ἐστιν

ἢ τὸ ἥμισυ τῆς ὅλης πυραμίδος· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
δ Ἐὰν ὦσιν δύο πυραμίδες ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος τριγώνους
ἔχουσαι βάσεις, διῃρεθῇ δὲ ἑκατέρα αὐτῶν εἴς τε
δύο πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ
καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα· καὶ τῶν γενομένων πυρα-
μίδων ἑκατέρα τὸν αὐτὸν τρόπον. καὶ τοῦτο ἀεὶ γί-
νηται· [ἔσται ὡς ἡ τῆς] μιᾶς πυραμίδος βάσις πρὸς τὴν τῆς ἑτέρας
πυραμίδος βάσιν. οὕτω τὰ ἐν τῇ μιᾷ πυραμίδι πρίσματα πάντα· πρὸς τὰ ἐν τῇ ἑτέρᾳ πυραμίδι
πρίσματα πάντα ἰσοπληθῆ· ἔστωσαν δύο πυρα-
μίδες ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος τριγώνους ἔχουσαι βάσεις
τὰς ΑΒΓ ΔΕΖ. κορυφὰς δὲ τὰ Η Θ σημεῖα. καὶ διῃρή-
σθω ἑκατέρα αὐτῶν εἴς τε δύο πυραμίδας ἴσας ἀλλή-
λαις καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα· καὶ
τῶν γενομένων πυραμίδων ἑκατέρα τὸν αὐτὸν
τρόπον νενοήσθω διῃρημένη. καὶ τοῦτο ἀεὶ γινέσθω.
λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕΖ βάσιν.
οὕτω τὰ ἐν τῇ ΑΒΓΗ πυραμίδι πρίσματα πάντα
πρὸς τὰ ἐν τῇ ΔΕΖΘ πυραμίδι πρίσματα ἰσοπλη-
θῆ· ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΒΞ τῇ ΞΓ. ἡ δὲ ΑΛ τῇ
ΛΓ. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΞ τῇ ΑΒ. καὶ ὅμοιον τὸ
ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΛΞΓ τριγώνῳ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον ὅμοιόν ἐστι τῷ ΡΦΖ τριγώνῳ·
καὶ ἐπεὶ διπλασίων ἐστὶν ἡ μὲν ΒΓ τῆς ΓΞ. ἡ δὲ ΕΖ τῆς
ΖΦ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΞ. οὕτως ἡ ΕΖ
πρὸς τὴν ΖΦ· καὶ ἀναγέγραπται ἀπὸ μὲν τῶν ΒΓ ΓΞ
ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ ΑΒΓ ΛΞΓ

διὰ τὸ ι τοῦ ιβ.

ἐὰν τριγώνου αἱ πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν· ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα παράλληλος· διὰ τὸ β τοῦ ϛ.



ἀπὸ δὲ τῶν ΕΖ, ΖΦ ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα εὐθύγραμ-
μα τὰ ΔΕΖ, ΡΦΖ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς
τὸ ΛΞΓ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΔΕΖ τρίγωνον πρὸς
τὸ ΡΦΖ τρίγωνον· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΑΒΓ τρί-
γωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΛΞΓ τρίγω-
νον πρὸς τὸ ΡΦΖ τρίγωνον· ἀλλ' ὡς τὸ ΛΞΓ τρίγωνον
πρὸς τὸ ΡΦΖ τρίγωνον, οὕτως τὸ πρίσμα οὗ βάσις
μέν ἐστι τὸ ΛΞΓ τρίγωνον, ἀπεναντίον δὲ τὸ ΟΜΝ
πρὸς τὸ πρίσμα οὗ βάσις μὲν τὸ ΡΦΖ τρίγωνον,
ἀπεναντίον δὲ τὸ ΣΤΥ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγω-
νον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον, οὕτως τὸ πρίσμα οὗ
βάσις μὲν τὸ ΛΞΓ τρίγωνον, ἀπεναντίον δὲ τὸ ΟΜΝ
πρὸς τὸ πρίσμα οὗ βάσις μὲν τὸ ΡΦΖ, ἀπεναντί-
ον δὲ τὸ ΣΤΥ. καὶ ἐπεὶ τὰ ἐν τῇ ΑΒΓΗ πυραμίδι δύο
πρίσματα ἐστὶν ἴσα ἀλλήλοις, ἀλλὰ μὴν καὶ τὰ ἐν τῇ
ΔΕΖΘ πυραμίδι δύο πρίσματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·
ἔστιν ἄρα ὡς τὸ πρίσμα οὗ βάσις τὸ ΒΚΛΞ παραλληλό-
γραμμον, ἀπεναντίον δὲ ἡ ΜΟ εὐθεῖα, πρὸς τὸ πρίσμα
οὗ βάσις μὲν τὸ ΛΞΓ τρίγωνον, ἀπεναντίον δὲ τὸ
ΟΜΝ, οὕτως τὸ πρίσμα οὗ βάσις τὸ ΠΕΦΡ, ἀπεναντί-
ον δὲ ἡ ΣΤ, πρὸς τὸ πρίσμα οὗ βάσις μὲν τὸ ΡΦΖ τρί-
γωνον, ἀπεναντίον δὲ τὸ ΣΤΥ. συνθέντι ἐστὶν ἄρα
ὡς τὰ ΚΒΞΛΜΟ, ΛΞΓΜΝΟ πρίσματα πρὸς τὸ ΛΞΓ
ΜΝΟ πρίσμα, οὕτως τὰ ΠΕΦΡΣΤ, ΡΦΖΣΤΥ πρίσμα-
τα πρὸς τὸ ΡΦΖΣΤΥ πρίσμα· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς
τὰ ΚΒΛΞΜΟ, ΞΛΓΜΝΟ πρὸς τὰ ΠΕΦΡΣΤ, ΡΦΖΣΤΥ

ἐὰν ᾖ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον, ὡς εἰς τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον· κβ΄ τοῦ ς΄.

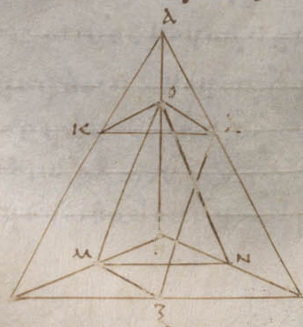
τοῦτο ἐφεξῆς δείκνυται

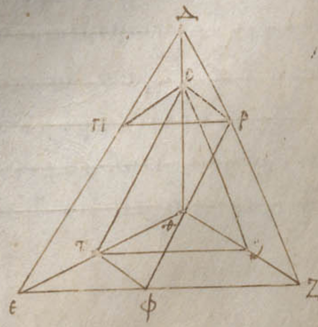
δ΄ τοῦ ιε΄

πρίσματα· οὕτω τὸ ΛΞΓΜΝΟ πρίσμα πρὸς τὸ ΡΦΖΣΤΥ
πρίσμα· ὡς δὲ τὸ ΛΞΓΜΝΟ πρίσμα πρὸς τὸ ΡΦΖΣΤΥ
πρίσμα, οὕτως ἐδείχθη ἡ ΛΞΓ βάσις πρὸς τὴν ΡΦΖ
καὶ ἡ ΑΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕΖ βάσιν· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓ
τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον, οὕτως τὰ ἐν τῇ
ΑΒΓΗ πυραμίδι δύο πρίσματα πρὸς τὰ ἐν τῇ ΔΕΖΘ
πυραμίδι δύο πρίσματα. ὁμοίως δὲ κἂν τὰς γενο-
μένας πυραμίδας διέλωμεν τὸν αὐτὸν τρόπον, οἷ-
ον ὡς τὰς ΜΝΟΗ, ΣΤΥΘ, ἔσται ὡς ἡ ΜΝΟ βάσις πρὸς
τὴν ΣΤΥ βάσιν, οὕτως τὰ ἐν τῇ ΜΝΟΗ πυραμίδι
δύο πρίσματα πρὸς τὰ ἐν τῇ ΣΤΥΘ πυραμίδι δύο
πρίσματα. ἀλλ' ὡς ἡ ΜΝΟ βάσις πρὸς τὴν ΣΤΥ βά-
σιν, οὕτως ἡ ΑΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕΖ βάσιν· καὶ ὡς
ἄρα ἡ ΑΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕΖ βάσιν, οὕτω καὶ τὰ
ἐν τῇ ΑΒΓΗ πυραμίδι δύο πρίσματα πρὸς τὰ ἐν τῇ
ΔΕΖΘ πυραμίδι δύο πρίσματα, καὶ τὰ ἐν τῇ ΜΝΟΗ
δύο πρίσματα πρὸς τὰ ἐν τῇ ΣΤΥΘ πυραμίδι δύο
πρίσματα, καὶ τὰ τέσσαρα πρὸς τὰ τέσσαρα. τὰ αὐτὰ
δὲ δειχθήσεται καὶ ἐπὶ τῶν γενομένων πρισμάτων
ἐκ τῆς διαιρέσεως τῶν ΑΚΛΟ καὶ ΔΠΡΣ πυραμίδων καὶ
ἁπάντων ἁπλῶς τῶν ἰσοπληθῶν. ὅτι δέ ἐστιν ὡς
τὸ ΛΞΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΡΦΖ τρίγωνον, οὕτω τὸ
πρίσμα οὗ βάσις τὸ ΛΞΓ τρίγωνον, ἀπεναντί-
ον δὲ τὸ ΟΜΝ, πρὸς τὸ πρίσμα οὗ βάσις μὲν τὸ ΡΦΖ
τρίγωνον, ἀπεναντίον δὲ τὸ ΣΤΥ, οὕτω δεικτέον·
ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς νενοήσθωσαν αἱ

ὑπολειπομ

ΕΑΝ Η ΔΥΟ ΕΥΘΕΙΑΙ
ΥΠΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ
ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΤΕΜΝΩ
ΤΑΙ ΕΙΣ ΤΟΥΣ ΑΥΤΟΥΣ ΛΟΓΟΥΣ ΤΜΗ
ΘΗΣΟΝΤΑΙ







σιν πρὸς τὴν ΔΕΖ βάσιν. οὕτως ἡ ΑΒΓΗ πυραμὶς πρὸς
τὸ Χ στερεόν· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒΓΗ πυραμὶς πρὸς τὸ Χ στερεόν
οὕτως τὰ ἐν τῇ ΑΒΓΗ πυραμίδι πρίσματα πρὸς
τὰ ἐν τῇ ΔΕΖΘ πυραμίδι πρίσματα· ἐναλλὰξ
ἄρα ὡς ἡ ΑΒΓΗ πυραμὶς πρὸς τὰ ἐν αὐτῇ πρί-
σματα, οὕτως τὸ Χ στερεὸν πρὸς τὰ ἐν τῇ ΔΕΖΘ
πυραμίδι πρίσματα· μείζων δὲ ἡ ΑΒΓΗ πυραμὶς
τῶν ἐν αὐτῇ πρισμάτων· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ Χ στε-
ρεὸν τῶν ἐν τῇ ΔΕΖΘ πυραμίδι πρισμάτων· ἀλ-
λὰ καὶ ἔλαττον· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐστὶν
ὡς ἡ ΑΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕΖ βάσιν. οὕτως ἡ
ΑΒΓΗ πυραμὶς πρὸς ἔλασσόν τι τῆς ΔΕΖΘ πυ-
ραμίδος στερεόν· Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ὅτι οὐ-
δὲ ὡς ἡ ΔΕΖ βάσις πρὸς τὴν ΑΒΓ βάσιν. οὕτως
ἡ ΔΕΖΘ πυραμὶς πρὸς ἔλασσόν τι τῆς ΑΒΓΗ πυ-
ραμίδος στερεόν· λέγω δὴ ὅτι οὐκ ἔστιν οὐδὲ ὡς ἡ
ΑΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕΖ βάσιν. οὕτως ἡ ΑΒΓΗ
πυραμὶς πρὸς μεῖζόν τι τῆς ΔΕΖΘ πυραμίδος
στερεόν· εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω πρὸς μεῖζον τὸ Χ· ἀ-
νάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΔΕΖ βάσις πρὸς τὴν ΑΒΓ
βάσιν. οὕτως τὸ Χ στερεὸν πρὸς τὴν ΑΒΓΗ πυρα-
μίδα· ὡς δὲ τὸ Χ στερεὸν πρὸς τὴν ΑΒΓΗ πυρα-
μίδα. οὕτως ἡ ΔΕΖΘ πυραμὶς πρὸς ἔλασσόν τι
τῆς ΑΒΓΗ πυραμίδος. ὡς ἔμπροσθεν ἐδείχθη·
καὶ ὡς ἄρα ἡ ΔΕΖ βάσις πρὸς τὴν ΑΒΓ βάσιν. οὕτως
ἡ ΔΕΖΘ πυραμὶς πρὸς ἔλασσόν τι τῆς ΑΒΓΗ πυ-

ραμίδος· ὅπερ ἄτοπον ἐδείχθη. οὐκ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ
ΑΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕΖ βάσιν. οὕτως ἡ ΑΒΓΗ πυ-
ραμὶς πρὸς μεῖζόν τι τῆς ΔΕΖΘ πυραμίδος στερε-
όν· ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ πρὸς ἔλασσον· ἔστιν ἄρα
ὡς ἡ ΑΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕΖ βάσιν. οὕτως ἡ
ΑΒΓΗ πυραμὶς πρὸς τὴν ΔΕΖΘ πυραμίδα· ὅ-
περ ἔδει δεῖξαι:-

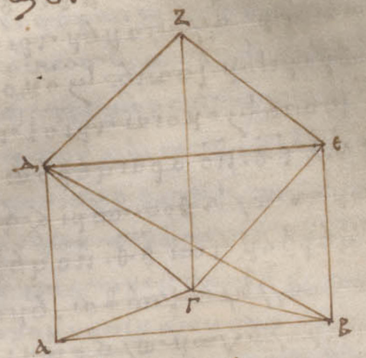
ϛ Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος πυραμίδες οὖσαι καὶ πολυγώνους
ἔχουσαι βάσεις, πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.
ἔστωσαν ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος πυραμίδες πολυγώ-
νους ἔχουσαι βάσεις τὰς ΑΒΓΔΕ, ΖΗΘΚΛ, κορυ-
φὰς δὲ τὰ Μ, Ν σημεῖα· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒΓΔΕ
βάσις πρὸς τὴν ΖΗΘΚΛ βάσιν. οὕτως ἡ ΑΒΓΔΕΜ
πυραμὶς πρὸς τὴν ΖΗΘΚΛΝ πυραμίδα· διῃρή-
σθω γὰρ ἡ μὲν ΑΒΓΔΕ βάσις εἰς τὰ ΑΒΓ, ΑΓΔ, ΑΔΕ
τρίγωνα· ἡ δὲ ΖΗΘΚΛ, εἰς τὰ ΖΗΘ, ΖΘΚ, ΖΚΛ τρί-
γωνα· καὶ νενοήσθωσαν ἀφ' ἑκάστου τριγώνου
πυραμίδες ἰσοϋψεῖς ταῖς ἐξ ἀρχῆς πυραμίσιν·

καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον, οὕτως ἡ ΑΒΓΜ πυραμὶς πρὸς τὴν ΑΓΔΜ πυραμίδα· καὶ συνθέντι ὡς τὸ ΑΒΓΔ τραπέζιον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον, οὕτως ἡ ΑΒΓΔΜ πυραμὶς πρὸς τὴν ΑΓΔΜ πυραμίδα. ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον, οὕτως ἡ ΑΓΔΜ πυραμὶς πρὸς τὴν ΑΔΕΜ πυραμίδα· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒΓΔ βάσις πρὸς τὴν ΑΔΕ βάσιν, οὕτως ἡ ΑΒΓΔΜ πυραμὶς πρὸς τὴν ΑΔΕΜ πυραμίδα· καὶ συνθέντι πάλιν ὡς ἡ ΑΒΓΔΕ βάσις πρὸς τὴν ΑΔΕ, οὕτως ἡ ΑΒΓΔΕΜ πυραμὶς πρὸς τὴν ΑΔΕΜ πυραμίδα· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ ΖΗΘΙΚΛ βάσις πρὸς τὴν ΖΙΚΛ βάσιν, οὕτως καὶ ἡ ΖΗΘΙΚΛΝ πυραμὶς πρὸς τὴν ΖΙΚΛΝ πυραμίδα· καὶ ἐπεὶ δύο πυραμίδες εἰσὶν αἱ ΑΔΕΜ ΖΙΚΛΝ τριγώνους ἔχουσαι βάσεις καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΔΕ βάσις πρὸς τὴν ΖΙΚΛ βάσιν, οὕτως ἡ ΑΔΕΜ πυραμὶς πρὸς τὴν ΖΙΚΛΝ πυραμίδα· ἐπεὶ οὖν ὡς ἡ ΑΒΓΔΕ βάσις πρὸς τὴν ΑΔΕ βάσιν, οὕτως ἡ ΑΒΓΔΕΜ πυραμὶς πρὸς τὴν ΑΔΕΜ πυραμίδα· δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΑΒΓΔΕ βάσις πρὸς τὴν ΖΙΚΛ, οὕτως ἡ ΑΒΓΔΕΜ πυραμὶς πρὸς τὴν ΖΙΚΛΝ πυραμίδα· ἀλλὰ μὴν καὶ ὡς ἡ ΖΙΚΛ βάσις πρὸς τὴν ΖΗΘΙΚΛ βάσιν, οὕτως ἦν καὶ ἡ ΖΙΚΛΝ πυραμὶς πρὸς τὴν ΖΗΘΙΚΛΝ πυραμίδα· καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒΓΔΕ βάσις πρὸς τὴν ΖΗΘΙΚΛ βάσιν, οὕτως ἡ ΑΒΓΔΕΜ πυραμὶς πρὸς τὴν ΖΗΘΙΚΛΝ πυραμίδα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ Πᾶν πρίσμα τρίγωνον ἔχον βάσιν διαιρεῖται εἰς τρεῖς πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις τριγώνους βάσεις ἐχούσας. ἔστω πρίσμα οὗ βάσις μὲν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, ἀπεναντίον δὲ τὸ ΔΕΖ· λέγω ὅτι τὸ ΑΒΓΔΕΖ πρίσμα διαιρεῖται εἰς τρεῖς πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις τριγώνους ἐχούσας βάσεις. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΔ ΕΓ ΓΔ. καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΑΒΕΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἐστιν ἡ ΒΔ, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΕΔΒ τριγώνῳ· καὶ ἡ πυραμὶς ἄρα ἧς βάσις μὲν τὸ ΑΒΔ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον, ἴση ἐστὶ πυραμίδι ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΔΕΒ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον· ἀλλὰ ἡ πυραμὶς ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΔΕΒ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον, ἡ αὐτή ἐστι πυραμίδι ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΕΒΓ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον· ὑπὸ γὰρ τῶν αὐτῶν ἐπιπέδων περιέχεται· καὶ πυραμὶς ἄρα ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΑΒΔ τρίγωνον, κορυ-

φὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον. ἴση ἐστὶν πυραμίδι ἧς βάσις
μέν ἐστι τὸ ΕΒΓ τρίγωνον. κορυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον·
ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΖΓΒΕ. διάμε-
τρος δὲ αὐτοῦ ἐστιν ἡ ΓΕ. ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΕΖ τρίγωνον
τῷ ΓΒΕ τριγώνῳ· καὶ πυραμὶς ἄρα ἧς βάσις
μέν ἐστι τὸ ΒΓΕ τρίγωνον. κορυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον.
ἴση ἐστὶ πυραμίδι ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΕΓΖ τρίγω-
νον. κορυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον· ἡ δὲ πυραμὶς ἧς
βάσις μέν ἐστι τὸ ΒΓΕ τρίγωνον. κορυφὴ δὲ τὸ Δ ση-
μεῖον. ἴση ἐδείχθη πυραμίδι ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ
ΑΒΔ τρίγωνον. κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον· καὶ ἡ πυ-
ραμὶς ἄρα ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΓΕΖ τρίγωνον. κο-
ρυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον. ἴση ἐστὶ πυραμίδι ἧς βάσις
μέν ἐστι τὸ ΑΒΔ τρίγωνον. κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον·
διῄρηται ἄρα τὸ ΑΒΓΔΕΖ πρίσμα εἰς τρεῖς πυραμί-
δας ἴσας ἀλλήλαις τριγώνους ἐχούσας βάσεις· καὶ
ἐπεὶ πυραμὶς ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΑΒΔ τρίγωνον
κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον. ἡ αὐτή ἐστι πυραμίδι ἧς
βάσις τὸ ΓΑΒ τρίγωνον. κορυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον·
ὑπὸ γὰρ τῶν αὐτῶν ἐπιπέδων περιέχονται· ἡ δὲ
πυραμὶς ἧς βάσις τὸ ΑΒΔ τρίγωνον. κορυφὴ δὲ
τὸ Γ σημεῖον. τρίτον ἐδείχθη τοῦ πρίσματος οὗ
βάσις τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. ἀπεναντίον δὲ τὸ ΔΕΖ·
καὶ ἡ πυραμὶς ἄρα ἧς βάσις τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. κο-
ρυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον. τρίτον ἐστὶ τοῦ πρίσματος
τοῦ ἔχοντος βάσιν τὴν αὐτὴν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἀπε-

ναντίον δὲ τὸ ΔΕΖ· Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι πᾶσα
πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ πρίσματος τοῦ τὴν
αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῇ καὶ ὕψος ἴσον· ἐπειδήπερ
κἂν ἕτερόν τι σχῆμα
εὐθύγραμμον ἔχῃ ἡ βά-
σις τοῦ πρίσματος
καὶ τὸ αὐτὸ ἀπεναντί-
ον. διαιρεῖται εἰς πρί-
σματα τρίγωνα ἔ-
χοντα τὰς βάσεις καὶ
τὰ ἀπεναντίον :-



Αἱ ὅμοιαι πυραμίδες καὶ τριγώνους ἔχουσαι βάσεις. ἐν τρι-
πλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ἔστω-
σαν ὅμοιαι καὶ ὁμοίως κείμεναι πυραμίδες ὧν βάσεις
μέν εἰσι τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ τρίγωνα. κορυφαὶ δὲ τὰ Η Θ
σημεῖα· λέγω ὅτι ἡ ΑΒΓΗ πυραμὶς πρὸς τὴν ΔΕΖΘ
πυραμίδα. τριπλασίονα λόγον ἔχει. ἤπερ ἡ ΒΓ
πρὸς τὴν ΕΖ· συμπεπληρώσθω γὰρ τὰ ΒΗΜΛ ΕΘΠΟ
στερεὰ παραλληλεπίπεδα· καὶ ἐπεὶ ὁμοία ἐστὶν ἡ ΑΒΓΗ
πυραμὶς τῇ ΔΕΖΘ πυραμίδι. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν
ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ. ἡ δὲ ὑπὸ ΗΒΓ
τῇ ὑπὸ ΘΕΖ. ἡ δὲ ὑπὸ ΑΒΗ τῇ ὑπὸ ΔΕΘ· καὶ ἐστὶν
ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΕ. οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ. καὶ ἡ ΒΗ
πρὸς τὴν ΕΘ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΕ. οὕ-
τως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ. καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευ-
ραὶ ἀνάλογόν εἰσιν. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΜ παραλλη-

λόγραμμον τῷ ΕΠ παραλληλογράμμῳ. διὰ τὰ αὐτὰ
δὴ καὶ τὸ μὲν ΒΝ τῷ ΕΡ ὅμοιόν ἐστι, τὸ δὲ ΒΚ τῷ ΕΞ·
τὰ τρία ἄρα τὰ ΜΒ ΒΚ ΒΝ τρισὶ τοῖς ΕΠ ΕΞ ΕΡ ὅ-
μοιά ἐστιν. ἀλλὰ τὰ μὲν τρία τὰ ΜΒ ΒΚ ΒΝ τρισὶ τοῖς
ἀπεναντίον ἴσα τε καὶ ὅμοιά ἐστιν· τὰ δὲ τρία τὰ ΕΠ ΕΞ
ΕΡ ἴσα τε καὶ ὅμοια τρισὶ τοῖς ἀπεναντίον ἐστί· τὰ
ΒΗΜΛ ΕΘ στερεὰ ἄρα ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων
ἴσων τὸ πλῆθος περιέχεται· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΗ
ΜΛ στερεὸν τῷ ΕΘ στερεῷ. τὰ δὲ ὅμοια στερε-
ὰ παραλληλεπίπεδα ἐν τριπλασίονι λόγῳ ἐστὶν
τῶν ὁμολόγων πλευρῶν· τὸ ΒΗΜΛ ἄρα στερεὸν
πρὸς τὸ ΕΘ στερεὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤ-
περ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευ-
ρὰν τὴν ΕΖ. ὡς δὲ τὸ ΒΗΜΛ στερεὸν πρὸς τὸ ΕΘ στε-
ρεόν, οὕτως ἡ ΑΒΓΗ πυραμὶς πρὸς τὴν ΔΕΖΘ πυ-
ραμίδα, ἐπειδήπερ ἡ πυραμὶς ἕκτον μέρος ἐστὶ
τοῦ στερεοῦ, διὰ τὸ καὶ τὸ πρίσμα ἥμισυ ὂν τοῦ στερε-
οῦ παραλληλεπιπέδου τριπλάσιον εἶναι τῆς πυρα-
μίδος· καὶ ἡ ΑΒΓΗ ἄρα πυραμὶς πρὸς τὴν ΔΕΖΘ πυ-
ραμίδα τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς
τὴν ΕΖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν
πο ὅτι καὶ αἱ πολυγώνους ἔχουσαι [illegible]
δες πρὸς ἀλλήλας. ἐν [illegible] τῶν
ὁμολόγων πλευρῶν· διαιρεθεισῶν [illegible]
εἰς αὐταῖς πυραμίδας τριγώνους [illegible] ἐχούσας
τῷ καὶ τὰ ὅμοια [illegible] ὅμοια

τρίγωνα διαιρεῖσθαι καὶ ἴσα τῷ πλήθει καὶ ὁμόλογα τοῖς
ὅλοις. ἔσται ὡς ἡ ἐν τῇ ἑτέρᾳ μία πυραμὶς τρίγωνον
ἔχουσα βάσιν πρὸς τὴν ἐν τῇ ἑτέρᾳ μίαν πυραμίδα
τρίγωνον βάσιν ἔχουσαν, οὕτως καὶ ἅπασαι αἱ ἐν τῇ
ἑτέρᾳ πυραμίδι πυραμίδες τριγώνους ἔχουσαι βά-
σεις πρὸς τὰς ἐν τῇ ἑτέρᾳ πυραμίδι πυραμίδας τρι-
γώνους βάσεις ἐχούσας, τουτέστιν αὐτὴ ἡ πολύγωνον
βάσιν ἔχουσα πυραμὶς πρὸς τὴν πολύγωνον βάσιν ἔ-
χουσαν πυραμίδα. ἡ δὲ τρίγωνον βάσιν ἔχουσα
πυραμὶς πρὸς τὴν τρίγωνον βάσιν ἔχουσαν ἐν τρι-
πλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν· καὶ ἡ πο-
λύγωνον ἄρα βάσιν ἔχουσα πρὸς τὴν ὁμοίαν βάσιν ἔ-
χουσαν τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς
τὴν πλευράν :~

ιθ Τῶν ἴσων πυραμίδων καὶ τριγώνους βάσεις ἐχουσῶν
ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις ταῖς ὕψεσιν· καὶ ὧν πυρα-
μίδων τριγώνους βάσεις ἐχουσῶν ἀντιπεπόνθασιν
αἱ βάσεις ταῖς ὕψεσιν, ἴσαι εἰσὶν ἐκεῖναι. ἔστωσαν γὰρ

ἴσαι πυραμίδες τριγώνους ἔχουσαι βάσεις τὰς ΑΒΓ ΔΕΖ. κορυφὰς δὲ τὰ Η Θ σημεῖα. λέγω ὅτι τῶν ΑΒΓΗ ΔΕΖΘ πυραμίδων. ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΑΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕΖ βάσιν. οὕτως τὸ τῆς ΔΕΖΘ πυραμίδος ὕψος πρὸς τὸ τῆς ΑΒΓΗ πυραμίδος ὕψος. συμπεπληρώσθω γὰρ τὰ ΒΗΜΛ ΕΘΠΟ στερεὰ παραλληλεπίπεδα. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒΓΗ πυραμὶς τῇ ΔΕΖΘ πυραμίδι. καὶ

διὰ τὸ προάγ.

ἐστι τῆς μὲν ΑΒΓΗ πυραμίδος ἑξαπλάσιον τὸ ΒΗΜΛ στερεόν. τῆς δὲ ΔΕΖΘ πυραμίδος ἑξαπλάσιον τὸ ΕΘΠΟ στερεόν, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΗΜΛ στερεὸν τῷ ΕΘΠΟ

διὰ τὸ λδ΄ τοῦ ια

στερεῷ. τῶν δὲ ἴσων στερεῶν παραλληλεπιπέδων. ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΜ βάσις πρὸς τὴν ΕΠ βάσιν, οὕτως τὸ τοῦ ΕΘΠΟ στερεοῦ ὕψος πρὸς τὸ τοῦ ΒΗΜΛ στερεοῦ ὕψος.

ἑκάστη ἡμίσεια τοῦ καθ' ἑαυτὸ παραλληλογράμμου.

ἀλλ' ὡς ἡ ΒΜ βάσις πρὸς τὴν ΕΠ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον. καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον. οὕτως τὸ τοῦ ΕΘΠΟ στερεοῦ

ἰσοϋψεῖς

ὕψος πρὸς τὸ τοῦ ΒΗΜΛ στερεοῦ ὕψος· ἀλλὰ τὸ μὲν τοῦ ΕΘΠΟ στερεοῦ ὕψος. τὸ αὐτό ἐστιν τῷ τῆς ΔΕΖΘ πυραμίδος ὕψει· τὸ δὲ τοῦ ΒΗΜΛ στερεοῦ ὕψος. τὸ αὐτὸ ἐστιν τῷ τῆς ΑΒΓΗ πυραμίδος ὕψει· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕΖ βάσιν, οὕτως τὸ τῆς ΔΕΖΘ πυραμίδος ὕψος πρὸς τὸ τῆς ΑΒΓΗ πυραμίδος ὕψος· τῶν ΑΒΓΗ ΔΕΖΘ ἄρα πυραμίδων. ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· ἀλλὰ δὴ τῶν ΑΒΓΗ

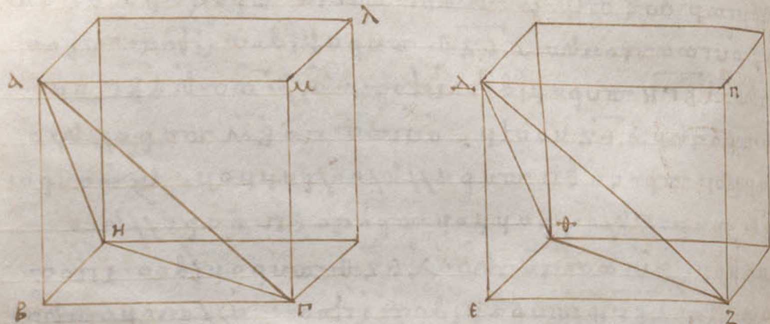
ΔΕΖΘ πυραμίδων. ἀντιπεπονθέτωσαν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. καὶ ἔστω ὡς ἡ ΑΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕΖ βάσιν, οὕτως τὸ τῆς ΔΕΖΘ πυραμίδος ὕψος πρὸς τὸ τῆς ΑΒΓΗ πυραμίδος ὕψος· λέγω ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒΓΗ πυραμὶς τῇ ΔΕΖΘ πυραμίδι· τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕΖ βάσιν, οὕτως τὸ τῆς ΔΕΖΘ πυραμίδος ὕψος πρὸς τὸ τῆς ΑΒΓΗ πυραμίδος ὕψος· ἀλλ' ὡς ἡ ΑΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕΖ βάσιν· οὕτως τὸ ΒΜ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΕΠ παραλληλόγραμμον. καὶ ὡς ἄρα τὸ ΒΜ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΕΠ παραλληλόγραμμον, οὕτως τὸ τῆς ΔΕΖΘ πυραμίδος ὕψος πρὸς τὸ τῆς ΑΒΓΗ πυραμίδος ὕψος· ἀλλὰ τὸ μὲν τῆς ΔΕΖΘ πυραμίδος ὕψος, τὸ αὐτό ἐστι τῷ τοῦ ΕΘΠΟ παραλληλεπιπέδου ὕψει· τὸ δὲ τῆς ΑΒΓΗ πυραμίδος ὕψος, τὸ αὐτό ἐστιν τῷ τοῦ ΒΗΜΛ παραλληλεπιπέδου ὕψει· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΜ βάσις πρὸς τὴν ΕΠ βάσιν. οὕτως τὸ τοῦ ΕΘΠΟ παραλληλεπιπέδου ὕψος πρὸς τὸ τοῦ ΒΗΜΛ παραλληλεπιπέδου ὕψος· ὧν, δὲ στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΗΜΛ στερεὸν παραλληλεπίπεδον τῷ ΕΘΠΟ στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ. καὶ ἐστι τοῦ μὲν ΒΗΜΛ ἕκτον μέρος ἡ ΑΒΓΗ πυραμίς· τοῦ δὲ ΕΘΠΟ παραλληλεπιπέδου ἕκτον μέρος ἡ ΔΕΖΘ πυραμίς· ἡ ἄρα ΑΒΓΗ πυραμὶς τῇ ΔΕΖΘ πυραμίδι ἴση ἐστίν· τῶν

ἑκάστη διπλασία τοῦ κατ' αὐτὸ παραλληλογράμμου

πάλιν ἐπὶ ἴσου ὕψους

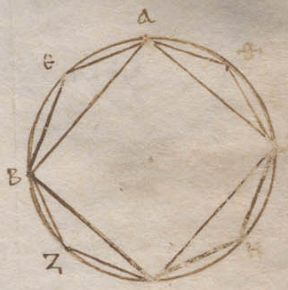
διὰ τὸ λδ΄ τοῦ ια

ἄρα ἴσων πυραμίδων καὶ τριγώνους βάσεις ἐχουσῶν,
ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. καὶ ὧν πυ-
ραμίδων τριγώνους βάσεις ἐχουσῶν ἀντιπεπόν-
θασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσαι εἰσὶν ἐκεῖναι· ὅπερ
ἔδει δεῖξαι :—



ι Πᾶς κῶνος κυλίνδρου τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ τὴν αὐτὴν
βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον· ἐχέτω γὰρ κῶνος
κυλίνδρῳ βάσιν τὴν αὐτὴν τὸν ΑΒΓΔ κύκλον καὶ
ὕψος ἴσον· λέγω ὅτι ὁ κῶνος τοῦ κυλίνδρου τρίτον
ἐστὶ μέρος, τουτέστιν ὅτι ὁ κύλινδρος τοῦ κώνου τρι-
πλάσιός ἐστιν· εἰ γὰρ μή, ἔσται ὁ κύλινδρος ἤτοι μείζων ἢ
τριπλάσιος ἢ ἐλάσσων ἢ τριπλάσιος· ἔστω πρό-
τερον μείζων ἢ τριπλάσιος, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν
ΑΒΓΔ κύκλον τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ· τὸ δὴ ΑΒΓΔ τετράγωνον
μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου· καὶ ἀνεστάτω
ἀπὸ τοῦ ΑΒΓΔ τετραγώνου πρίσμα ἰσοϋψὲς τῷ κυ-
λίνδρῳ· τὸ δὴ ἀνιστάμενον πρίσμα μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ
ἥμισυ τοῦ κυλίνδρου· ἐπειδήπερ κἂν περὶ τὸν ΑΒΓΔ

κύκλον τετράγωνον περιγράψωμεν, τὸ ἐγγεγραμμένον
εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τετράγωνον ἥμισύ ἐστι τοῦ περιγε-
γραμμένου· καί ἐστι τὰ ἀπ' αὐτῶν ἀνιστάμενα ἰσοϋψῆ
στερεὰ παραλληλεπίπεδα πρίσματα· τὰ δὲ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα στερεὰ
παραλληλεπίπεδα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις· καὶ τὸ ἐπὶ τοῦ
ΑΒΓΔ ἄρα τετραγώνου ἀνασταθὲν πρίσμα ἥμισύ ἐστι τοῦ
ἀνασταθέντος πρίσματος ἀπὸ τοῦ περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον
περιγραφέντος τετραγώνου· καί ἐστιν ὁ κύλινδρος ἐλάττων τοῦ πρίσματος τοῦ ἀνασταθέντος
ἀπὸ τοῦ περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον περιγραφέντος τετραγώνου·
τὸ ἄρα πρίσμα τὸ ἀνασταθὲν ἀπὸ τοῦ ΑΒΓΔ
τετραγώνου ἰσοϋψὲς τῷ κυλίνδρῳ μεῖζόν ἐστι
τοῦ ἡμίσεος τοῦ κυλίνδρου· τετμήσθωσαν αἱ ΑΒ, ΒΓ,
ΓΔ, ΔΑ περιφέρειαι δίχα κατὰ τὰ Ε, Ζ, Η, Θ σημεῖα, καὶ
ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ΒΖ, ΖΓ, ΓΗ, ΗΔ, ΔΘ, ΘΑ· καὶ ἕκαστον
ἄρα τῶν ΑΕΒ, ΒΖΓ, ΓΗΔ, ΔΘΑ τριγώνων μεῖζόν
ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ καθ' ἑαυτὸ τμήματος τοῦ ΑΒΓΔ
κύκλου, ὡς ἔμπροσθεν ἐδείκνυμεν· ἀνεστάτω ἐφ'
ἑκάστου τῶν ΑΕΒ, ΒΖΓ, ΓΗΔ, ΔΘΑ τριγώνων πρίσμα-
τα ἰσοϋψῆ τῷ κυλίνδρῳ· καὶ ἕκαστον ἄρα τῶν ἀ-
νασταθέντων πρισμάτων μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ μέ-
ρος τοῦ καθ' ἑαυτὸ τμήματος τοῦ κυλίνδρου· ἐπειδή-
περ ἐὰν διὰ τῶν Ε, Ζ, Η, Θ σημείων παραλλήλους
ταῖς ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ ἀγάγωμεν, καὶ συμπληρώσωμεν
τὰ ἐπὶ τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ παραλληλόγραμμα, καὶ ἀπ'
αὐτῶν ἀναστήσωμεν στερεὰ παραλληλεπίπεδα





ἰσοϋψῆ τῷ κυλίνδρῳ, ἑκάστου τῶν ἀνασταθέντων ἡ
μίση ἐστὶ τὰ πρίσματα τὰ ἐπὶ τῶν ΑΕΒ ΒΖΓ ΓΗΔ
ΔΘΑ τριγώνων· καί ἐστι τὰ τοῦ κυλίνδρου ἀποτμή
ματα ἐλάσσονα τῶν ἀνασταθέντων στερεῶν παρ
αλληλεπιπέδων· ὥστε καὶ τὰ ἐπὶ τῶν ΑΕΒ ΒΖΓ ΓΗΔ
ΔΘΑ τριγώνων πρίσματα μείζονά ἐστιν ἢ τὸ ἥμι
συ τῶν καθ' ἑαυτὰ τοῦ κυλίνδρου τμημάτων· τέ
μνοντες δὴ τὰς ὑπολειπομένας περιφερείας δίχα
καὶ ἐπιζευγνύντες εὐθείας καὶ ἀνιστάντες ἐφ' ἑκάστου
τῶν τριγώνων πρίσματα ἰσοϋψῆ τῷ κυλίνδρῳ
καὶ τοῦτο ἀεὶ ποιοῦντες καταλείψομέν τινα ἀπο
τμήματα τοῦ κυλίνδρου ἃ ἔσται ἐλάσσονα τῆς ὑ
περοχῆς ᾗ ὑπερέχει ὁ κύλινδρος τοῦ τριπλασίου
τοῦ κώνου. λελείφθω καὶ ἔστω τὰ ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ ΓΗ ΗΔ
ΔΘ ΘΑ· λοιπὸν ἄρα τὸ πρίσμα οὗ βάσις μὲν τὸ
ΑΕΒΖ ΓΗΔΘ πολύγωνον ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίν
δρῳ μεῖζόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον τοῦ κώνου· ἀλλὰ τὸ
πρίσμα οὗ βάσις μέν ἐστι τὸ ΑΕΒΖ ΓΗΔΘ πολύγω
νον ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ τριπλάσιον
ἐστι τῆς πυραμίδος ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΑΕΒΖΓΗ
ΔΘ πολύγωνον κορυφὴ δὲ ἡ αὐτὴ τῷ κώνῳ· καὶ
ἡ πυραμὶς ἄρα ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΑΕΒΖ ΓΗΔΘ
πολύγωνον κορυφὴ δὲ ἡ αὐτὴ τῷ κώνῳ μείζων
ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν ΑΒΓΔ κύκλον·
ἀλλὰ καὶ ἐλάσσων· ἐμπεριέχεται γὰρ ὑπ' αὐτοῦ· ὅπερ
ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐστὶν ὁ κύλινδρος τοῦ κώ

νου μείζων ἢ τριπλάσιος. λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων ἐστὶν
ἢ τριπλάσιος ὁ κύλινδρος τοῦ κώνου· εἰ γὰρ δυνα
τὸν ἔστω ἐλάσσων ἢ τριπλάσιος ὁ κύλινδρος τοῦ κώ
νου· ἀνάπαλιν ἄρα ὁ κῶνος τοῦ κυλίνδρου μείζων
ἐστὶν ἢ τρίτον μέρος· ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸν ΑΒΓΔ
κύκλον τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ· τὸ ΑΒΓΔ ἄρα τετράγω
νον μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου· καὶ ἀνε
στάτω ἀπὸ τοῦ ΑΒΓΔ τετραγώνου πυραμὶς τὴν αὐ
τὴν κορυφὴν ἔχουσα τῷ κώνῳ· ἡ ἄρα ἀνασταθεῖσα
πυραμὶς μείζων ἐστὶν ἢ τὸ ἥμισυ μέρος τοῦ κώνου· ἐπει
δήπερ ὡς ἔμπροσθεν ἐδείκνυμεν ὅτι ἐὰν περὶ τὸν
κύκλον περιγράψωμεν τετράγωνον, ἔσται τὸ ΑΒΓΔ τε
τράγωνον ἥμισυ τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγεγραμμέ
νου τετραγώνου· καὶ ἐὰν ἀπὸ τῶν τετραγώνων στερεὰ
παραλληλεπίπεδα ἀναστήσωμεν ἰσοϋψῆ τῷ κώνῳ
ἃ καὶ καλεῖται πρίσματα, ἔσται τὸ ἀνασταθὲν ἀπὸ
τοῦ ΑΒΓΔ τετραγώνου ἥμισυ τοῦ ἀνασταθέντος ἀπὸ
τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγραφέντος τετραγώνου·
πρὸς ἄλληλα γάρ εἰσιν ὡς αἱ βάσεις· ὥστε καὶ τὰ τρί
τα· καὶ πυραμὶς ἄρα ἧς βάσις τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον
ἥμισύ ἐστι τῆς πυραμίδος τῆς ἀνασταθείσης ἀπὸ
τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγραφέντος τετραγώνου·
καί ἐστι μείζων ἡ πυραμὶς ἡ ἀνασταθεῖσα ἀπὸ τοῦ
περὶ τὸν κύκλον τετραγώνου τοῦ κώνου· ἐμπεριέχει
γὰρ αὐτόν· ἡ ἄρα πυραμὶς ἧς βάσις τὸ ΑΒΓΔ τε
τράγωνον, κορυφὴ δὲ ἡ αὐτὴ τῷ κώνῳ, μείζων

ἐστὶν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ κώνου· τετμήσθωσαν αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΑ
περιφέρειαι δίχα κατὰ τὰ Ε Ζ Η Θ σημεῖα. καὶ ἐπεζεύ-
χθωσαν αἱ ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ ΓΗ ΗΔ ΔΘ ΘΑ· καὶ ἕκαστον ἄρα
τῶν ΑΕΒ ΒΖΓ ΓΗΔ ΔΘΑ τριγώνων μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ
ἥμισυ μέρος τοῦ καθ' ἑαυτὸ τμήματος τοῦ ΑΒΓΔ κύ-
κλου. καὶ ἀνεστάτωσαν ἀφ' ἑκάστου τῶν ΑΕΒ ΒΖΓ ΓΗΔ
ΔΘΑ τριγώνων πυραμίδες τὴν αὐτὴν κορυφὴν
ἔχουσαι τῷ κώνῳ· καὶ ἑκάστη ἄρα τῶν ἀνασταθεισῶν
πυραμίδων κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον μείζων ἐστὶν ἢ τὸ
ἥμισυ μέρος τοῦ καθ' ἑαυτὸ τμήματος τοῦ κώνου·
τέμνοντες δὴ τὰς ὑπολειπομένας περιφερείας δί-
χα καὶ ἐπιζευγνύντες εὐθείας καὶ ἀνιστάντες ἐφ' ἑκά-
στου τῶν τριγώνων πυραμίδα τὴν αὐτὴν κορυφὴν
ἔχουσαν τῷ κώνῳ· καὶ τοῦτο ἀεὶ ποιοῦντες, κατα-
λείψομέν τινα τμήματα τοῦ κώνου ἃ ἔσται ἐλάττο-
να τῆς ὑπεροχῆς ἧς ὑπερέχει ὁ κῶνος τοῦ τρίτου
μέρους τοῦ κυλίνδρου· λελείφθω καὶ ἔστω τὰ ἐπὶ τῶν
ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ ΓΗ ΗΔ ΔΘ ΘΑ· λοιπὴ ἄρα ἡ πυραμὶς ἧς
βάσις μέν ἐστι τὸ ΑΕΒΖΓΗΔΘ πολύγωνον, κορυφὴ δὲ
ἡ αὐτὴ τῷ κώνῳ, μείζων ἐστὶν ἢ τρίτον μέρος τοῦ
κυλίνδρου· ἀλλ' ἡ πυραμὶς ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΑΕΒΖ
ΓΗΔΘ πολύγωνον, κορυφὴ δὲ ἡ αὐτὴ τῷ κώνῳ, τρί-
τον ἐστὶ μέρος τοῦ πρίσματος, οὗ βάσις μέν ἐστι τὸ
ΑΕΒΖΓΗΔΘ πολύγωνον, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυ-
λίνδρῳ· τὸ ἄρα πρίσμα οὗ βάσις μέν ἐστι τὸ ΑΕΒΖ
ΓΗΔΘ πολύγωνον, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ

Εἰ γὰρ ὁ κύλινδρος τοῦ κώνου ἐ-
λάττων ἢ τριπλασίων, ἀλ-
λὰ τὸ πρίσμα οὗ βάσις μὲν τὸ
ΑΕΒΖΓΗΔΘ πολύγωνον ὕψος
δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κώνῳ
ἢ τριπλάσιον τοῦ κώνου· καὶ τὸ πρίσμα
οὗ βάσις τὸ ΑΕΒΖΓΗΔΘ πο-
λύγωνον, ὕψος δὲ ἴσον τῷ κώνῳ
τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχον-
τος τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, ὕψος δὲ
ἴσον τῷ κώνῳ· ἀλλὰ καὶ ἔλατ-
τον· ἐμπεριέχεται γὰρ ὑπ' αὐτοῦ·
ὅπερ ἀδύνατον·

μεῖζόν ἐστι τοῦ κυλίνδρου οὗ, βάσις ἐστὶν ὁ ΑΒΓΔ κύκλος·
ἀλλὰ καὶ ἔλαττον· ἐμπεριέχεται γὰρ ὑπ' αὐτοῦ. ὅπερ ἐστὶν
ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ὁ κύλινδρος τοῦ κώνου ἐλάττων
ἐστὶν ἢ τριπλάσιος· ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ μείζων ἢ
τριπλάσιος· τρι-
πλάσιος ἄρα ὁ κύ-
λινδρος τοῦ κώνου·
ὥστε ὁ κῶνος τρίτον
ἐστὶ μέρος τοῦ κυλίν-
δρου· πᾶς ἄρα κῶ-
νος κυλίνδρου τρί-
τον μέρος ἐστὶ τοῦ
τὴν αὐτὴν βάσιν ἔ-
χοντος αὐτῷ καὶ ὕ-
ψος ἴσον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

ια Οἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλή-
λους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις· ἔστωσαν ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος κῶ-
νοι καὶ κύλινδροι· ὧν βάσεις μὲν εἰσὶν οἱ ΑΒΓΔ ΕΖΗΘ κύ-
κλοι. ἄξονες δὲ οἱ ΚΛ ΜΝ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύ-
κλος πρὸς τὸν ΕΖΗΘ ⁒ οὕτως ὁ ΑΛ κῶνος ⁒ ἢ πρὸς ἔλασ-
σόν τι τοῦ ΕΝ κώνου στερεὸν ἢ πρὸς μεῖζον· ἔστω πρό-
τερον πρὸς ἔλασσον τὸ Ξ· καὶ ᾧ ἔλασσόν ἐστι τὸ Ξ στερεὸν
τοῦ ΕΝ κώνου, ἐκείνῳ ἴσον ἔστω τὸ Ψ στερεόν· ὁ ΕΝ κῶ-
νος ἄρα ἴσος ἐστὶ τοῖς Ξ Ψ στερεοῖς· ἐγγεγράφθω
εἰς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον τετράγωνον τὸ ΕΖΗΘ· τὸ ἄρα τε-
τράγωνον μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ κύκλου· ἀνεστά-

⁒ [illegible] ΑΞ ΕΝ·

⁒ πρὸς τὸν ΕΝ· εἰ γὰρ μή, ἔσται ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύκλος
πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον, οὕτως
ὁ ΑΛ κῶνος ἤτοι πρὸς ἔλασ-
σόν τι τοῦ ΕΝ κώνου στερεὸν ε.

δ τοῦ β τοῦ ιβ

τὸ ἀπὸ τοῦ ΕΖΗΘ τετραγώνου πυραμὶς ἰσοϋψὴς τῷ κώ-
νῳ· ἡ ἄρα ἀναγραφεῖσα πυραμὶς μείζων ἐστὶν ἢ τὸ ἥμι-
συ τοῦ κώνου· ἐπειδήπερ ἐὰν περιγράψωμεν περὶ
τὸν κύκλον τετράγωνον καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἀναστήσωμεν πυ-
ραμίδα ἰσοϋψῆ τῷ κώνῳ, ἡ ἐγγραφεῖσα πυραμὶς
ἥμισύ ἐστι τῆς περιγραφείσης· πρὸς ἄλληλα γάρ
εἰσιν ὡς αἱ βάσεις· ἐλάττων δὲ ὁ κῶνος τῆς περι-
γραφείσης πυραμίδος· τετμήσθωσαν αἱ ΕΖ ΖΗ ΗΘ
ΘΕ περιφέρειαι δίχα κατὰ τὰ Ο Π Ρ Σ σημεῖα· καὶ ἐπε-
ζεύχθωσαν αἱ ΘΟ ΟΕ ΕΠ ΠΖ ΖΡ ΡΗ ΗΣ ΣΘ· ἕκαστον ἄρα
τῶν ΘΟΕ ΕΠΖ ΖΡΗ ΗΣΘ τριγώνων μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμι-
συ τοῦ καθ' ἑαυτὸ τμήματος τοῦ κύκλου· ἀνεστάτω
ἀφ' ἑκάστου τῶν ΘΟΕ ΕΠΖ ΖΡΗ ΗΣΘ τριγώνων πυ-
ραμὶς ἰσοϋψὴς τῷ κώνῳ· καὶ ἑκάστη ἄρα τῶν ἀνα-
σταθεισῶν πυραμίδων μείζων ἐστὶν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ
καθ' ἑαυτὴν τμήματος τοῦ κώνου· τέμνοντες δὴ
τὰς ὑπολειπομένας περιφερείας δίχα καὶ ἐπιζευ-
γνύντες εὐθείας καὶ ἀνιστάντες ἐφ' ἑκάστου τῶν τριγώ-
νων πυραμίδας ἰσοϋψεῖς τῷ κώνῳ καὶ ἀεὶ τοῦτο ποι-
οῦντες, καταλείψομέν τινα ἀποτμήματα τοῦ κώνου
ἅ, ἔσται ἐλάσσονα τοῦ Ξ στερεοῦ· λελείφθω καὶ ἔστω
τὰ ἐπὶ τῶν ΘΟΕ ΕΠΖ ΖΡΗ ΗΣΘ· λοιπὴ ἄρα ἡ πυρα-
μὶς ἧς βάσις τὸ ΘΟΕΠ ΖΡΗΣ πολύγωνον, ὕψος δὲ
τὸ αὐτὸ τῷ κώνῳ, μείζων ἐστὶ τοῦ Ξ στερεοῦ· ἀναγε-
γράφθω καὶ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τῷ ΘΟΕΠ ΖΡΗΣ πο-
λυγώνῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον πολύγωνον

·/. ἡ δὲ πυραμὶς ἧς βάσις τὸ ΕΖΗΘ τετράγωνον, κορυφὴ δὲ ἡ αὐτὴ τοῦ κώνου, μείζων ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ κώνου.

Εἰ γὰρ τὸ Ξ στερεὰ ... τῶν ἐν κώνῳ ... ΕΠΖ ΖΡΗ ΗΣΘ ἀποτμήματα, ... Ξ στερεοῦ λοιπὴ ἡ πυραμὶς ἧς βάσις τὸ ΘΟΕ ΠΖΡΗΣ πολύγωνον ... τὸ αὐτὸ τῷ κώνῳ ... Ξ στερεοῦ.

τὸ ΑΤΔΥ ΒΦΓΧ· καὶ ἀνεστάτω ἐπ' αὐτοῦ πυραμὶς ἰσοϋψὴς
τῷ ΑΛ κώνῳ· ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ, οὕτως τὸ ΑΤΔΥ ΒΦΓΧ πολύγωνον πρὸς
τὸ ΘΟΕΠ ΖΡΗΣ πολύγωνον· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ, οὕτως ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν ΕΖΗΘ
κύκλον· καὶ ὡς ἄρα ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύ-
κλον, οὕτως τὸ ΑΤΔΥ ΒΦΓΧ πολύγωνον πρὸς τὸ ΘΟΕΠ
ΖΡΗΣ πολύγωνον· ὡς δὲ ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν ΕΖΗΘ
κύκλον, οὕτως ὁ ΑΛ κῶνος πρὸς τὸ Ξ στερεόν· ὡς δὲ
τὸ ΑΤΔΥ ΒΦΓΧ πολύγωνον πρὸς τὸ ΘΟΕΠ ΖΡΗΣ πολύ-
γωνον, οὕτως ἡ πυραμὶς ἧς βάσις μὲν τὸ ΘΟΕΠ ΖΡΗΣ
πολύγωνον κορυφὴ δὲ τὸ Λ σημεῖον πρὸς τὴν πυρα-
μίδα ἧς βάσις μὲν τὸ ΘΟΕΠ ΖΡΗΣ πολύγωνον, κορυ-
φὴ δὲ τὸ Ν σημεῖον· καὶ ὡς ἄρα ὁ ΑΛ κῶνος πρὸς τὸ Ξ
στερεόν, οὕτως ἡ πυραμὶς ἧς βάσις μὲν τὸ ΑΤΔΥ ΒΦΓΧ
πολύγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Λ σημεῖον πρὸς τὴν πυρα-
μίδα ἧς βάσις μὲν τὸ ΘΟΕΠ ΖΡΗΣ πολύγωνον, κορυ-
φὴ δὲ τὸ Ν σημεῖον· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ ΑΛ κῶνος
πρὸς τὴν ἐν αὐτῷ πυραμίδα, οὕτως τὸ Ξ στερεὸν
πρὸς τὴν ἐν τῷ ΕΝ κώνῳ πυραμίδα· μείζων δὲ ὁ ΑΛ
κῶνος τῆς ἐν αὐτῷ πυραμίδος· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ Ξ
στερεὸν τῆς ἐν τῷ ΕΝ κώνῳ πυραμίδος· ἀλλὰ καὶ ἔλασ-
σον· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύκλος
πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον, οὕτως ὁ ΑΛ κῶνος πρὸς ἔλασ-
σόν τι τοῦ ΕΝ κώνου στερεόν· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι
οὐδὲ ἐστὶν ὡς ὁ ΕΖΗΘ κύκλος πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον.

λείπει

... ὑπόκειται ...

·/. ἐπ' αὐτοῦ τὸ ΑΤΔΥ ΒΦΓΧ πολύγωνον

οὕτως ὁ ΕΝ κῶνος πρὸς ἔλασσόν τι τοῦ ΑΛ κώνου στερεόν·
λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ ἐστὶν ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν ΕΖΗΘ
κύκλον. οὕτως ὁ ΑΛ κῶνος πρὸς μεῖζόν τι τοῦ ΕΝ κώ-
νου στερεόν· εἰ γὰρ δυνατόν. ἔστω πρὸς μεῖζον τὸ Ξ·
ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ ΕΖΗΘ κύκλος πρὸς τὸν ΑΒΓΔ.
οὕτως τὸ Ξ στερεὸν πρὸς τὸν ΑΛ κῶνον· ἀλλ' ὡς τὸ Ξ
στερεὸν πρὸς τὸν ΑΛ κῶνον. οὕτως ὁ ΕΝ κῶνος πρὸς
ἔλασσόν τι τοῦ ΑΛ κώνου στερεόν· καὶ ὡς ἄρα ὁ ΕΖΗΘ κύ-
κλος πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον. οὕτως ὁ ΕΝ κῶνος πρὸς
ἔλασσόν τι τοῦ ΑΛ κώνου στερεόν. ὅπερ ἀδύνατον ἐ-
δείχθη· οὐκ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν ΕΖΗΘ
κύκλον. οὕτως ὁ ΑΛ κῶνος πρὸς μεῖζόν τι τοῦ ΕΝ κώ-
νου στερεόν· ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ πρὸς ἔλασσον· ἔστιν
ἄρα ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον. οὕτως
ὁ ΑΛ κῶνος πρὸς τὸν ΕΝ κῶνον· ἀλλ' ὡς ὁ κῶνος πρὸς
τὸν κῶνον. ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον· τριπλά-
σιος γὰρ ἑκάτερος ἑκατέρου· καὶ ὡς ἄρα ὁ ΑΒΓΔ
κύκλος πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον. οὕτως οἱ ἐπ' αὐτῶν ἰ-
σοϋψεῖς τοῖς κώνοις κύλινδροι· οἱ ἄρα ὑπὸ τὸ αὐτὸ
ὕψος ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι. πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν
ὡς αἱ βάσεις. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~

ιβ Οἱ ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους ἐν τριπλασίο-
νι λόγῳ εἰσὶν τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων· ἔστωσαν ὅ-
μοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροι ὧν, βάσεις μὲν οἱ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ
κύκλοι. διάμετροι δὲ τῶν βάσεων οἱ ΒΔ, ΖΘ. ἄξονες δὲ
τῶν κώνων καὶ κυλίνδρων οἱ ΚΛ ΜΝ. λέγω ὅτι ὁ κῶνος
οὗ, βάσις μὲν ὁ ΑΒΓΔ κύκλος κορυφὴ δὲ τὸ Λ σημεῖ-
ον πρὸς τὸν κῶνον οὗ, βάσις μὲν ὁ ΕΖΗΘ κύκλος. κο-
ρυφὴ δὲ τὸ Ν σημεῖον. τριπλασίονα λόγον ἔχει. ἤ-
περ ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΖΘ· εἰ γὰρ μὴ ἔχει ὁ ΑΒΓΔΛ κῶνος
πρὸς τὸν ΕΖΗΘΝ κῶνον τριπλασίονα λόγον ἤπερ ἡ
ΒΔ πρὸς τὴν ΖΘ. ἕξει ὁ ΑΒΓΔΛ κῶνος ἢ πρὸς ἔλασσόν
τι τοῦ ΕΖΗΘΝ κώνου στερεὸν τριπλασίονα λόγον. ἢ
πρὸς μεῖζον· ἐχέτω πρὸς ἔλασσον πρότερον τὸ Ξ. καὶ
ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον τετράγωνον τὸ ΕΖΗΘ·
τὸ ἄρα ΕΖΗΘ τετράγωνον μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ
ΕΖΗΘ κύκλου. καὶ ἀνεστάτω ἀπὸ τοῦ ΕΖΗΘ τετραγώνου
πυραμὶς ἰσοϋψὴς τῷ κώνῳ· ἡ ἄρα ἀνασταθεῖσα
πυραμὶς μείζων ἐστὶν ἢ τὸ ἥμισυ μέρος τοῦ κώνου·
τετμήσθωσαν δὴ αἱ ΕΖ ΖΗ ΗΘ ΘΕ περιφέρειαι δίχα
κατὰ τὰ Ο Π Ρ Σ σημεῖα. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΟ ΟΖ ΖΠ
ΠΗ ΗΡ ΡΘ ΘΣ ΣΕ· καὶ ἕκαστον ἄρα τῶν ΕΟΖ ΖΠΗ ΗΡΘ
ΘΣΕ τριγώνων μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ μέρος τοῦ κα-
θ' ἑαυτὸ τμήματος τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου. καὶ ἀνεστάτω
ἐφ' ἑκάστου τῶν ΕΟΖ ΖΠΗ ΗΡΘ ΘΣΕ τριγώνων πυ-
ραμὶς τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα τῷ κώνῳ. καὶ
ἑκάστη ἄρα τῶν ἀνασταθεισῶν πυραμίδων μείζων·

ἐστὶν ἢ τὸ ἥμισυ μέρος τοῦ καθ' ἑαυτὴν τμήματος τοῦ κώνου· τέμνοντες δὴ τὰς ὑπολειπομένας περιφερείας δίχα καὶ ἐπιζευγνύντες εὐθείας καὶ ἀνιστάντες ἐφ' ἑκάστου τῶν τριγώνων πυραμίδας τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἐχούσας τῷ κώνῳ καὶ τοῦτο ἀεὶ ποιοῦντες, καταλείψομεν τινὰ ἀποτμήματα τοῦ κώνου ἃ ἔσται ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς ᾗ ὑπερέχει ὁ ΕΖΗΘΝ κῶνος τοῦ τρίτου μέρους· λελείφθω καὶ ἔστω τὰ ἐπὶ τῶν ΕΟ ΟΖ ΖΠ ΠΗ ΗΡ ΡΘ ΘϹ ϹΕ· λοιπὴ ἄρα ἡ πυραμὶς ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΕΟΖΠΗΡΘϹ πολύγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Ν σημεῖον, μείζων ἐστὶ τοῦ τρίτου μέρους. ἐγγεγράφθω καὶ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τῷ ΕΟΖΠΗΡΘϹ πολυγώνῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον πολύγωνον τὸ ΑΤΒΥΓΦΔΧ· καὶ ἀνεστάτω ἀπ' αὐτοῦ πυραμὶς τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα τῷ κώνῳ· καὶ τῶν μὲν περιεχόντων τὴν πυραμίδα ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΑΤΒΥΓΦΔΧ πολύγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Λ σημεῖον, ἓν τρίγωνον ἔστω τὸ ΛΒΤ· τῶν δὲ περιεχόντων τὴν πυραμίδα ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΕΟΖΠΗΡΘϹ πολύγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Ν σημεῖον, ἓν τρίγωνον ἔστω τὸ ΝΖΟ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΤ ΜΟ· καὶ ἐπεὶ ὅμοιός ἐστιν ὁ ΑΒΓΔ κῶνος τῷ ΕΖΗΘ κώνῳ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΖΘ οὕτως ὁ ΚΛ ἄξων πρὸς τὸν ΜΝ ἄξονα· ὡς δὲ ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΖΘ οὕτως ἡ ΒΚ πρὸς τὴν ΖΜ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΚ πρὸς τὴν ΖΜ οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΜΝ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΒΚ πρὸς τὴν ΚΛ οὕτως ἡ ΖΜ πρὸς τὴν ΜΝ. καὶ περὶ ἴσας γωνίας τὰς ὑπὸ ΒΚΛ ΖΜΝ αἱ πλευραὶ

ἀνάλογόν εἰσιν· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΚΛ τρίγωνον τῷ ΖΜΝ τριγώνῳ. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΚ πρὸς τὴν ΚΤ οὕτως ἡ ΖΜ πρὸς τὴν ΜΟ, καὶ περὶ ἴσας γωνίας τὰς ὑπὸ ΒΚΤ ΖΜΟ· ἐπειδήπερ ὃ μέρος ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΚΤ γωνία τῶν πρὸς τῷ Κ κέντρῳ τεσσάρων ὀρθῶν, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΜΟ γωνία τῶν πρὸς τῷ Μ κέντρῳ τεσσάρων ὀρθῶν· αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΚΤ τρίγωνον τῷ ΖΜΟ τριγώνῳ. πάλιν ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς ἡ ΒΚ πρὸς ΚΛ, οὕτως ἡ ΖΜ πρὸς τὴν ΜΝ· ἴση δὲ ἡ μὲν ΒΚ τῇ ΚΤ, ἡ δὲ ΖΜ τῇ ΜΟ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΤΚ πρὸς τὴν ΚΛ οὕτως ἡ ΟΜ πρὸς τὴν ΜΝ· καὶ περὶ ἴσας γωνίας τὰς ὑπὸ ΤΚΛ ΟΜΝ· ὀρθαὶ γάρ· αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΚΤ τρίγωνον τῷ ΝΜΟ τριγώνῳ· καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΛΚΒ ΝΜΖ τριγώνων ἐστὶν ὡς ἡ ΛΒ πρὸς ΒΚ οὕτως ἡ ΝΖ πρὸς ΖΜ· διὰ δὲ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΒΚΤ ΖΜΟ τριγώνων ἐστὶν ὡς ἡ ΚΒ πρὸς τὴν ΒΤ οὕτως ἡ ΜΖ πρὸς ΖΟ· δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΛΒ πρὸς τὴν ΒΤ οὕτως ἡ ΝΖ πρὸς τὴν ΖΟ· πάλιν ἐπεὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΛΤΚ ΝΟΜ τριγώνων ἐστὶν ὡς ἡ ΛΤ πρὸς τὴν ΤΚ οὕτως ἡ ΝΟ πρὸς τὴν ΟΜ· διὰ δὲ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΤΚΒ ΟΜΖ τριγώνων ἐστὶν ὡς ἡ ΚΤ πρὸς τὴν ΤΒ οὕτως ἡ ΜΟ πρὸς τὴν ΟΖ· δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΛΤ πρὸς τὴν ΤΒ οὕτως ἡ ΝΟ πρὸς τὴν ΟΖ· ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ ΤΒ πρὸς τὴν ΒΛ οὕτως ἡ ΟΖ πρὸς τὴν ΖΝ· δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΤΛ πρὸς τὴν ΛΒ οὕτως ἡ ΟΝ πρὸς τὴν ΝΖ· τῶν ΛΤΒ ΝΟΖ

ἄρα τρίγωνον. ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί· ἰσογώνια ἄρα ἐστὶ τὰ ΛΓΒ ΝΟΖ τρίγωνα· ὥστε καὶ ὅμοια. καὶ πυραμὶς ἄρα ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΒΚΓ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Λ σημεῖον, ὁμοία ἐστὶ πυραμίδι ἧς βάσις μὲν τὸ ΖΜΟ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Ν σημεῖον· ὑπὸ γὰρ ὁμοίων ἐπιπέδων περιέχονται ἴσων τὸ πλῆθος. αἱ δὲ ὅμοιαι πυραμίδες καὶ τριγώνους ἔχουσαι βάσεις ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν· ἡ ἄρα ΒΚΓΛ πυραμὶς πρὸς τὴν ΖΜΟΝ πυραμίδα τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΖΜ. ὁμοίως δὴ ἐπιζευγνυμένων ἀπὸ τῶν Α, Χ, Δ, Φ, Γ, Υ ἐπὶ τὸ Κ εὐθειῶν, καὶ ἀπὸ τῶν Ε, Σ, Θ, Ρ, Η, Π ἐπὶ τὸ Μ, καὶ ἀνισταμένων ἐπὶ τῶν τριγώνων πυραμίδων τὰς αὐτὰς κορυφὰς ἐχουσῶν τοῖς κώνοις, δείξομεν ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ὁμοταγῶν πυραμίδων πρὸς ἑκάστην ὁμοταγῆ πυραμίδα τριπλασίονα λόγον ἕξει ἤπερ ἡ ΒΚ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ΖΜ ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἤπερ ἡ ΒΔ πρὸς ΖΘ. ἀλλ' ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΒΚΓΛ πυραμὶς πρὸς τὴν ΖΜΟΝ πυραμίδα, οὕτως ἡ ὅλη πυραμὶς ἧς βάσις τὸ ΑΤΒΥΓΦΔΧ πολύγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Λ σημεῖον, πρὸς τὴν ὅλην πυραμίδα ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΕΟΖΠΗΡΘΣ πολύγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Ν σημεῖον· ὥστε καὶ πυραμὶς ἧς βάσις μὲν τὸ ΑΤΒΥΓΦΔΧ, κορυφὴ δὲ τὸ Λ, πρὸς τὴν πυραμίδα ἧς βάσις μὲν τὸ ΕΟΖΠΗΡΘΣ

σημ(είωσαι). Τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΔ πρὸς ΖΘ

πολύγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Ν· ἐναλλὰξ ἄρα ὡς ὁ κῶνος οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ ΑΒΓΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Λ, πρὸς τὴν ἐν αὐτῷ πυραμίδα ἧς βάσις μὲν τὸ ΑΤΒΥΓΦΔΧ πολύγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Λ, οὕτως τὸ Ξ στερεὸν πρὸς τὴν πυραμίδα ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΕΟΖΠΗΡΘΣ πολύγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Ν. μείζων δὲ ὁ εἰρημένος κῶνος τῆς ἐν αὐτῷ πυραμίδος· ἐμπεριέχει γὰρ αὐτήν. μεῖζον ἄρα καὶ τὸ Ξ στερεὸν τῆς πυραμίδος ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΕΟΖΠΗΡΘΣ πολύγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Ν. ἀλλὰ καὶ ἔλαττον· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ὁ κῶνος οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ ΑΒΓΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Λ σημεῖον, πρὸς ἔλασσόν τι τοῦ κώνου στερεὸν οὗ βάσις μὲν ὁ ΕΖΗΘ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Ν σημεῖον, τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΖΘ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ὁ ΕΖΗΘΝ κῶνος πρὸς ἔλασσόν τι τοῦ ΑΒΓΔΛ κώνου στερεὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΖΘ πρὸς τὴν ΒΔ. λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ ὁ ΑΒΓΔΛ κῶνος πρὸς μεῖζόν τι τοῦ ΕΖΗΘΝ κώνου στερεὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΖΘ. εἰ γὰρ δυνατόν, ἐχέτω πρὸς μεῖζον τὸ Ξ. ἀνάπαλιν ἄρα τὸ Ξ στερεὸν πρὸς τὸν ΑΒΓΔΛ κῶνον τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΖΘ πρὸς τὴν ΒΔ. ὡς δὲ τὸ Ξ στερεὸν πρὸς τὸν ΑΒΓΔΛ κῶνον, οὕτως ὁ ΕΖΗΘΝ κῶνος πρὸς ἔλασσόν τι τοῦ ΑΒΓΔΛ κώνου στερεόν· καὶ ὁ ΕΖΗΘΝ ἄρα κῶνος πρὸς ἔλασσόν τι τοῦ ΑΒΓΔΛ κώνου στερεὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΖΘ πρὸς τὴν ΒΔ· ὅπερ ἀδύνατον ἐδείχθη. οὐκ ἄρα

ὁ ΑΒΓΔΛ κῶνος πρὸς μεῖζόν τι τοῦ ΕΖΗΘΝ κώνου στερεὸν
τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΔ πρὸς ΖΘ. ἐδεί-
χθη δὲ ὅτι οὐδὲ πρὸς ἔλασσον· ὁ ΑΒΓΔΛ ἄρα κῶνος
πρὸς τὸν ΕΖΗΘΝ κῶνον τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ
ἡ ΒΔ πρὸς ΖΘ. ὡς δὲ ὁ κῶνος πρὸς τὸν κῶνον, ὁ
κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον· ἐδείχθη γὰρ πᾶς
κῶνος κυλίνδρου τρίτον μέρος τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν
ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον· καὶ ὁ κύλινδρος ἄρα πρὸς
τὸν κύλινδρον τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΔ
πρὸς ΖΘ. οἱ ἄρα ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς
ἀλλήλους ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βά-
σεσι διαμέτρων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

Τριπλάσιος γὰρ ὁ κύλινδρος τοῦ κώνου τοῦ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως καὶ ὕψος ἴσον ἔχοντος αὐτῷ· ἐδείχθη γὰρ π

Τ Χ Λ Β Κ Δ Υ Φ Γ Σ Ν Ε Ο Ζ Μ Θ Π Η Ρ

ιγ Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς
ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς
τὸν κύλινδρον, οὕτως ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα. κύ-
λινδρος γὰρ ὁ ΑΔ ἐπιπέδῳ τῷ ΗΘ τετμήσθω πα-
ραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις τοῖς ΑΒ ΓΔ.

καὶ συμβαλλέτω τῷ ΕΖ ἄξονι κατὰ τὸ Κ σημεῖον· λέγω ὅτι
ἐστὶν ὡς ὁ ΒΗ κύλινδρος πρὸς τὸν ΗΔ κύλινδρον, οὕτως
ὁ ΕΚ ἄξων πρὸς τὸν ΚΖ ἄξονα· ἐκβεβλήσθω γὰρ ὁ ΕΖ
ἄξων ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ ΛΜ σημεῖα καὶ ἐκκεί-
σθωσαν τῷ ΕΚ ἄξονι ἴσοι ὁσοιδηποτοῦν οἱ ΕΝ ΝΛ.
τῷ δὲ ΖΚ ἴσοι ὁσοιδηποτοῦν οἱ ΖΞ ΞΜ· καὶ διήχθω
διὰ τῶν ΛΝ ΞΜ σημείων ἐπίπεδα παράλληλα τοῖς
ΑΒ ΓΔ· καὶ νοείσθωσαν ἐν τοῖς διὰ τῶν ΛΝ ΞΜ ἐπιπέ-
δοις περὶ κέντρα τὰ ΛΝ ΞΜ κύκλοι οἱ ΟΠ ΡΣ ΤΥ ΦΧ
ἴσοι τοῖς ΑΒ ΓΔ· καὶ νοείσθωσαν κύλινδροι οἱ ΠΡ ΡΒ
ΔΤ ΤΧ· καὶ ἐπεὶ οἱ ΛΝ ΝΕ ΕΚ ἄξονες ἴσοι εἰσὶν ἀλλήλοις.
οἱ ἄρα ΠΡ ΡΒ ΒΗ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς
αἱ βάσεις· ἴσαι δέ εἰσιν αἱ βάσεις· ἴσοι ἄρα καὶ οἱ ΠΡ ΡΒ
ΒΗ κύλινδροι ἀλλήλοις· ἐπεὶ οὖν οἱ ΛΝ ΝΕ ΕΚ ἄξονες
ἴσοι εἰσὶν ἀλλήλοις. εἰσὶ δὲ καὶ οἱ ΠΡ ΡΒ ΒΗ κύλινδροι
ἴσοι ἀλλήλοις. καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΛΝ ΝΕ ΕΚ
τῷ πλήθει τῶν ΠΡ ΡΒ ΒΗ· ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ὁ
ΚΛ ἄξων τοῦ ΕΚ ἄξονος. τοσαυταπλασίων ἔσται καὶ
ὁ ΠΗ κύλινδρος τοῦ ΒΗ κυλίνδρου· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
καὶ ὁσαπλασίων ἐστὶν ὁ ΜΚ ἄξων τοῦ ΚΖ ἄξονος. το-
σαυταπλασίων ἐστὶ καὶ ὁ ΧΗ κύλινδρος τοῦ ΗΔ κυλίν-
δρου· καὶ εἰ μὲν ἴσος ἐστὶν ὁ ΚΛ ἄξων τῷ ΚΜ ἄξονι. ἴ-
σος ἔσται καὶ ὁ ΠΗ κύλινδρος τῷ ΗΧ κυλίνδρῳ· εἰ δὲ
μείζων ὁ ΚΛ ἄξων τοῦ ΚΜ ἄξονος. μείζων καὶ ὁ ΠΗ κυ-
λινδρος τοῦ ΗΧ κυλίνδρου. καὶ εἰ ἐλάσσων. ἐλάσσων·
τεσσάρων δὴ μεγεθῶν ὄντων ἀξόνων μὲν τῶν ΕΚ ΚΖ.

λῆμμα

[illegible]

κυλίνδρων δὲ τῶν ΒΗ ΗΔ· εἴληπται ἰσάκις πολλαπλάσια· τοῦ μὲν ΕΚ ἄξονος καὶ τοῦ ΒΗ κυλίνδρου· ὅ τε ΛΚ ἄξων καὶ ὁ ΠΗ κύλινδρος· τοῦ δὲ ΚΖ ἄξονος καὶ τοῦ ΗΔ κυλίνδρου· ὅ τε ΚΜ ἄξων καὶ ὁ ΗΧ κύλινδρος· καὶ δέδεικται ὅτι εἰ ὑπερέχει ὁ ΚΛ ἄξων τοῦ ΚΜ ἄξονος· ὑπερέχει καὶ ὁ ΠΗ κύλινδρος τοῦ ΗΧ κυλίνδρου· καὶ εἰ ἴσος ἴσος· καὶ εἰ ἐλάσσων ἐλάσσων· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΕΚ ἄξων πρὸς τὸν ΚΖ ἄξονα· οὕτως ὁ ΒΗ κύλινδρος πρὸς τὸν ΗΔ κύλινδρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

ιδ Οἱ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη· ἔστωσαν γὰρ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΑΒ ΓΔ κύκλων κύλινδροι οἱ ΖΔ ΕΒ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ ΕΒ κύλινδρος πρὸς τὸν ΖΔ κύλινδρον· οὕτως ὁ ΗΘ ἄξων πρὸς τὸν ΚΛ ἄξονα· ἐκβεβλήσθω γὰρ ὁ ΚΛ ἄξων ἐπὶ τὸ Ν σημεῖον· καὶ κείσθω τῷ ΗΘ ἄξονι ἴσος ὁ ΛΝ· καὶ περὶ ἄξονα τὸν ΛΝ κύλινδρος νενοήσθω ὁ ΓΜ· ἐπεὶ οὖν οἱ ΕΒ ΓΜ κύλινδροι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος εἰσί· πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις· ἴσαι δέ εἰσιν αἱ βάσεις ἀλλήλαις· ἴσοι ἄρα εἰσὶ καὶ οἱ ΕΒ ΓΜ κύλινδροι ἀλλήλοις· καὶ ἐπεὶ κύλινδρος ὁ ΖΜ ἐπιπέδῳ τέτμηται τῷ ΓΔ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΓΜ κύλινδρος πρὸς τὸν ΖΔ κύλινδρον· οὕτως ὁ ΛΝ ἄξων πρὸς τὸν ΚΛ ἄξονα· ἴσος δέ ἐστιν ὁ μὲν ΓΜ κύλινδρος τῷ ΕΒ κυλίνδρῳ· ὁ δὲ ΛΝ ἄξων τῷ ΗΘ ἄξονι· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΕΒ κύλινδρος πρὸς τὸν ΖΔ κύλινδρον· οὕτως ὁ ΗΘ ἄξων πρὸς τὸν ΚΛ ἄξονα· ὡς δὲ ὁ ΕΒ κύλινδρος πρὸς τὸν ΖΔ κύλινδρον· οὕτως ὁ ΑΒΗ κῶνος πρὸς τὸν ΓΔΚ κῶνον· τριπλάσιοι γὰρ οἱ κύλινδροι τῶν κώνων· καὶ ὡς ἄρα ὁ ΗΘ ἄξων πρὸς τὸν ΚΛ ἄξονα· οὕτως ὁ ΑΒΗ κῶνος πρὸς τὸν ΓΔΚ κῶνον· καὶ ὁ ΕΒ κύλινδρος πρὸς τὸν ΖΔ κύλινδρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

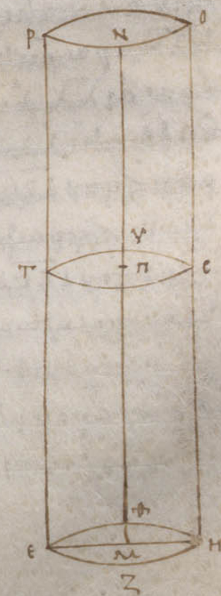
ιε Τῶν ἴσων κώνων καὶ κυλίνδρων· ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· καὶ ὧν κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι· ἔστωσαν ἴσοι κῶνοι καὶ κύλινδροι· ὧν βάσεις μὲν οἱ ΑΒΓΔ ΕΖΗΘ κύκλοι· διάμετροι δὲ αὐτῶν αἱ ΑΓ ΕΗ· ἄξονες δὲ οἱ ΚΛ ΜΝ· οἵτινες καὶ ὕψη εἰσὶ τῶν κώνων ἢ κυλίνδρων·



καὶ συμπεπληρώσθωσαν οἱ ΑΞ, ΕΟ κύλινδροι. λέγω ὅτι
τῶν ΑΞ, ΕΟ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς
ὕψεσιν· τουτέστιν ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒΓΔ βάσις πρὸς τὴν
ΕΖΗΘ βάσιν, οὕτως τὸ ΜΝ ὕψος πρὸς τὸ ΛΚ ὕψος. τὸ
γὰρ ΛΚ ὕψος τῷ ΜΝ ὕψει ἤτοι ἴσον ἐστὶν ἢ οὔ. ἔστω
πρότερον ἴσον. ἔστι δὲ καὶ ὁ ΑΞ κύλινδρος τῷ ΕΟ κυ-
λίνδρῳ ἴσος. οἱ δὲ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες κῶνοι
καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις· ἴση
ἄρα καὶ ἡ ΑΒΓΔ βάσις τῇ ΕΖΗΘ βάσει. ὥστε καὶ ἀντιπέ-
πονθεν ὡς ἡ ΑΒΓΔ βάσις πρὸς τὴν ΕΖΗΘ βάσιν, οὕ-
τως τὸ ΜΝ ὕψος πρὸς τὸ ΛΚ ὕψος. ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω τὸ
ΛΚ ὕψος τῷ ΜΝ ἴσον, ἀλλ' ἔστω μεῖζον τὸ ΜΝ. καὶ κείσθω
τῷ ΛΚ ὕψει ἴσον τὸ ΠΜ. καὶ διὰ τοῦ Π σημείου τετμήσθω
ὁ ΕΟ κύλινδρος ἐπιπέδῳ τῷ ΤΥΣ παραλλήλῳ ὄντι
τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις τῶν ΕΖΗΘ, ΡΟ κύκλων·
καὶ ἀπὸ βάσεως μὲν τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου, ὕψους δὲ τοῦ
ΜΠ, κύλινδρος νενοήσθω ὁ ΕΣ. καὶ ἐπεὶ ἴσος ἐστὶν ὁ ΑΞ
κύλινδρος τῷ ΕΟ κυλίνδρῳ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΑΞ κυλίν-
δρος πρὸς τὸν ΕΣ κύλινδρον, οὕτως ὁ ΕΟ κύλινδρος
πρὸς τὸν ΕΣ κύλινδρον. ἀλλ' ὡς μὲν ὁ ΑΞ κύλινδρος
πρὸς τὸν ΕΣ κύλινδρον, οὕτως ἡ ΑΒΓΔ βάσις πρὸς τὴν
ΕΖΗΘ βάσιν· ὑπὸ γὰρ τὸ αὐτὸ ὕψος εἰσὶν οἱ ΑΞ, ΕΣ κύ-
λινδροι· ὡς δὲ ὁ ΕΟ κύλινδρος πρὸς τὸν ΕΣ, οὕτως
τὸ ΜΝ ὕψος πρὸς τὸ ΠΜ ὕψος· ὁ γὰρ ΕΟ κύλινδρος ἐπι-
πέδῳ τέτμηται παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον
ἐπιπέδοις· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒΓΔ βάσις πρὸς τὴν ΕΖΗ[Θ]

βάσιν, οὕτως τὸ ΜΝ ὕψος πρὸς τὸ ΠΜ ὕψος. ἴσον δὲ τὸ
ΠΜ ὕψος τῷ ΚΛ ὕψει· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒΓΔ βάσις πρὸς
τὴν ΕΖΗΘ, οὕτως τὸ ΜΝ ὕψος πρὸς τὸ ΚΛ ὕψος. τῶν
ἄρα ΑΞ, ΕΟ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις
τοῖς ὕψεσιν. καὶ ἔστω ὡς ἡ ΑΒΓΔ βάσις πρὸς τὴν ΕΖΗΘ βάσιν,
οὕτως τὸ ΜΝ ὕψος πρὸς τὸ ΚΛ ὕψος· λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶν
ὁ ΑΞ κύλινδρος τῷ ΕΟ κυλίνδρῳ. τῶν γὰρ αὐτῶν
κατασκευασθέντων, ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒΓΔ βάσις πρὸς
τὴν ΕΖΗΘ βάσιν, οὕτως τὸ ΜΝ ὕψος πρὸς τὸ ΚΛ ὕ-
ψος. ἴσον δὲ τὸ ΚΛ ὕψος τῷ ΠΜ ὕψει· ἔστιν ἄρα ὡς
ἡ ΑΒΓΔ βάσις πρὸς τὴν ΕΖΗΘ βάσιν, οὕτως τὸ ΜΝ
ὕψος πρὸς τὸ ΠΜ ὕψος. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΒΓΔ βάσις
πρὸς τὴν ΕΖΗΘ βάσιν, οὕτως ὁ ΑΞ κύλινδρος πρὸς
τὸν ΕΣ κύλινδρον· ὑπὸ γὰρ τὸ αὐτὸ ὕψος εἰσίν· ὡς δὲ
τὸ ΜΝ ὕψος πρὸς τὸ ΠΜ ὕψος, οὕτως ὁ ΕΟ κύλινδρος
πρὸς τὸν ΕΣ κύλινδρον.
ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΑΞ κύ-
λινδρος πρὸς τὸν ΕΣ
κύλινδρον, οὕτως
ὁ ΕΟ κύλινδρος πρὸς
τὸν ΕΣ. ἴσος ἄρα ὁ
ΑΞ κύλινδρος τῷ
ΕΟ κυλίνδρῳ. ὡσ-
αύτως δὲ καὶ ἐπὶ
τῶν κώνων. ὅπερ
ἔδει δεῖξαι.





ις Δύο κύκλων περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ὄντων εἰς τὸν μείζονα κύκλον πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον ἐγγράψαι μὴ ψαῦον τοῦ ἐλάσσονος κύκλου· ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓΔ ΕΖΗΘ περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τὸ Κ· δεῖ δὴ εἰς τὸν μείζονα κύκλον τὸν ΑΒΓΔ πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον ἐγγράψαι μὴ ψαῦον τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου· ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Κ κέντρου εὐθεῖα ἡ ΒΚΔ. καὶ ἀπὸ τοῦ Η σημείου τῇ ΒΔ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΗΑ καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Γ· ἡ ΑΓ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου· τέμνοντες δὴ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν δίχα καὶ τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς δίχα καὶ τοῦτο ἀεὶ ποιοῦντες καταλείψομεν περιφέρειαν ἐλάσσονα τῆς ΑΔ. λελείφθω καὶ ἔστω ἡ ΛΔ. καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὴν ΒΔ κάθετος ἤχθω ἡ ΛΜ καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Ν. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΛΔ ΔΝ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΔ τῇ ΔΝ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΛΝ τῇ ΑΓ, ἡ δὲ ΑΓ ἐφάπτεται τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου, ἡ ΛΝ ἄρα οὐκ ἐφάπτεται τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου· πολλῷ ἄρα αἱ ΛΔ ΔΝ οὐκ ἐφάπτονται τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου. ἐὰν δὴ τῇ ΛΔ εὐθείᾳ ἴσας κατὰ τὸ συνεχὲς ἐναρμόσωμεν εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, ἐγγραφήσεται εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον μὴ ψαῦον τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τοῦ ΕΖΗΘ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιζ Δύο σφαιρῶν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον οὐσῶν εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν στερεὸν πολύεδρον ἐγγράψαι μὴ ψαῦον τῆς ἐλάσσονος σφαίρας κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν· νενοήσθωσαν δύο σφαῖραι περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τὸ Α· δεῖ δὴ εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν στερεὸν πολύεδρον ἐγγράψαι μὴ ψαῦον τῆς ἐλάσσονος σφαίρας κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν· τετμήσθωσαν αἱ σφαῖραι ἐπιπέδῳ τινὶ διὰ τοῦ κέντρου· ἔσονται δὴ αἱ τομαὶ κύκλοι, ἐπειδήπερ μενούσης τῆς διαμέτρου καὶ περιφερομένου τοῦ ἡμικυκλίου ἐγίγνετο ἡ σφαῖρα· ὥστε καὶ καθ' οἵας ἂν θέσεως ἐπινοήσωμεν τὸ ἡμικύκλιον, τὸ δι' αὐτοῦ ἐκβαλλόμενον ἐπίπεδον ποιήσει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας κύκλον. καὶ φανερὸν ὅτι καὶ μέγιστον, ἐπειδήπερ ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας, ἥτις ἐστὶ καὶ τοῦ ἡμικυκλίου διάμετρος δηλαδὴ καὶ τοῦ κύκλου, μείζων ἐστὶ πασῶν τῶν εἰς τὸν κύκλον ἢ τὴν σφαῖραν διαγομένων εὐθειῶν. ἔστω οὖν ἐν μὲν τῇ μείζονι σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΒΓΔΕ, ἐν δὲ τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΖΗΘ, καὶ ἤχθωσαν αὐτῶν δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΒΔ ΓΕ, καὶ δύο κύκλων περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ὄντων τῶν ΒΓΔΕ ΖΗΘ εἰς τὸν μείζονα κύκλον τὸν ΒΓΔΕ πολύγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἀρτιόπλευρον ἐγγεγράφθω μὴ ψαῦον τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τοῦ ΖΗΘ, οὗ πλευραὶ ἔστωσαν ἐν τῷ ΒΕ τεταρτημορίῳ αἱ ΒΚ ΚΛ ΛΜ ΜΕ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΚΑ διήχθω ἐπὶ τὸ Ν, καὶ ἀνεστάτω ἀπὸ τοῦ Α σημείου τῷ τοῦ ΒΓΔΕ κύκλου ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρ-



[illegible]

τὴν σφαῖραν ἐκ πυραμίδων συγκείμενον· ὧν βάσεις
τὰ εἰρημένα τετράπλευρα καὶ τὸ ΥΞΡ τρίγωνον καὶ τὰ
ὁμοιοταγῆ αὐτοῖς, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον· λέγω
ὅτι τὸ εἰρημένον πολύεδρον οὐκ ἐφάψεται τῆς ἐλάσ-
σονος σφαίρας κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν ἐφ' ἧς ἐστιν
ὁ ΖΗΘ κύκλος. ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α σημείου ἐπὶ τὸ τοῦ
ΚΒΟΣ τετραπλεύρου ἐπίπεδον κάθετος ἡ ΑΨ καὶ συμ-
βαλλέτω τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Ψ σημεῖον· καὶ ἐπεζεύ-
χθωσαν αἱ ΒΨ ΨΚ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΨ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ τοῦ
ΚΒΟΣ τετραπλεύρου ἐπίπεδον· καὶ πρὸς πάσας ἄ-
ρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ
τοῦ τετραπλεύρου ἐπιπέδῳ ὀρθή ἐστιν ἡ ΑΨ· ἡ ΑΨ
ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς ἑκατέραν τῶν ΒΨ ΨΚ· καὶ ἐπεὶ ἴ-
ση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΑΚ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τῷ
ἀπὸ τῆς ΑΚ· καί ἐστι τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσα τὰ
ἀπὸ τῶν ΑΨ ΨΒ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Ψ· τῷ δὲ
ἀπὸ τῆς ΑΚ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΨ ΨΚ· τὰ ἄρα ἀ-
πὸ τῶν ΑΨ ΨΒ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΨ ΨΚ· κοι-
νὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΑΨ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΒΨ λοιπῷ τῷ ἀπὸ τῆς ΨΚ ἴσον ἐστίν· ἴ-
ση ἄρα ἡ ΒΨ τῇ ΨΚ· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ αἱ
ἀπὸ τοῦ Ψ ἐπὶ τὰ Ο Σ ἐπιζευγνύμεναι εὐθεῖαι ἴσαι ε-
ἰσὶν ἑκατέρᾳ τῶν ΒΨ ΨΚ· ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Ψ
καὶ διαστήματι ἑνὶ τῶν ΨΒ ΨΚ γραφόμενος κύκλος
ἥξει καὶ διὰ τῶν Ο Σ, καὶ ἔσται ἐν κύκλῳ τὸ ΚΒΟΣ τετρά-
πλευρον· καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΚΒ τῆς ΦΧ, ἴση δὲ

ιϛ

[ἴ]ση ἡ ΚΒ ἑκατέρᾳ τῶν ΚΣ ΒΟ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΚΣ ΒΟ τῆς ΣΟ μείζων ἐστίν·

ἡ ΧΦ τῆς ΣΟ· μείζων ἄρα ἡ ΚΒ τῆς ΣΟ: | καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ
τετράπλευρόν ἐστι τὸ ΚΒΟΣ· καὶ ἴσαι αἱ ΚΒ ΒΟ ΚΣ· καὶ ἐλάττων
ἡ ΟΣ· καὶ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐστὶν ἡ ΒΨ· τὸ ἄρα
ἀπὸ τῆς ΚΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΨ μεῖζόν ἐστιν ἢ διπλάσιον·
ἤχθω ἀπὸ τοῦ Κ ἐπὶ τὴν ΒΔ κάθετος ἡ ΚΦ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΒΔ
τῆς ΔΦ ἐλάττων ἐστὶν ἢ διπλῆ· καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς
τὴν ΔΦ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΔΒ ΒΦ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν
ΔΦ ΦΒ· ἀναγραφομένου ἀπὸ τῆς ΒΦ τετραγώνου καὶ
συμπληρουμένου τοῦ ἐπὶ τῆς ΦΔ παραλληλογράμ-
μου· καὶ τὸ ὑπὸ ΔΒ ΒΦ ἄρα τοῦ ὑπὸ ΔΦ ΦΒ ἔλαττόν
ἐστιν ἢ διπλάσιον· καὶ ἔστι τῆς ΚΔ ἐπιζευγνυμένης
τὸ μὲν ὑπὸ ΔΒ ΒΦ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΒΚ· τὸ δὲ ὑπὸ
τῶν ΔΦ ΦΒ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΚΦ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς
ΚΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΚΦ ἔλασσόν ἐστιν ἢ διπλάσιον· ἀλλὰ
τὸ ἀπὸ τῆς ΚΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΨ μεῖζόν ἐστιν ἢ διπλάσι-
ον· μεῖζον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΚΦ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΨ· καὶ
ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΑ τῇ ΚΑ, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τῷ
ἀπὸ τῆς ΚΑ· καί ἐστι τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΒΑ ἴσα τὰ ἀ-
πὸ τῶν ΒΨ ΨΑ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΚΑ ἴσα τὰ ἀπὸ
τῶν ΚΦ ΦΑ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΒΨ ΨΑ ἴσα ἐστὶ τοῖς
ἀπὸ τῶν ΚΦ ΦΑ· ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΚΦ μεῖζον τοῦ ἀπὸ
τῆς ΒΨ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΦΑ ἔλασσόν ἐστι τοῦ
ἀπὸ τῆς ΨΑ· μείζων ἄρα ἡ ΑΨ τῆς ΑΦ· πολλῷ ἄ-
ρα ἡ ΑΨ μείζων ἐστὶ τῆς ΑΗ· καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΑΨ ἐπὶ μί-
αν τοῦ πολυέδρου βάσιν· ἡ δὲ ΑΗ ἐπὶ τὴν τῆς ἐλάσ-
σονος σφαίρας ἐπιφάνειαν· ὥστε τὸ πολύεδρον

οὐ ψαύσει τῆς ἐλάσσονος σφαίρας κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν·
δεικτέον δὴ καὶ ἑτέρως προχειρότερον· ὅτι μείζων ἐστὶν
ἡ ΑΦ τῆς ΑΗ· ἤχθω ἀπὸ τοῦ Η τῇ ΑΗ πρὸς ὀρθὰς

./. ἡ ΗΛ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΛ ./.

ἡ Η· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Α· τέμνοντες δὴ τὴν ΕΒ περιφέ-
ρειαν δίχα καὶ τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς δίχα· καὶ τοῦτο ἀεὶ

διὰ τὸ ιϛ΄ τοῦ ιβ΄

ποιοῦντες· καταλείψομέν τινα περιφέρειαν ἣ ἔσται
ἐλάσσων τῆς ὑποτεινομένης τοῦ ΒΓΔΕ κύκλου πε-
ριφερείας ὑπὸ τῆς ἴσης τῆς ΗΛ· λελείφθω καὶ ἔστω
ἡ ΚΒ περιφέρεια· ἐλάσσων ἄρα καὶ ἡ ΚΒ εὐθεῖα τῆς
ΗΛ· καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ ἐστὶ τὸ ΒΚϹΟ τετράπλευρον· καὶ εἰσὶν
ἴσαι αἱ ΟΒ ΒΚ ΚϹ· καὶ ἐλάττων ἡ ΟϹ· ἀμβλεῖα ἄρα
ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΦΚ γωνία· μείζων ἄρα ἡ ΚΒ τῆς
ΒΦ· ἀλλὰ τῆς ΚΒ μείζων ἐστὶν ἡ ΗΛ· πολλῷ ἄρα ἡ ΗΛ
μείζων ἐστὶ τῆς ΒΦ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΛ τοῦ
ἀπὸ τῆς ΒΦ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΛ τῇ ΑΒ· ἴσον καὶ τὸ
ἀπὸ τῆς ΑΛ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ· ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ
τῆς ΑΛ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΛ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς
ΑΒ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΒΦ ΦΑ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΗ
ΗΛ ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΦ ΦΑ· ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΒΦ
ἔλαττόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΛ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ
τῆς ΦΑ μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΑΗ· μείζων ἄρα ἡ ΑΦ
τῆς ΑΗ· δύο ἄρα σφαιρῶν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον
οὐσῶν· εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν στερεὸν πολύε-
δρον ἐγγέγραπται μὴ ψαῦον τῆς ἐλάσσονος σφαίρας
κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~
Ἐὰν δὲ καὶ εἰς ἑτέραν σφαῖραν τῷ ἐν τῇ ΒΓΔΕ σφαί-
ρᾳ στερεῷ πολυέδρῳ ὅμοιον στερεὸν πολύεδρον ἐγ-
γραφῇ· τὸ ἐν τῇ ΒΓΔΕ σφαίρᾳ στερεὸν πολύεδρον πρὸς τὸ ἐν τῇ ἑτέρᾳ σφαίρᾳ στερεὸν πολύεδρον
τριπλασίονα λόγον ἔχει· ἤπερ ἡ τῆς ΒΓΔΕ σφαίρας
διάμετρος πρὸς τὴν τῆς ἑτέρας σφαίρας διάμετρον·
διαιρεθέντων γὰρ τῶν στερεῶν εἰς τὰς ὁμοιοπλη-
θεῖς καὶ ὁμοιοταγεῖς πυραμίδας· ἔσονται αἱ πυραμί-
δες ὅμοιαι· αἱ δὲ ὅμοιαι πυραμίδες πρὸς ἀλλήλας
ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν·

διὰ τὸ η΄ τοῦ ιβ΄

ἡ ἄρα πυραμὶς ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΚΒΟϹ τετρά-
πλευρον· κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον πρὸς τὴν ἐν τῇ
ἑτέρᾳ σφαίρᾳ ὁμοιοταγῆ πυραμίδα· τριπλασίο-
να λόγον ἔχει· ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν
ὁμόλογον πλευράν· τουτέστιν ἤπερ ἡ ΑΒ ἐκ τοῦ
κέντρου τῆς σφαίρας τῆς περὶ τὸ κέντρον τὸ Α
πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἑτέρας σφαίρας· ὁ-
μοίως καὶ ἑ-
κάστη πυ-
ραμὶς τῶν
ἐν τῇ περὶ
τὸ κέντρον
τὸ Α σφαί-
ρᾳ πρὸς
ἑκάστην ὁ-
μοταγῆ πυ-
ραμίδα τῶν
ἐν τῇ ἑτέρᾳ

Δ τοῦ ιβ τοῦ ε σφαῖρ[…] τριπλασίονι λόγῳ ἐστί. ἤπερ ἡ ΑΔ πρὸς
τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἑτέρας σφαίρας. ὡς δὲ ἓν τῶν
ἡγουμένων πρὸς ἕν, τῶν ἑπομένων. οὕτως ἅπαν-
τα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα. ὡς ἄρα
ὅλον τὸ ἐν τῇ περὶ τὸ κέντρον τὸ Α σφαίρᾳ στερε-
ὸν πολύεδρον. πρὸς ὅλον τὸ ἐν τῇ ἑτέρᾳ σφαίρᾳ στε-
ρεὸν πολύεδρον. τριπλασίονα λόγον ἐστί. ἤπερ
ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἑτέρας σφαίρας.
τουτέστιν ἤπερ ἡ ΒΔ διάμετρος πρὸς τὴν τῆς ἑτέρας
σφαίρας διάμετρον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

ΙΗ Αἱ σφαῖραι πρὸς ἀλλήλας ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰ-
σὶν τῶν ἰδίων διαμέτρων. νοείσθωσαν σφαῖραι
αἱ ΑΒΓ ΔΕΖ διάμετροι δὲ αὐτῶν αἱ ΒΓ ΕΖ. λέγω ὅ-
τι ἡ ΑΒΓ σφαῖρα πρὸς τὴν ΔΕΖ σφαῖραν τριπλα-
σίονα λόγον ἔχει. ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ. εἰ γὰρ μὴ ἡ
ΑΒΓ σφαῖρα πρὸς τὴν ΔΕΖ σφαῖραν τριπλασίονα
λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ. ἕξει ἄρα ἡ ΑΒΓ
σφαῖρα πρὸς ἐλάσσονά τινα τῆς ΔΕΖ σφαίρας
τριπλασίονα λόγον ἢ πρὸς μείζονα. ἤπερ ἡ ΒΓ
πρὸς τὴν ΕΖ. ἐχέτω πρότερον πρὸς ἐλάσσονα τὴν
ΗΘΚ. καὶ νενοήσθω ἡ ΔΕΖ (σφαῖρα) τῇ ΗΘΚ περὶ τὸ αὐτὸ κέν-
τρον. καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν τὴν
Δ τοῦ προλ ΔΕΖ στερεὸν πολύεδρον μὴ ψαῦον τῆς ἐλάσσονος
σφαίρας τῆς ΗΘΚ κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν. ἐγγεγρά-
φθω δὲ καὶ εἰς τὴν ΑΒΓ σφαῖραν τῷ ἐν τῇ ΔΕΖ σφαίρᾳ
στερεῷ πολυέδρῳ ὅμοιον στερεὸν πολύεδρον. τὸ

ἄρα ἐν τῇ ΑΒΓ στερεὸν πολύεδρον πρὸς τὸ ἐν τῇ ΔΕΖ
στερεὸν πολύεδρον. τριπλασίονα λόγον ἔχει. ἤπερ
ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ. ἔχει δὲ καὶ ἡ ΑΒΓ σφαῖρα πρὸς τὴν
ΗΘΚ σφαῖραν τριπλασίονα λόγον. ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς
τὴν ΕΖ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒΓ σφαῖρα πρὸς τὴν ΗΘΚ
σφαῖραν. οὕτως τὸ ἐν τῇ ΑΒΓ σφαίρᾳ στερεὸν πο-
λύεδρον πρὸς τὸ ἐν τῇ ΔΕΖ σφαίρᾳ στερεὸν πολύε-
δρον. ἐναλλὰξ ἄρα ὡς ἡ ΑΒΓ σφαῖρα πρὸς τὸ ἐν αὐ-
τῇ πολύεδρον. οὕτως ἡ ΗΘΚ σφαῖρα πρὸς τὸ ἐν
τῇ ΔΕΖ σφαίρᾳ στερεὸν πολύεδρον. μείζων δὲ
ἡ ΑΒΓ σφαῖρα τοῦ ἐν αὐτῇ πολυέδρου. μείζων ἄ-
ρα καὶ ἡ ΗΘΚ σφαῖρα τοῦ ἐν τῇ ΔΕΖ σφαίρᾳ πολυ-
έδρου. ἀλλὰ καὶ ἐλάττων. ἐμπεριέχεται γὰρ ὑπ' αὐ-
τοῦ. οὐκ ἄρα ἡ ΑΒΓ σφαῖρα πρὸς ἐλάσσονα τῆς
ΔΕΖ σφαίρας τριπλασίονα λόγον ἔχει. ἤπερ ἡ ΒΓ
διάμετρος πρὸς τὴν ΕΖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν. ὅτι παλιν τὰ αὐ
οὐδὲ ἡ ΔΕΖ σφαῖρα πρὸς ἐλάσσονα τῆς ΑΒΓ σφαί-
ρας τριπλασίονα λόγον ἔχει. ἤπερ ἡ ΕΖ πρὸς τὴν
ΒΓ. λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ ἡ ΑΒΓ σφαῖρα πρὸς μείζο-
νά τινα τῆς ΔΕΖ σφαίρας τριπλασίονα λόγον
ἔχει. ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ. εἰ γὰρ δυνατόν. ἐχέ-
τω πρὸς μείζονα τὴν ΛΜΝ. ἀνάπαλιν ἄρα ἡ
ΛΜΝ σφαῖρα πρὸς τὴν ΑΒΓ σφαῖραν τριπλασίο-
να λόγον ἔχει. ἤπερ ἡ ΕΖ διάμετρος πρὸς τὴν ΒΓ Δ τοῦ ε τοῦ αυ
διάμετρον. ὡς δὲ ἡ ΛΜΝ σφαῖρα πρὸς τὴν ΑΒΓ
σφαῖραν. οὕτως ἡ ΔΕΖ σφαῖρα πρὸς ἐλάσσονα Δ τοῦ αυ



τμῆμα τῆς ΑΒΓ σφαίρας ὡς ἐν τῷ πρὸ τούτου ἐδείχθη. ὡς
δὴ ὥσπερ μείζων ἐστὶν ἡ ΛΜΝ τῆς ΔΕΖ· καὶ ἡ ΔΕΖ σφαῖρα
πρὸς ἐλάσσονα τῆς ΑΒΓ σφαίρας τριπλασίονα λό-
γον ἔχει. ἤπερ ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΒΓ. ὅπερ ἀδύνατον ἐδεί-
χθη· οὐκ ἄρα ἡ ΑΒΓ σφαῖρα πρὸς μείζονα τῆς ΔΕΖ
σφαίρας τριπλασίονα λόγον ἔχει. ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς
τὴν ΕΖ· ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ πρὸς ἐλάσσονα· ἡ
ἄρα ΑΒΓ σφαῖρα πρὸς τὴν ΔΕΖ σφαῖραν τριπλα-
σίονα λόγον ἔχει. ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ. ὅπερ ἔ-
δει δεῖξαι:—

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΕΡΕΩΝ Β ΕΣΤΙ ΔΕ ΤΟ ΙΒ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ. τὸ
μεῖζον τμῆμα προσλαβὸν τὴν ἡμίσειαν τῆς ὅλης.
πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς
ὅλης· εὐθεῖα γὰρ γραμμὴ ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λό-
γον τετμήσθω κατὰ τὸ Γ σημεῖον. καὶ ἔστω μεῖζον τμῆ-
μα τὸ ΑΓ. καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας τῇ ΓΑ εὐθεῖα
ἡ ΑΔ. καὶ κείσθω τῆς ΑΒ ἡμίσεια ἡ ΑΔ· λέγω ὅτι πεν-
ταπλάσιόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΑ. ἀ-
ναγεγράφθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΔΓ τετράγωνα
τὰ ΑΕ ΔΖ. καὶ καταγεγράφθω ἐν τῷ ΔΖ τὸ σχῆμα·
καὶ διήχθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Η· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον
λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Γ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒΓ ἐστὶν
ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ· καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΒΓ.
τὸ ΓΕ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΓ. τὸ ΖΘ· ἴσον ἄρα τὸ ΓΕ
τῷ ΖΘ· καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστὶν ἡ ΒΑ τῆς ΑΔ. ἴση δὲ
ἡ μὲν ΒΑ τῇ ΚΑ. ἡ δὲ ΑΔ τῇ ΑΘ. διπλῆ ἄρα καὶ
ἡ ΚΑ τῆς ΑΘ· ὡς δὲ ἡ ΚΑ πρὸς τὴν ΑΘ. οὕτως τὸ
ΓΚ πρὸς τὸ ΓΘ· διπλάσιον ἄρα τὸ ΓΚ τοῦ ΓΘ· ἔ-
στι δὲ καὶ τὰ ΛΘ ΘΓ διπλάσια τοῦ ΓΘ· ἴσον ἄρα τὸ
ΓΚ τοῖς ΛΘ ΘΓ· ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ΓΕ τῷ ΖΘ ἴσον·
ὅλον ἄρα τὸ ΑΕ τετράγωνον. ἴσον ἐστὶ τῷ ΜΝΞ γνώ-
μονι· καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστὶν ἡ ΒΑ τῆς ΑΔ. τετραπλά-
σιόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΔ. τουτέστιν
τὸ ΑΕ τοῦ ΑΘ· ἴσον δὲ τὸ ΑΕ τῷ ΜΝΞ γνώμονι·
καὶ ὁ ΜΝΞ ἄρα γνώμων. τετραπλάσιός ἐστι τοῦ ΑΘ·
ὅλον ἄρα τὸ ΔΖ πενταπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΘ· καὶ ἐστὶν

τὸ μὲν ΔΖ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ· τὸ δὲ ΑΘ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΓΔ πενταπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΔ. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ μεῖζον τμῆμα προσλαβὸν τὴν ἡμίσειαν τῆς ὅλης, πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :–

β Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμήματος ἑαυτῆς πενταπλάσιον δύνηται, τῆς διπλασίας τοῦ εἰρημένου τμήματος ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης, τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ λοιπὸν μέρος ἐστὶ τῆς ἐξ ἀρχῆς εὐθείας. εὐθεῖα γὰρ γραμμὴ ἡ ΑΒ τμήματος ἑαυτῆς τοῦ ΑΓ πενταπλάσιον δυνάσθω· τῆς δὲ ΑΓ διπλῆ ἔστω ἡ ΓΔ. λέγω ὅτι τῆς ΓΔ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης, τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΓΒ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀφ' ἑκατέρας τῶν ΑΒ ΓΔ τετράγωνα τὰ ΑΖ ΓΗ· καὶ καταγεγράφθω ἐν τῷ ΑΖ τὸ σχῆμα· καὶ διήχθω ἡ ΒΕ· καὶ ἐπεὶ πενταπλάσιόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ, πενταπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΖ τοῦ ΑΘ· τετραπλάσιος ἄρα ὁ ΜΝΞ γνώμων τοῦ ΑΘ. καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ΔΓ τῆς ΓΑ, τετραπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΑ· τουτέστι τὸ ΓΗ τοῦ ΑΘ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὁ ΜΝΞ γνώμων τετραπλάσιος τοῦ ΑΘ· ἴσος ἄρα ὁ ΜΝΞ γνώμων τῷ ΓΗ. καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ΔΓ τῆς ΓΑ, ἴση δὲ ἡ μὲν ΔΓ τῇ ΓΚ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΓΘ· διπλάσιον ἄρα καὶ τὸ ΚΒ τοῦ ΒΘ· ἔστι δὲ καὶ τὰ ΛΘ ΘΒ διπλάσια τοῦ ΒΘ· ἴσον ἄρα τὸ ΚΒ τοῖς ΛΘ ΘΒ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὅλος ὁ ΜΝΞ γνώμων ὅλῳ τῷ ΓΗ ἴσος· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΘΖ τῷ ΒΗ ἐστὶν ἴσον. καί ἐστι τὸ μὲν ΒΗ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔΒ· ἴση γὰρ ἡ ΓΔ τῇ ΔΗ· τὸ δὲ ΘΖ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΔΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΒ, οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΔ. μείζων δὲ ἡ ΔΓ τῆς ΓΒ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΓΒ τῆς ΒΔ· τῆς ΓΔ ἄρα εὐθείας ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης, τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΓΒ. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμήματος ἑαυτῆς πενταπλάσιον δύνηται, τῆς διπλασίας τοῦ εἰρημένου τμήματος ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης, τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ λοιπὸν μέρος ἐστὶ τῆς ἐξ ἀρχῆς εὐθείας. ὅτι δὲ ἡ διπλῆ τῆς ΑΓ μείζων ἐστὶ τῆς ΒΓ, οὕτω δεικτέον· εἰ γὰρ μή, ἔστω εἰ δυνατὸν ἡ ΒΓ διπλῆ τῆς ΓΑ· τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΑ· πενταπλάσια ἄρα τὰ ἀπὸ τῶν ΒΓ ΓΑ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΑ· ὑπόκειται δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ πενταπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΑ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΑ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΓ ΓΑ· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα

ἡ ΓΒ διπλασία ἐστὶν
τῆς ΑΓ. ὁμοίως
δὴ δείξομεν ὅτι οὐ
δὲ ἐλάττων ἡ τῆς
ΒΓ· διπλασίων ἄ
ρα ἐστὶν τῆς ΓΑ·
πολλῷ γὰρ μεῖζον
τὸ ἄτοπον· ἡ ἄ
ρα τῆς ΑΓ διπλῆ
μείζων ἐστὶν τῆς
ΒΓ· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι:~

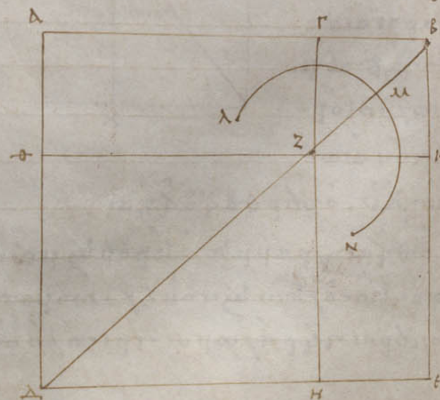
γ Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ. τὸ ἔλασσον τμῆμα προσλαβὸν τὴν ἡμίσειαν τοῦ μείζονος τμήματος. πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τοῦ μείζονος τμήματος τετραγώνου· εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμήσθω κατὰ τὸ Γ σημεῖον· καὶ ἔστω μεῖζον τμῆμα τὸ ΑΓ. καὶ τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Δ· λέγω ὅτι πενταπλάσιόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΓ: ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΑΕ καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα· καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ΑΓ τῆς ΔΓ. τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΓ· τουτέστι τὸ ΡΣ τοῦ ΖΗ· καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ ἴσον ἐστὶ τῶι ἀπὸ τῆς ΑΓ. καί ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ
(τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ, τὸ ΡΣ)
τὸ ΓΕ: τὸ ἄρα ΓΕ ἴσον ἐστὶ τῶι ΡΣ· τετραπλάσιον δὲ

τὸ ΡΣ τοῦ ΖΗ· τετραπλάσιον ἄρα καὶ τὸ ΓΕ τοῦ ΖΗ· πά
λιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ. ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΘΚ τῇ ΚΖ·
ὥστε καὶ τὸ ΗΖ τετράγωνον. ἴσον ἐστὶ τῶι ΘΛ τετραγώνωι·
ἴση ἄρα ἡ ΗΚ τῇ ΚΛ. τουτέστιν ἡ ΜΝ τῇ ΝΕ· ὥστε
καὶ τὸ ΜΖ τῶι ΖΕ ἐστὶν ἴσον· ἀλλὰ τὸ ΜΖ τῶι ΓΗ ἐστὶν ἴσον·
καὶ τὸ ΓΗ ἄρα τῶι ΖΕ ἐστὶν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ
ΓΝ· ὁ ἄρα ΞΟΠ γνώμων. ἴσος ἐστὶ τῶι ΓΕ· ἀλλὰ τὸ
ΓΕ τετραπλάσιον ἐδείχθη τοῦ ΗΖ· καὶ ὁ ΞΟΠ ἄρα
γνώμων. τετραπλάσιός ἐστιν τοῦ ΗΖ· τὸ ἄρα ΔΝ
τετράγωνον. πενταπλάσιόν ἐστι τοῦ ΖΗ τετραγώνου· καί ἐστιν τὸ μὲν ΔΝ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΒ· τὸ δὲ ΗΖ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΔΒ πενταπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΓ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

δ Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ. τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος τὰ συναμφότερα τετράγωνα τριπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τοῦ μεί

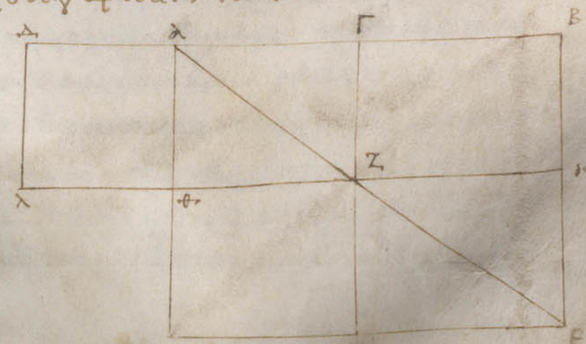
ζονος τμήματος τετραγώνου. ἔστω εὐθεῖα ἡ ΑΒ· καὶ τετμήσθω ἄκρον καὶ μέσον λόγον κατὰ τὸ Γ. καὶ ἔστω μεῖζον τμῆμα τὸ ΑΓ· λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τριπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΑ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΑΔΕΒ· καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Γ· καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΑΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ. καὶ ἐστι τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΒΓ τὸ ΑΚ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΓ τὸ ΘΗ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΚ τῷ ΘΗ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΖ τῷ ΖΕ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΚ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΚ ὅλῳ τῷ ΓΕ ἐστὶν ἴσον· τὰ ἄρα ΑΚ ΓΕ τοῦ ΑΚ ἐστὶ διπλάσια. ἀλλὰ τὰ ΑΚ ΓΕ. ὁ ΛΜΝ γνώμων ἐστὶ καὶ τὸ ΓΚ τετράγωνον· ὁ ἄρα ΛΜΝ γνώμων καὶ τὸ ΓΚ τετράγωνον. διπλάσιά ἐστι τοῦ ΑΚ· ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ ΑΚ τῷ ΘΗ ἐδείχθη ἴσον· ὁ ἄρα ΛΜΝ γνώμων καὶ τὸ ΓΚ τετράγωνον. διπλάσιά ἐστι τοῦ ΘΗ· ὥστε ὁ ΛΜΝ γνώμων καὶ τὰ ΓΚ ΘΗ τετράγωνα. τριπλάσιά ἐστι τοῦ ΘΗ τετραγώνου. καὶ ἐστιν ὁ μὲν ΛΜΝ γνώμων καὶ τὰ ΓΚ ΘΗ τετράγωνα. ὅλον τὸ ΑΕ καὶ τὸ ΓΚ· ἅ ἐστι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τετράγωνα· τὸ δὲ ΗΘ

ὅταν ἡ εὐθ(εῖα) ἄκρ(ον) κ(αὶ) μέσον λόγ(ον) τμηθῇ ... πληρώματι γὰρ ...



τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τετράγωνα. τριπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

ε Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ. καὶ προστεθῇ αὐτῇ ἴση τῷ μείζονι τμήματι. ὅλη ἡ εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται. καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ἐξ ἀρχῆς εὐθεῖα· εὐθεῖα γὰρ γραμμὴ ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμήσθω κατὰ τὸ Γ σημεῖον. καὶ ἔστω μεῖζον τμῆμα ἡ ΑΓ. καὶ τῇ ΑΓ ἴση κείσθω ἡ ΑΔ. λέγω ὅτι ἡ ΔΒ εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Α. καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ἐξ ἀρχῆς εὐθεῖα ἡ ΑΒ· ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΑΕ καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα· ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Γ. τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΑΓ· καὶ ἐστι τὸ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τὸ ΓΕ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΓ τὸ ΓΘ· ἴσον ἄρα τὸ ΓΕ τῷ ΘΓ· ἀλλὰ τῷ μὲν ΓΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ΘΕ. τῷ δὲ ΘΓ ἴσον τὸ ΔΘ. καὶ τὸ ΔΘ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ΘΕ· κοινὸν προσκείσθω τὸ ΘΒ· ὅλον ἄρα τὸ ΔΚ ὅλῳ τῷ ΑΕ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἐστι τὸ μὲν ΔΚ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ ΔΑ· ἴση γὰρ ἡ ΑΔ τῇ ΔΛ· τὸ δὲ ΑΕ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΔΑ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΑ, οὕτως ἡ ΒΑ



πρὸς τὴν ΑΔ· μείζων δὲ ἡ ΔΒ τῆς ΒΑ· μείζων ἄρα καὶ
ἡ ΔΒ τῆς ΔΑ· ἡ ἄρα ΒΔ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέ-
τμηται κατὰ τὸ Α. καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΑΒ. ὅ-
περ ἔδει δεῖξαι :–

ϛ Ἐὰν εὐθεῖα ῥητὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, ἑκάτε-
ρον τῶν τμημάτων ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἀποτομή.
ἔστω εὐθεῖα ῥητὴ ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω ἄκρον καὶ μέσον λό-
γον κατὰ τὸ Γ. καὶ ἔστω μεῖζον τμῆμα ἡ ΑΓ. λέγω ὅτι
ἑκατέρα τῶν ΑΒ ΒΓ (ΑΓ ΓΒ) ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἀ-
ποτομή. ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΒΑ καὶ κείσθω τῆς ΒΑ
ἡμίσεια ἡ ΑΔ. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΑΒ τέτμηται ἄκρον
καὶ μέσον λόγον κατὰ τὸ Γ. καὶ τῷ μείζονι τμήματι τῷ
ΑΓ πρόσκειται ἡ ΑΔ ἡμίσεια οὖσα τῆς ΑΒ. τὸ ἄ-
ρα ἀπὸ ΓΔ τοῦ ἀπὸ ΔΑ πενταπλάσιόν ἐστι. τὸ ἄ-
ρα ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς
πρὸς ἀριθμόν. σύμμετρον ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΔ τῷ ἀ-
πὸ ΔΑ. ῥητὸν δὲ τὸ ἀπὸ ΔΑ. ῥητὴ γάρ ἐστιν ἡ ΔΑ
ἡμίσεια οὖσα τῆς ΑΒ ῥητῆς οὔσης. ῥητὸν ἄρα
καὶ τὸ ἀπὸ ΓΔ. ῥητὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΓΔ. καὶ ἐπεὶ τὸ ἀ-
πὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ λόγον οὐκ ἔχει ὃν τετράγω-
νος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. ἀσύμμε-
τρος ἄρα μήκει ἡ ΓΔ τῇ ΔΑ. αἱ ΓΔ ΔΑ ἄρα ῥη-
ταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι. ἀποτομὴ ἄρα
ἐστὶν ἡ ΑΓ. πάλιν ἐπεὶ ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον
τέτμηται καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΑΓ. τὸ ἄρα
ὑπὸ ΑΒ ΒΓ τῷ ἀπὸ ΑΓ ἴσον ἐστί. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς

ΑΓ ἀποτομῆς παρὰ τὴν ΑΒ ῥητὴν παραβληθὲν
πλάτος ποιεῖ τὴν ΒΓ. τὸ δὲ ἀπὸ ἀποτομῆς παρὰ ῥη-
τὴν παραβαλλόμενον πλάτος. ποιεῖ ἀποτομὴν
πρώτην. ἀ-
ποτομὴ ἄρα
πρώτη ἐστὶν
ἡ ΓΒ. ἐδεί-
χθη δὲ καὶ ἡ ΑΓ ἀποτομή. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα :–

Δ Α Γ Β

+ ΤΙ ΕCΤΙΝ ΑΝΑΛΥCΙC
ΚΑΙ ΤΙ ΕCΤΙ CΥΝΘΕCΙC :–

Ἀνάλυσίς ἐστι λῆψις τοῦ ζητουμένου ὡς ὁμολογου-
μένου διὰ τῶν ἀκολούθων ἐπί τι ἀληθὲς ὁμολογού-
μενον. σύνθεσις δὲ λῆψις τοῦ ὁμολογουμένου
διὰ τῶν ἀκολούθων ἐπὶ τὴν τοῦ ζητουμένου κατά-
ληξιν ἤτοι κατάληψιν :–

+ ΤΟΥ Α ΘΕΩΡΗΜΑΤΟC Η ΑΝΑΛΥCΙC ΚΑΙ
Η CΥΝΘΕCΙC. ΑΝΕΥ ΚΑΤΑΓΡΑΦΗC :–

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ. ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμήσθω
κατὰ τὸ Γ. καὶ ἔστω μεῖζον τμῆμα ἡ ΑΓ. καὶ τῇ ἡμισείᾳ
τῆς ΑΒ ἴση κείσθω ἡ ΑΔ. λέγω ὅτι πενταπλάσιον
ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΑ. ἐπεὶ γὰρ πεν-
ταπλάσιόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΑ. τὸ
δὲ ἀπὸ τῆς ΓΔ ἐστὶν τὰ ἀπὸ τῶν ΓΑ ΑΔ μετὰ τοῦ δὶς
ὑπὸ τῶν ΓΑ ΑΔ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΓΑ ΑΔ μετὰ τοῦ
δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ ΑΔ πενταπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ ΔΑ.
διελόντι ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΓΑ μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν

ΓΑ ΑΔ τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΔΑ. ἀλλὰ τοῖς μὲν δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ ΑΔ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ. διπλῆ γὰρ ἡ ΒΑ τῆς ΑΔ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ. ἡ γὰρ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνηται. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΑΒ ΒΓ τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΑ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἐστίν. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΔΑ. ὅπερ ἔδει. διπλῆ γὰρ ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΔΑ :-

διὰ ϛ τοῦ β

Δ Α Γ Β

+ ΣΥΝΘΕΣΙΣ :-

Ἐπεὶ οὖν τετραπλάσιόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΑ. ἀλλὰ τὸ ἀπὸ ΒΑ τὸ ὑπὸ ΒΑ ΑΓ ἐστὶ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΑΒ ΒΓ. τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΑ ΑΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΑΒ ΒΓ τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΔΑ. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ ἴσον ἐστὶ τοῖς δὶς ὑπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΓ μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΑ. ὥστε τὰ ἀπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ πενταπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΑ. τὰ δὲ ἀπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ ἐστίν. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΓΔ πενταπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΑ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

διὰ τὸ ἄκρον καὶ μέσον

διὰ δ τοῦ β

+ τοῦ β θεωρήματος ἡ ἀνάλυσις ιϛ
ἡ σύνθεσις. ἄνευ καταγραφῆς :-

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΓΔ τμήματος ἑαυτῆς τοῦ ΑΔ πενταπλάσιον δυνάσθω. τῆς δὲ ΑΔ διπλῆ κείσθω ἡ ΑΒ. λέγω ὅτι ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνεται κατὰ τὸ Γ σημεῖον. καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΑΓ. ἥτις ἐστὶ τὸ λοιπὸν μέρος τῆς ἐξ ἀρχῆς εὐθείας. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνεται κατὰ τὸ Γ. καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΑΓ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ. ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ τοῖς δὶς ὑπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ ἴσον. διπλῆ γάρ ἐστιν ἡ ΒΑ τῆς ΔΑ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΑ ΑΓ ὅπερ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ. ἴσον ἐστὶ τοῖς δὶς ὑπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ. τετραπλάσιον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΔ. τετραπλάσιον ἄρα καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ τοῦ ἀπὸ ΔΑ. ὥστε τὰ ἀπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ ὅπερ ἐστὶν ἀπὸ τῆς ΓΔ. πενταπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΑ. ἔστι δὲ καθ᾽ ὑπόθεσιν :-

+ ΣΥΝΘΕΣΙΣ :-

Ἐπεὶ οὖν πενταπλάσιόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΑ. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΓΔ τὰ ἀπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ ἐστὶ μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ πενταπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ ΔΑ. διελόντι τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΑ. ἔστι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραπλάσιον τοῦ ἀπὸ ΔΑ. τὸ ἄρα δὶς ὑπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ ὅπερ ἐστὶ τὸ ἅπαξ ὑπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ. ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ. ἀλλ

τὸ ἀπὸ τῆς ΔΒ τὸ ὑπὸ ΔΒ ΒΓ ἐστὶ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΔ ΔΓ·
τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΔ ΔΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΔΒ ΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑ-
πὸ ΒΔ ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΓ· καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος
τοῦ ὑπὸ ΒΔ ΔΓ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΒΓ ἴσον ἐστὶ
τῷ ἀπὸ ΔΓ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως
ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΒ· μείζων δὲ ἡ ΒΔ τῆς ΔΓ· μείζων
ἄρα καὶ ἡ ΔΓ
τῆς ΓΒ· ἡ
ΔΒ ἄρα ἄ-
κρον καὶ μέσον
λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Γ. καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν
ἡ ΔΓ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

Δ Α Γ Β

+ τοῦ γ' θεωρήματος ἡ ἀνά-
λυσις καὶ ἡ σύνθεσις:–

Εὐθεῖα γὰρ γραμμὴ ἡ ΑΒ. ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμή-
σθω κατὰ τὸ Γ σημεῖον. καὶ ἔστω μεῖζον τμῆμα τὸ ΑΓ·
καὶ τῆς ΑΓ ἡμίσεια ἡ ΓΔ· λέγω ὅτι πενταπλάσιόν
ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ· ἐπεὶ γὰρ πεν-
ταπλάσιόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ·
τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΔΒ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἐστὶ μετὰ τοῦ
ἀπὸ ΔΓ. τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΓ πεν-
ταπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΔΓ· διελόντι ἄρα τὸ ὑ-
πὸ ΑΒ ΒΓ τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΔΓ· τὸ δὲ
ὑπὸ ΑΒ ΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ· ἡ γὰρ ΑΒ ἄκρον
καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Γ· τὸ ἄρα ἀπὸ
τῆς ΑΓ τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΔΓ· ἔστιν δέ·

ιγ'

390

Α Δ Γ Β

διπλῆ γὰρ ἡ ΑΓ τῆς ΔΓ:–

+ σύνθεσις:–

ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ΑΓ τῆς ΔΓ. τετραπλάσιόν ἐστι τὸ ἀπὸ
ΑΓ τοῦ ἀπὸ ΔΓ· ἀλλὰ τῷ ἀπὸ ΑΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΑΒ
ΒΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΒ ΒΓ τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΔΓ·
συντεθέντι· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΓ ὅπερ
ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΔΒ. πενταπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΔΓ. ὅ-
περ ἔδει δεῖξαι:–

+ τοῦ δ' θεωρήματος ἡ ἀνά-
λυσις καὶ ἡ σύνθεσις:–

Εὐθεῖα γὰρ γραμμὴ ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμή-
σθω κατὰ τὸ Γ· καὶ ἔστω μεῖζον τμῆμα τὸ ΑΓ· λέγω ὅτι
τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τριπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ ΑΓ·
ἐπεὶ γὰρ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τριπλάσιά ἐστι τοῦ ἀ-
πὸ ΑΓ· ἀλλὰ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ
ΒΓ ἐστὶ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ, τὸ ἄρα δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ
μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ. τριπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΑΓ· διε-
λόντι· τὸ ἄρα δὶς ὑπὸ ΑΒ ΒΓ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀ-
πὸ ΑΓ· ὥστε τὸ ἅπαξ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ
ἀπὸ ΑΓ· ἔστιν δέ· ἡ γὰρ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον
τέτμηται
κατὰ τὸ Γ·

Α Γ Δ Β

ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

+ σύνθεσις:–

ἐπεὶ ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Γ· καὶ
ἐστι μεῖζον τμῆμα ἡ ΑΓ. τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΒ ΒΓ διπλάσι-

ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΓ
τοῦ δὶς ὑπὸ
τῶν ΑΒ ΒΓ, δι-
πλάσιον τοῦ
ἀπὸ τῆς ΑΓ

σιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΑΓ συντεθέντι· τὸ ἄρα δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ τριπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΑΓ· ἀλλὰ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἐστὶ τετράγωνα· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τετράγωνα τριπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ ΑΓ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

Α Γ Β

+ ΤΟΥ Ε ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ Η ΑΝΑΛΥΣΙΣ ΚΑΙ Η ΣΥΝΘΕΣΙΣ:-

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμήσθω κατὰ τὸ Γ. καὶ ἔστω μεῖζον τμῆμα ἡ ΑΓ· καὶ τῇ ΑΓ ἴση κείσθω ἡ ΑΔ· λέγω ὅτι ἡ ΔΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνεται κατὰ τὸ Α. καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΑΒ· ἐπεὶ γὰρ ἡ ΔΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνεται κατὰ τὸ Α καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΑΒ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΑ. οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ· ἴση δὲ ἡ ΑΔ τῇ ΑΓ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΑ. οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ· ἀναστρέψαντι ἄρα ὡς ἡ ΒΔ [ΒΔ] πρὸς τὴν ΔΑ. οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ· διελόντι ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ. οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ· ἴση ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ [margin: [illegible]] ἔστιν δέ· ἡ γὰρ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνεται κατὰ τὸ Γ:-

+ ΣΥΝΘΕΣΙΣ:-

Ἐπεὶ ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνεται κατὰ τὸ Γ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ. οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ·

ἴση δὲ ἡ ΑΓ τῇ ΑΔ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ. οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ· συνθέντι ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ. οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ· ἀναστρέψαντι ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΑ. οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ· ἴση δὲ ἡ ΑΓ τῇ ΑΔ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΑ. οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς ΑΔ· ἡ ἄρα ΔΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Α. καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΑΒ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

Δ Α Γ Β

Ἐὰν παραλληλογράμμου ἰσοπλεύρου αἱ πρὸς γωνίαι ἤτοι αἱ κατὰ κορυφὴν ἢ αἱ μὴ κατὰ κορυφὴν ἴσαι ὦσιν, ἰσογώνιον ἔσται τὸ παραλληλόγραμμον· παραλληλογράμμου γὰρ ἰσοπλεύρου τοῦ ΑΒΓΔΕ αἱ πρὸς γωνίαι πρότερον αἱ κατὰ κορυφὴν αἱ πρὸς τοῖς ΔΒΓ ἴσαι ἀλλήλαις ἔστωσαν· λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔΕ παραλληλόγραμμον· ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΑΓ ΒΔ· δυσὶ ταῖς ΒΑ ΑΕ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΒΑ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΕ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΒΕ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΒΕ τριγώνῳ ἴσον· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἡ μὲν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΒΕΑ· ἡ δὲ ὑπὸ ΑΒΕ τῇ ὑπὸ ΓΑΒ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΑΖ πλευρᾷ τῇ ΒΖ ἐστὶν ἴση· ἔστι δὲ καὶ ὅλη ἡ ΑΓ ὅλῃ τῇ ΒΕ ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΖΓ λοιπῇ τῇ ΖΕ ἐστὶν ἴση· ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΓΔ τῇ ΔΕ ἴση· δύο δὴ

[margin: ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ ΒΕ ΖΔ. ἐπεὶ δύο αἱ ΓΒ ΒΑ δυσὶ ταῖς ΒΑ ΑΕ]

αἱ ΖΓ ΓΔ δυσὶ ταῖς ΖΕ ΕΔ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις αὐτῶν κοι-
νὴ ἡ ΖΔ· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΓΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΕΔ
ἐστὶν ἴση· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΑΕΒ ἴση·
ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΕΔ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ
ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση ὑπόκειται ταῖς πρὸς τοῖς Α Β· καὶ ἡ ὑ-
πὸ ΑΕΔ ἄρα ταῖς πρὸς τοῖς Α Β γωνίαις ἴση ἐστίν· ὁ-
μοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΓΔΕ γωνία ἴση
ἐστὶ ταῖς πρὸς τοῖς Α Β γωνίαις· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶν
τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον· ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστωσαν ἴσαι αἱ
κατὰ τὸ ἑξῆς γωνίαι· ἀλλ' ἔστωσαν ἴσαι αἱ πρὸς τοῖς
Α Γ Δ σημείοις· λέγω ὅτι καὶ οὕτως ἰσογώνιόν ἐστιν τὸ
ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον· ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΔ· καὶ
ἐπεὶ δύο αἱ ΒΑ ΑΕ δυσὶ ταῖς ΒΓ ΓΔ ἴσαι εἰσὶν καὶ γω-
νίας ἴσας περιέχουσιν· βάσις ἄρα ἡ ΒΕ βάσει τῇ
ΒΔ ἴση ἐστίν· καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΒΓΔ τριγώ-
νῳ ἴσον ἐστίν· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γω-
νίαις ἴσαι ἔσονται· ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνου-
σιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔΒ·
ἔστιν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΕΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΔΕ ἴση· ἐπεὶ
καὶ πλευρὰ ἡ ΒΕ πλευρᾷ τῇ ΒΔ ἐστὶν ἴση· ὅλη ἄρα
ἡ ὑπὸ ΑΕΔ γωνία ὅλῃ
τῇ ὑπὸ ΓΔΕ ἐστὶν ἴση· ἀλ-
λὰ ἡ ὑπὸ ΓΔΕ ταῖς πρὸς
τοῖς Α Γ γωνίαις ὑπό-
κειται ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΕΔ
ἄρα γωνία ταῖς πρὸς τοῖς

ΑΓ ἴση ἐστίν· διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἴση ἐστὶ ταῖς
πρὸς τοῖς ΑΓΔ γωνίαις· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕ
πεντάγωνον:–

Η Ἐὰν πενταγώνου ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου τὰς κατὰ
τὸ ἑξῆς δύο γωνίας ὑποτείνωσιν εὐθεῖαι· ἄκρον
καὶ μέσον λόγον τέμνουσιν ἀλλήλας· καὶ τὰ μείζονα
αὐτῶν τμήματα ἴσα ἐστὶ τῇ τοῦ πενταγώνου πλευ-
ρᾷ· πενταγώνου γὰρ ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου τοῦ
ΑΒΓΔΕ· δύο γωνίας τὰς κατὰ τὸ ἑξῆς τὰς πρὸς τοῖς
Α Β· ὑποτεινέτωσαν εὐθεῖαι αἱ ΑΓ ΒΕ τέμνουσαι ἀλλή-
λας κατὰ τὸ Θ σημεῖον· λέγω ὅτι ἑκατέρα αὐτῶν ἄ-
κρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Θ σημεῖον· καὶ τὰ
μείζονα αὐτῶν τμήματα ἴσα εἰσὶν τῇ τοῦ πενταγώ-
νου πλευρᾷ· περιγεγράφθω γὰρ περὶ τὸ ΑΒΓΔΕ
πεντάγωνον κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕ· καὶ ἐπεὶ δύο εὐθεῖαι αἱ
ΕΑ ΑΒ δυσὶ ταῖς ΑΒ ΒΓ ἴσαι εἰσὶν καὶ γωνίας ἴσας πε-
ριέχουσιν· βάσις ἄρα ἡ ΒΕ βάσει τῇ ΑΓ ἴση ἐστίν· καὶ
τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν· καὶ αἱ
λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτεί-
νουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ
ΑΒΕ· διπλῆ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΘΕ τῆς ὑπὸ ΒΑΘ· ἐστὶν
δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΕΑΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ διπλῆ· ἐπειδὴ περι-
φέρεια ἡ ΕΔΓ περιφερείας τῆς ΓΒ ἐστὶν διπλῆ·
ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΘΑΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΘΕ· ὥστε
καὶ ἡ ΘΕ εὐθεῖα τῇ ΕΑ τουτέστιν τῇ ΑΒ ἐστὶν ἴση· καὶ

∴ γωνί. ἐκτ. τ. ... τ. ΑΒΘ τριγ.

τῇ ὑπὸ ΑΕΒ

ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΑ εὐθεῖα τῇ ΑΕ. ἴση ἐστὶν καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΕ· ἀλλ᾽ ἡ ὑπὸ ΑΒΕ τῇ ὑπὸ ΒΑΘ ἐδείχθη ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΕΑ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΑΘ ἐστὶν ἴση. καὶ κοινὴ τῶν δύο τριγώνων τοῦ τε ΑΒΕ καὶ τοῦ ΑΒΘ ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΕ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΕ γωνία λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΘΒ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΑΒΘ τριγώνῳ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΒΑ. οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΘ. ἴση δὲ ἡ ΒΑ τῇ ΕΘ· ὡς ἄρα ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΘ. οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΘΒ· μείζων δὲ ἡ ΒΕ τῆς ΕΘ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΕΘ τῆς ΘΒ· ἡ ΒΕ ἄρα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Θ. καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ ΘΕ ἴσον ἐστὶ τῇ τοῦ πενταγώνου πλευρᾷ·

διὰ λγ΄ τοῦ ς΄

ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ΑΓ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Θ. καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμα τὸ ΓΘ ἴσον ἐστὶ τῇ τοῦ πενταγώνου πλευρᾷ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

θ΄ Ἐὰν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ καὶ ἡ τοῦ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων συντεθῶσιν. ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται. καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμά ἐστιν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρά·

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ. καὶ τῶν εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον ἐγγραφομένων σχημάτων δεκαγώνου μὲν ἔστω πλευρὰ ἡ ΒΓ. ἑξαγώνου δὲ ἡ ΓΔ. καὶ ἔστωσαν ἐπ᾽ εὐθείας· λέγω ὅτι ἡ ὅλη εὐθεῖα ἡ ΒΔ. ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Γ. καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμά ἐστιν ἡ ΓΔ. εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Ε σημεῖον. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΒ ΕΓ ΕΔ. καὶ διήχθω ἡ ΒΕ ἐπὶ τὸ Α. καὶ ἐπεὶ δεκαγώνου ἰσοπλεύρου πλευρά ἐστιν ἡ ΒΓ. πενταπλασίων ἄρα ἡ ΑΓΒ περιφέρεια τῆς ΒΓ περιφερείας· τετραπλασίων ἄρα ἡ ΑΓ περιφέρεια τῆς ΓΒ· ὡς δὲ ἡ ΑΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΓΒ. οὕτως ἡ ὑπὸ ΑΕΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΓΕΒ· τετραπλασίων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΕΓ τῆς ὑπὸ ΓΕΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἡ ὑπὸ ΕΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΓΒ. ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΕΓ γωνία διπλασία ἐστὶν τῆς ὑπὸ ΕΓΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΓ εὐθεῖα τῇ ΓΔ. ἑκατέρα γὰρ αὐτῶν ἴση ἐστὶν τῇ τοῦ ἑξαγώνου πλευρᾷ τοῦ εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον ἐγγραφομένου. ἴση ἐστὶν καὶ ἡ ὑπὸ ΓΕΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔΕ γωνίᾳ· διπλασία ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΓΒ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΓ· ἀλλὰ τῆς ὑπὸ ΕΓΒ διπλασία ἐδείχθη ἡ ὑπὸ ΑΕΓ· τετραπλασία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΕΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΓ. ἐδείχθη δὲ καὶ τῆς ὑπὸ ΒΕΓ τετραπλασία ἡ ὑπὸ ΑΕΓ· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΔΓ τῇ ὑπὸ ΒΕΓ· κοινὴ δὲ τῶν δύο τριγώνων τοῦ τε ΒΕΓ καὶ τοῦ ΒΕΔ. ἡ ὑπὸ ΕΒΔ γωνία· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΕΔ τῇ ὑπὸ ΕΓΒ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΒΔ τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΕ. οὕτως ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΒΓ· ἴση δὲ ἡ ΕΒ τῇ ΓΔ· ἔστιν ἄρα

διὰ λγ΄ τοῦ ς΄

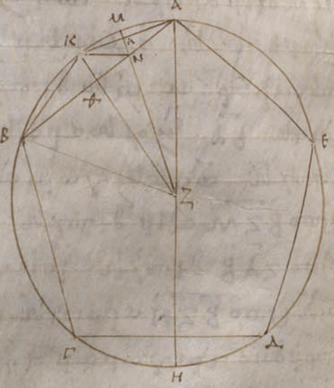
διὰ λβ΄ τοῦ α΄·
καὶ διὰ ε΄ τοῦ α΄:

ὅση ἡ ΒΔ πρὸς τὴν
ΔΓ, οὕτως ἡ ΑΓ
πρὸς ΓΒ. μείζων
δὲ ἡ ΒΔ
τῆς ΓΔ· μείζων
ἄρα καὶ ἡ ΑΓ τῆς
ΓΒ. ἡ ΒΔ ἄρα
εὐθεῖα ἄκρον
καὶ μέσον λόγον
τέτμηται κατὰ
τὸ Γ, καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα αὐτῆς ἐστιν ἡ ΑΓ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ι Ἐὰν εἰς κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ δύναται τήν τε τοῦ ἑξαγώνου καὶ τὴν τοῦ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων. Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕ, καὶ εἰς τὸν ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγεγράφθω τὸ ΑΒΓΔΕ· λέγω ὅτι ἡ τοῦ ΑΒΓΔΕ πενταγώνου πλευρὰ δύναται τήν τε τοῦ ἑξαγώνου καὶ τὴν τοῦ δεκαγώνου πλευρὰν τῶν εἰς τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον ἐγγραφομένων· εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Ζ σημεῖον, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΖ διήχθω ἐπὶ τὸ Η σημεῖον, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΒ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετος ἤχθω ἡ ΖΘ, καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Κ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΚ, ΚΒ· καὶ πάλιν ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὴν ΑΚ κάθετος ἤχθω ἡ ΖΛ, καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Μ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΝ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒΓΗ

περιφέρεια τῇ ΑΕΔΗ περιφερείᾳ, ὧν ἡ ΑΒΓ τῇ ΑΕΔ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ΓΗ περιφέρεια λοιπῇ τῇ ΗΔ ἐστὶν ἴση· πενταγώνου δὲ ἡ ΓΔ· δεκαγώνου ἄρα ἡ ΓΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΑ τῇ ΖΒ, καὶ κάθετος ἡ ΖΘ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΚ γωνία τῇ ὑπὸ ΚΖΒ· ὥστε ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΑΚ περιφέρεια τῇ ΚΒ· διπλῆ ἄρα ἡ ΑΒ περιφέρεια τῆς ΒΚ περιφερείας· δεκαγώνου ἄρα πλευρά ἐστιν ἡ ΑΚ εὐθεῖα· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΑΚ τῆς ΚΜ ἐστι διπλῆ. καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ΑΒ περιφέρεια τῆς ΒΚ περιφερείας, ἴση δὲ ἡ ΓΔ περιφέρεια τῇ ΑΒ περιφερείᾳ, διπλῆ ἄρα καὶ ἡ ΓΔ περιφέρεια τῆς ΒΚ περιφερείας· ἔστι δὲ ἡ ΓΔ περιφέρεια καὶ τῆς ΓΗ διπλῆ· ἴση ἄρα ἡ ΓΗ περιφέρεια τῇ ΒΚ περιφερείᾳ· ἀλλὰ ἡ ΒΚ τῆς ΚΜ ἐστι διπλῆ, ὡς καὶ ἡ ΚΑ· καὶ ἡ ΓΗ ἄρα τῆς ΚΜ ἐστι διπλῆ· ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ΓΒ περιφέρεια τῆς ΒΚ περιφερείας ἐστὶ διπλῆ· ἴση γὰρ ἡ ΓΒ περιφέρεια τῇ ΒΑ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΗΒ περιφέρεια τῆς ΒΜ ἐστι διπλῆ· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΖΒ γωνίας τῆς ὑπὸ ΒΖΜ ἐστι διπλῆ· ἔστι δὲ ἡ ὑπὸ ΗΖΒ καὶ τῆς ὑπὸ ΖΑΒ διπλῆ· ἴση γὰρ ἡ ὑπὸ ΖΑΒ τῇ ὑπὸ ΑΒΖ· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΖΝ ἄρα τῇ ὑπὸ ΖΑΒ ἐστὶν ἴση· κοινὴ δὲ τῶν δύο τριγώνων, τοῦ τε ΑΒΖ καὶ τοῦ ΒΖΝ, ἡ ὑπὸ ΑΒΖ γωνία· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΖΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΒΝΖ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΖ τρίγωνον τῷ ΒΖΝ τριγώνῳ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν

ὡς ἡ ΑΒ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΒΖ. οὕτως ἡ ΖΒ πρὸς τὴν ΒΝ· τὸ
ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒΝ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΒΖ· πάλιν ἐπεὶ ἴση
ἐστὶν ἡ ΑΛ τῇ ΛΚ. κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΛΝ· βά
σις ἄρα ἡ ΚΝ βάσει τῇ ΑΝ ἐστὶν ἴση· καὶ γωνία ἄρα
ἡ ὑπὸ ΛΚΝ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΛΑΝ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ ἡ
ὑπὸ ΛΑΝ τῇ ὑπὸ ΚΒΝ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΛΚΝ ἄρα
τῇ ὑπὸ ΚΒΝ ἐστὶν ἴση καὶ κοινὴ τῶν δύο τριγώνων
τοῦ τε ΑΚΒ καὶ τοῦ ΑΚΝ ἡ ὑπὸ ΝΑΚ· λοιπὴ ἄρα ἡ
ὑπὸ ΑΚΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΚΝΑ ἐστὶν ἴση· ἰσογώ
νιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΒΑ τρίγωνον τῷ ΚΝΑ τριγώνῳ·
ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΑΚ. οὕ
τως ἡ ΚΑ πρὸς τὴν ΑΝ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΑΝ. ἴ
σον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΚ· ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΒΝ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΒΖ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒΝ
μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΑΝ ὅπερ
ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ. ἴσον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΖ μετὰ
τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΚ· καὶ
ἐστὶν ἡ μὲν ΒΑ πεντα
γώνου πλευρά· ἡ δὲ
ΒΖ ἑξαγώνου· ἡ δὲ
ΑΚ δεκαγώνου· ἡ ἄ
ρα τοῦ πενταγώνου πλευ
ρὰ δύναται τήν τε τοῦ
ἑξαγώνου καὶ τὴν τοῦ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύ
κλον ἐγγραφομένων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-



ια Ἐὰν εἰς κύκλον ῥητὴν ἔχοντα τὴν διάμετρον πεντάγωνον
ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ. ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ
ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐλάσσων· ἔστω γὰρ εἰς κύκλον
τὸν ΑΒΓΔΕ ῥητὴν ἔχοντα τὴν διάμετρον. πεντά
γωνον ἰσόπλευρον ἐγγεγράφθω τὸ ΑΒΓΔΕ· λέγω
ὅτι ἡ τοῦ ΑΒΓΔΕ πενταγώνου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν
ἡ καλουμένη ἐλάσσων· εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ
κύκλου τὸ Ζ σημεῖον καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ ΖΒ καὶ διή
χθωσαν ἐπὶ τὰ Η Θ σημεῖα καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΓ· καὶ κεί
σθω τῆς ΑΖ τέταρτον μέρος ἡ ΖΚ· ῥητὴ δὲ ἡ ΑΖ·
ῥητὴ ἄρα καὶ ἡ ΖΚ· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΒΖ ῥητή· ὅλη ἄρα
ἡ ΒΚ ῥητή ἐστιν· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓΗ περιφέρει
ᾳ τῇ ΑΔΗ περιφερείᾳ· ὧν ἡ ΑΒΓ τῇ ΑΕΔ ἐστὶν
ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΓΗ λοιπῇ τῇ ΗΔ ἐστὶν ἴση· καὶ
ἐὰν ἐπιζεύξωμεν τὴν ΑΔ, συνάγονται ὀρθαὶ αἱ πρὸς
τῷ Λ γωνίαι· καὶ διπλῆ ἡ ΓΔ τῆς ΓΛ· διὰ τὰ αὐτὰ
δὴ καὶ αἱ πρὸς τῷ Μ ὀρθαί εἰσιν καὶ διπλῆ ἡ ΑΓ τῆς ΓΜ·
ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΛΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΜΖ·
κοινὴ δὲ τῶν δύο τριγώνων τοῦ τε ΑΛΓ καὶ τοῦ ΑΜΖ
ἡ ὑπὸ ΛΑΓ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΛ λοιπῇ τῇ ὑπὸ
ΜΖΑ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΓΛ τρίγωνον
τῷ ΑΜΖ τριγώνῳ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΛΓ
πρὸς ΓΑ. οὕτως ἡ ΜΖ πρὸς ΖΑ· καὶ τῶν ἡγουμέ
νων τὰ διπλάσια· ὡς ἄρα ἡ τῆς ΛΓ διπλῆ πρὸς
τὴν ΓΑ. οὕτως ἡ τῆς ΜΖ διπλῆ πρὸς τὴν ΖΑ· ὡς
δ' ἡ τῆς ΜΖ διπλῆ πρὸς τὴν ΖΑ. οὕτως ἡ ΜΖ

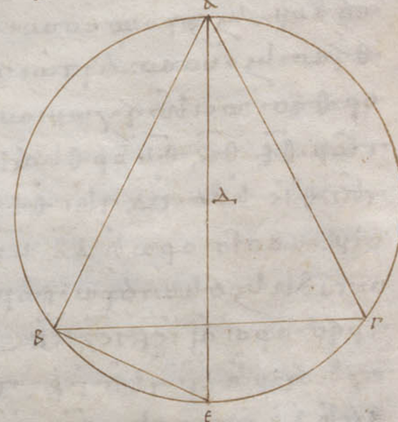


πρὸς τὴν ἡμίσειαν τῆς ΖΔ· καὶ ὡς ἄρα ἡ τῆς ΛΓ διπλῆ
πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΜΖ πρὸς τὴν ἡμίσειαν τῆς
ΖΔ· καὶ τῶν ἑπομένων τὰ ἡμίση· ὡς ἄρα ἡ τῆς
ΛΓ διπλῆ πρὸς τὴν ἡμίσειαν τῆς ΓΔ, οὕτως ἡ
ΜΖ πρὸς τὸ τέταρτον τῆς ΖΔ· καί ἐστι τῆς μὲν ΛΓ
διπλῆ ἡ ΔΓ· τῆς δὲ ΓΔ ἡμίσεια ἡ ΓΜ· τῆς δὲ
ΖΔ τέταρτον μέρος ἡ ΖΚ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΓ
πρὸς τὴν ΓΜ, οὕτως ἡ ΜΖ πρὸς τὴν ΖΚ· συνθέν-
τι· καὶ ὡς συναμφότερος ἡ ΔΓΜ πρὸς τὴν ΓΜ, οὕ-
τως ἡ ΜΚ πρὸς ΖΚ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ συναμ-
φοτέρου τῆς ΔΓΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΜ, οὕτως τὸ ἀ-
πὸ ΜΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΖ· καὶ ἐπεὶ τῆς ὑπὸ δύο πλευ-
ρὰς τοῦ πενταγώνου ὑποτεινούσης, οἷον τῆς ΔΓ,
ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης, τὸ μεῖζον τμῆ-
μα ἴσον ἐστὶ τῇ τοῦ πενταγώνου πλευρᾷ, τουτέ-
στιν τῇ ΔΓ· τὸ δὲ μεῖζον τμῆμα προσλαβὸν τὴν
ἡμίσειαν τῆς ὅλης, πενταπλάσιον δύναται τοῦ
ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ὅλης· καί ἐστιν ὅλης τῆς
ΔΓ ἡμίσεια ἡ ΓΜ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΔΓΜ ὡς μιᾶς,
πενταπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΜ· ὡς δὲ τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΔΓΜ ὡς μιᾶς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΜ, οὕτως
ἐδείχθη τὸ ἀπὸ τῆς ΜΚ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΚΖ·
πενταπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΜΚ τοῦ ἀπὸ τῆς
ΚΖ· ῥητὸν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΚΖ· ῥητὴ γὰρ ἡ διά-
μετρος· ῥητὸν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΜΚ· ῥητὴ ἄ-
ρα ἐστὶν ἡ ΜΚ· λόγον γὰρ ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς

ἀριθμὸν τὸ ἀπὸ τῆς ΜΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΖ· καὶ ἐπεὶ τετρα-
πλασία ἐστὶν ἡ ΒΖ τῆς ΖΚ· πενταπλασία ἄρα ἐστὶν
ἡ ΒΚ τῆς ΚΖ· εἰκοσιπενταπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς
ΒΚ τοῦ ἀπὸ τῆς ΚΖ· πενταπλάσιον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς
ΜΚ τοῦ ἀπὸ τῆς ΚΖ· πενταπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ
ΒΚ τοῦ ἀπὸ τῆς ΚΜ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΚ πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς ΚΜ λόγον οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος ἀρι-
θμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ἀσύμμετρος ἄρα
ἐστὶν ἡ ΒΚ τῇ ΚΜ μήκει· καί ἐστι ῥητὴ ἑκατέρα αὐτῶν·
αἱ ΒΚ ΚΜ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι·
ἐὰν δὲ ἀπὸ ῥητῆς ῥητὴ ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον
σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστιν·
ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΒ· προσαρμόζουσα δὲ αὐ-
τῇ ἡ ΜΚ· λέγω δὲ ὅτι καὶ τετάρτη· ᾧ γὰρ μεῖζόν
ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ τοῦ ἀπὸ τῆς ΚΜ, ἐκείνῳ ἴσον
ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς Ν· ἡ ΒΚ ἄρα τῆς ΚΜ μεῖζον δυνα-
ται τῇ Ν· καὶ ἐπεὶ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΚΖ τῇ ΖΒ· καὶ συν-
θέντι σύμμετρός ἐστιν ἡ ΚΒ τῇ ΒΖ· ἀλλὰ ἡ ΒΖ τῇ
ΒΘ σύμμετρός ἐστι μήκει· καὶ ἐπεὶ πενταπλάσιόν ἐστι
τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ τοῦ ἀπὸ τῆς ΚΜ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς
ΒΚ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΚΜ λόγον ἔχει ὃν ε πρὸς δ·
ἀναστρέψαντι ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
Ν λόγον ἔχει ὃν ε πρὸς α· οὐχ ὡς τετράγωνος
πρὸς τετράγωνον· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΚ τῇ
Ν· ἡ ΒΚ ἄρα τῆς ΚΜ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀ-
συμμέτρου ἑαυτῇ· ἐπεὶ οὖν ὅλη ἡ ΒΚ τῇ προσκει-

μειζούσης τῆς ΚΜ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἔστιν ἡ ΒΚ ἀσύμμετρος τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ ΒΘ· ἀποτομὴ ἄρα τετάρτη ἐστὶν ἡ ΜΒ. τὸ δὲ ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς τετάρτης περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἄλογόν ἐστιν, καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ ἄλογός ἐστι· καλεῖται δὲ ἐλάσσων· δύναται δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΒΜ ἡ ΑΒ διὰ τὸ ἐπιζευγνυμένης τῆς ΑΘ ἰσογώνιον γίνεσθαι τὸ ΑΒΘ τρίγωνον τῷ ΑΒΜ, καὶ εἶναι ὡς τὴν ΘΒ πρὸς τὴν ΒΑ, οὕτως τὴν ΑΒ πρὸς τὴν ΒΜ. ἡ ἄρα ΑΒ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐλάσσων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ Ἐὰν εἰς κύκλον τρίγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ τριγώνου πλευρὰ δυνάμει τριπλασίων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ εἰς αὐτὸν τρίγωνον ἰσόπλευρον ἐγγεγράφθω τὸ ΑΒΓ· λέγω ὅτι ἡ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου μία πλευρὰ δυνάμει τριπλασίων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓ κύκλου. εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Δ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΔ διήχθω ἐπὶ τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ. καὶ ἐπεὶ ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, ἡ ΒΕΓ ἄρα περιφέρεια τρίτον μέρος ἐστὶ τῆς τοῦ ΑΒΓ κύκλου περιφερείας· ἡ ἄρα ΒΕ περιφέρεια ἕκτον ἐστὶ μέρος τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας· ἑξαγώνου ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΕ· ἴση ἄρα ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῇ ΔΕ. καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ΑΕ τῆς ΔΕ, τετραπλάσιόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΔ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ. ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΕ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΕ τετραπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ. διελόντι ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τριπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΒΕ. ἴση δὲ ἡ ΒΕ τῇ ΔΕ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΒ τριπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ. ἡ ἄρα τοῦ τριγώνου πλευρὰ δυνάμει τριπλασία ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



ιγ Πυραμίδα συστήσασθαι καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν τῇ δοθείσῃ, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει ἡμιολία ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τῆς πυραμίδος. ἐκκείσθω ἡ τῆς δοθείσης σφαίρας διάμετρος ἡ ΑΒ, καὶ τετμήσθω κατὰ τὸ Γ σημεῖον, ὥστε διπλασίαν εἶναι τὴν ΑΓ τῆς ΓΒ· καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς ΑΒ ἡμικύκλιον τὸ ΑΔΒ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ

πρὸς ὀρθὰς ἡ ΓΔ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· καὶ ἐκκείσθω κύκλος ὁ ΕΖΗ ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ ΔΓ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ΕΖΗ κύκλον τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΕΖΗ· καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Θ σημεῖον· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΘ ΘΖ ΘΗ· καὶ ἀνεστάτω ἀπὸ τοῦ Θ σημείου τῷ τοῦ ΕΖΗ κύκλου ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΘΚ· καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς ΘΚ τῇ ΑΓ εὐθείᾳ ἴση ἡ ΘΚ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΕ ΚΖ ΚΗ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΚΘ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ τοῦ ΕΖΗ κύκλου ἐπίπεδον· καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ τοῦ ΕΖΗ κύκλου ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας· ἅπτεται δὲ αὐτῆς ἑκάστη τῶν ΘΕ ΘΖ ΘΗ ὀρθή ἐστιν· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΓ τῇ ΘΚ ἡ δὲ ΓΔ τῇ ΘΕ καὶ ὀρθὰς γωνίας περιέχουσιν· βάσις ἄρα ἡ ΔΑ βάσει τῇ ΚΕ ἐστὶν ἴση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ΚΖ ΚΗ τῇ ΔΑ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΚΕ ΚΖ ΚΗ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ΑΓ τῆς ΓΒ· τριπλῆ ἄρα ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ· ὡς δὲ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ· οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ· τριπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΓ· ἔστιν δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΘ τριπλάσιον· καὶ ἐστὶν ἴση ἡ ΔΓ τῇ ΕΘ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΔΑ τῇ ΕΖ· ἀλλὰ ἡ ΔΑ ἑκάστῃ τῶν ΚΕ ΚΖ ΚΗ ἐδείχθη ἴση· καὶ ἑκάστη ἄρα τῶν ΕΖ ΖΗ ΗΕ ἑκάστῃ τῶν ΚΕ ΚΖ ΚΗ ἐστὶν ἴση· ἰσόπλευρα ἄρα ἐστὶ τὰ τέσσαρα τρίγωνα τὰ ΕΖΗ ΚΕΖ ΚΖΗ ΚΗΕ·

ἡ ΘΚ ἄρα πρὸς ἑκάστην τῶν ΘΕ ΘΖ ΘΗ

ὅτι ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΓ [illegible] τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΓ [illegible]

πυραμὶς ἄρα συνέσταται ἐκ τεσσάρων τριγώνων ἰσοπλεύρων· ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΕΖΗ τρίγωνον· κορυφὴ δὲ τὸ Κ σημεῖον· δεῖ δὴ αὐτὴν καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν τῇ δοθείσῃ· καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος ἡμιολία ἐστὶ δυνάμει τῆς πλευρᾶς τῆς πυραμίδος· ἐκβεβλήσθω γὰρ ἐπ' εὐθείας τῇ ΚΘ εὐθεῖα ἡ ΘΛ· καὶ κείσθω τῇ ΓΒ ἴση ἡ ΘΛ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΔ οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΓΒ· ἴση δὲ ἡ μὲν ΑΓ τῇ ΚΘ· ἡ δὲ ΓΔ τῇ ΘΕ· ἡ δὲ ΓΒ τῇ ΘΛ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΚΘ πρὸς τὴν ΘΕ οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΘΛ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΚΘ ΘΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΘ· καί ἐστιν ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΚΘΕ ΕΘΛ γωνιῶν· τὸ ἄρα ἐπὶ τῆς ΚΛ γραφόμενον ἡμικύκλιον ἥξει καὶ διὰ τοῦ Ε· ἐπειδήπερ ἐὰν ἐπιζεύξωμεν τὴν ΕΛ ὀρθὴ γίνεται ἡ ὑπὸ ΛΕΚ γωνία διὰ τὸ ἰσογώνιον γίνεσθαι τὸ ΕΛΚ τρίγωνον ἑκατέρῳ τῶν ΕΛΘ ΕΘΚ τριγώνων· ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΚΛ περιενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι· ἥξει καὶ διὰ τῶν Ζ Η σημείων ἐπιζευγνυμένων τῶν ΖΛ ΛΗ· καὶ ὀρθῶν ὁμοίως γινομένων τῶν πρὸς τοῖς Ζ Η γωνιῶν· καὶ ἔσται ἡ πυραμὶς σφαίρᾳ περιειλημμένη τῇ δοθείσῃ· ἡ γὰρ ΚΛ τῆς σφαίρας διάμετρος ἴση ἐστὶ τῇ τῆς δοθείσης σφαίρας διαμέτρῳ τῇ ΑΒ· ἐπειδήπερ τῇ μὲν ΑΓ ἴση κεῖται ἡ ΚΘ· τῇ δὲ ΓΒ ἡ ΘΛ· λέγω δὴ ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος ἡμιολία ἐστὶ δυνάμει τῆς πλευρᾶς τῆς πυραμίδος· ἐπεὶ γὰρ διπλῆ



ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΓΒ. τριπλῆ ἐστὶν ἄρα ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ· ἀναστρέψαντι· ἡμιολία ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΑ τῆς ΑΓ. ὡς δὲ ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ. ἐπεὶ γὰρ ἐπιζευγνυμένης τῆς ΔΒ ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΑΓ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΔΑΒ ΔΑΓ τριγώνων, καὶ εἶναι ὡς τὴν πρώτην πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· ἡμιόλιον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΔ. καὶ ἐστὶν ἡ μὲν ΒΑ ἡ τῆς δοθείσης σφαίρας διάμετρος, ἡ δὲ ΑΔ ἴση τῇ πλευρᾷ τῆς πυραμίδος. ἡ ἄρα τῆς σφαίρας διάμετρος ἡμιολία ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τῆς πυραμίδος· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

Δεικτέον ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ· ἐκκείσθω γὰρ ἡ τοῦ ἡμικυκλίου καταγραφή, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον τὸ ΕΓ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΖΒ παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν διὰ τὸ ἰσογώνιον εἶναι τὸ ΔΑΒ τρίγωνον τῷ ΔΑΓ τριγώνῳ, ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΑΓ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ΕΒ πρὸς τὸ ΒΖ, καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΕΒ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ· ἴση γὰρ ἡ ΕΑ τῇ ΑΓ· τὸ δὲ ΒΖ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ· ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ· ἡ γὰρ ΔΓ κάθετος τῶν τῆς βάσεως τμημάτων τῶν ΑΓ ΓΒ μέση ἀνάλογόν ἐστι διὰ τὸ ὀρθὴν εἶναι τὴν ὑπὸ ΑΔΒ· ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

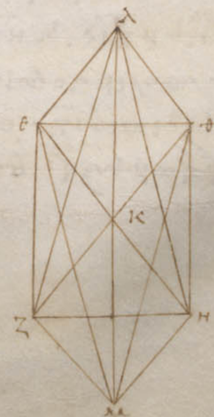
Ὀκτάεδρον συστήσασθαι καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν ᾗ καὶ τὴν πυραμίδα· καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει διπλασία ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ ὀκταέδρου. ἐκκείσθω ἡ τῆς δοθείσης σφαίρας διάμετρος ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ, καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς ΑΒ



ἡμικύκλιον τὸ ΑΔΒ. καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Γ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΓΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ. καὶ ἐκκείσθω τετράγωνον τὸ ΕΖΗΘ ἴσην ἔχον ἑκάστην τῶν πλευρῶν τῇ ΒΔ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΘ ΕΗ. καὶ ἀνεστάτω ἀπὸ τοῦ Κ σημείου τῷ τοῦ ΕΖΗΘ τετραγώνου ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖα ἡ ΚΛ. καὶ διήχθω ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη τοῦ ἐπιπέδου ὡς ἡ ΚΜ. καὶ ἀφῃρήσθω ἀφ' ἑκατέρας τῶν ΚΛ ΚΜ ἴση ἑκάστῃ τῶν ΚΕ ΚΖ ΚΗ ΚΘ ἴση ἑκατέρα τῶν ΚΛ ΚΜ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΛΕ ΛΖ ΛΗ ΛΘ ΜΕ ΜΖ ΜΗ ΜΘ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΚΕ τῇ ΚΘ, καί ἐστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΕΚΘ γωνία, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΘΕ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΚ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΛΚ τῇ ΚΕ, καί ἐστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΛΚΕ γωνία, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΛ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΚ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΘΕ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΚ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΛΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΘ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΕ τῇ ΕΘ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΛΘ τῇ ΘΕ ἐστὶν ἴση. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΕΘ τρίγωνον. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἕκαστον τῶν λοιπῶν τριγώνων ὧν βάσεις μέν εἰσιν αἱ τοῦ ΕΖΗΘ τετραγώνου πλευραί, κορυφαὶ δὲ τὰ Λ Μ σημεῖα, ἰσόπλευρόν ἐστιν. ὀκτάεδρον ἄρα συνέσταται ὑπὸ ὀκτὼ τριγώνων ἰσοπλεύρων περιεχόμενον. δεῖ δὴ αὐτὸ καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν τῇ δοθείσῃ. καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει διπλασίων ἐστὶ τῆς τοῦ ὀκταέδρου πλευρᾶς. ἐπεὶ γὰρ αἱ τρεῖς αἱ ΛΚ ΚΜ ΚΕ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

τὸ ἄρα ἐπὶ τῆς ΛΜ γραφόμενον ἡμικύκλιον ἥξει καὶ διὰ τοῦ Ε. καὶ διὰ τὰ αὐτά, ἐὰν μενούσης τῆς ΛΜ περιενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον εἰς τὸ αὐτὸ ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, ἥξει καὶ διὰ τῶν Ζ Η Θ σημείων. καὶ ἔσται σφαίρᾳ περιειλημμένον τὸ ὀκτάεδρον. λέγω δὴ ὅτι καὶ τῇ δοθείσῃ. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΛΚ τῇ ΚΜ, κοινὴ δὲ ἡ ΚΕ, καὶ γωνίας ὀρθὰς περιέχουσιν, βάσις ἄρα ἡ ΛΕ βάσει τῇ ΕΜ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΛΕΜ γωνία· ἐν ἡμικυκλίῳ γάρ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΛΜ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΛΕ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ, διπλασία ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ. ὡς δὲ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΛΜ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΛΕ. καί ἐστιν ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς ΔΒ τῷ ἀπὸ τῆς ΛΕ. ἴση γὰρ κεῖται ἡ ΕΘ τῇ ΔΒ. ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τῷ ἀπὸ τῆς ΛΜ. ἴση ἄρα ἡ ΑΒ τῇ ΛΜ. καί ἐστιν ἡ ΑΒ ἡ τῆς δοθείσης σφαίρας διάμετρος. ἡ ΛΜ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ τῆς δοθείσης σφαίρας διαμέτρῳ. περιείληπται ἄρα τὸ ὀκτάεδρον τῇ δοθείσῃ σφαίρᾳ. καὶ συναποδέδεικται ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει διπλασίων ἐστὶ τῆς τοῦ ὀκταέδρου πλευρᾶς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

διπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΔ.



ιε' Κύβον συστήσασθαι καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν ᾗ καὶ τὰ πρότε-
ρον· καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει τρι-
πλῆ ἐστιν τῆς τοῦ κύβου πλευρᾶς. Ἐκκείσθω ἡ τῆς δο-
θείσης σφαίρας διάμετρος ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω κατὰ τὸ Γ,
ὥστε διπλῆν εἶναι τὴν ΑΓ τῆς ΓΒ· καὶ γεγράφθω ἐπὶ
τῆς ΑΒ ἡμικύκλιον τὸ ΑΔΒ· καὶ ἀπὸ τοῦ Γ τῇ ΑΒ πρὸς
ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΓΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ· καὶ ἐκκείσθω τε-
τράγωνον τὸ ΕΖΗΘ ἴσην ἔχον τὴν πλευρὰν τῇ ΔΒ· καὶ
ἀπὸ τῶν Ε Ζ Η Θ τετραγώνου ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἤ-
χθωσαν αἱ ΕΚ ΖΛ ΗΜ ΘΝ· καὶ ἀφῃρήσθωσαν ἀπὸ ἑκά-
στης τῶν ΕΚ ΖΛ ΗΜ ΘΝ μιᾷ τῶν ΕΖ ΖΗ ΗΘ ΘΕ ἴση ἑκά-
στη τῶν ΕΚ ΖΛ ΗΜ ΘΝ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΛ ΛΜ ΜΝ ΝΚ·
κύβος ἄρα συνέσταται ὁ ΖΝ ὑπὸ ἓξ τετραγώνων ἴσων
περιεχόμενος. Δεῖ δὴ αὐτὸν καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν τῇ
δοθείσῃ. καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνά-
μει τριπλασία ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ κύβου. Ἐπεζεύ-
χθωσαν γὰρ αἱ ΚΗ ΕΗ· καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΚΕΗ γω-
νία διὰ τὸ καὶ τὴν ΚΕ ὀρθὴν εἶναι πρὸς τὸ ΕΗ ἐπίπεδον,
δηλαδὴ καὶ πρὸς τὴν ΕΗ εὐθεῖαν· τὸ ἄρα ἐπὶ τῆς ΚΗ γρα-
φόμενον ἡμικύκλιον, ἥξει καὶ διὰ τοῦ Ε σημείου. πάλιν
ἐπεὶ ἡ ΗΖ ὀρθή ἐστι πρὸς ἑκατέραν τῶν ΖΛ ΖΕ· καὶ πρὸς
τὸ ΖΚ ἄρα ἐπίπεδον ὀρθή ἐστιν ἡ ΗΖ· ὥστε κἂν ἐπι-
ζεύξωμεν τὴν ΖΚ, ἡ ΗΖ ὀρθὴ ἔσται καὶ πρὸς τὴν ΖΚ·
καὶ διὰ τοῦτο πάλιν τὸ ἐπὶ τῆς ΗΚ γραφόμενον ἡμικύ-
κλιον ἥξει καὶ διὰ τοῦ Ζ· ὁμοίως καὶ διὰ τῶν λοιπῶν τοῦ
κύβου σημείων ἥξει. ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΚΗ περι-

ενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον εἰς τὸ αὐτὸ ἀποκατασταθῇ, ὅθεν
ἤρξατο φέρεσθαι, ἔσται σφαίρᾳ περιειλημμένος ὁ
κύβος. λέγω δὴ ὅτι καὶ τῇ δοθείσῃ. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν
ἡ ΗΖ τῇ ΖΕ, καὶ ἐστιν ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ Ζ γωνία, τὸ ἄ-
ρα ἀπὸ τῆς ΕΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ. ἴση
δὲ ἡ ΕΖ τῇ ΕΚ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΗ διπλάσιόν ἐστι
τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΚ· ὥστε τὰ ἀπὸ τῶν ΗΕ ΕΚ, τουτέστι
τὸ ἀπὸ τῆς ΗΚ τριπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΚ· καὶ
ἐπεὶ τριπλασίων ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ, ὡς δὲ ἡ ΑΒ πρὸς
τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ·
τριπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΔ. ἐ-
δείχθη δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΚ τοῦ ἀπὸ τῆς ΚΕ τριπλά-
σιον. καὶ κεῖται ἴση ἡ ΚΕ τῇ ΔΒ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΚΗ τῇ
ΑΒ. καὶ ἐστιν ἡ ΑΒ τῆς δοθείσης σφαίρας διάμετρος·
καὶ ἡ ΚΗ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ τῆς δοθείσης σφαίρας δια-
μέτρῳ· τῇ δοθείσῃ ἄρα σφαίρᾳ περιείληπται ὁ κύ-
βος. καὶ συναποδέδεικται ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διά-
μετρος δυνάμει τριπλασίων ἐστὶ τῆς τοῦ κύβου πλευ-
ρᾶς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

ις' Εἰκοσάεδρον συστήσασθαι καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν ᾗ καὶ τὰ προειρημένα σχήματα· καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐλάττων. Ἐκκείσθω ἡ τῆς δοθείσης σφαίρας διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ τετμήσθω κατὰ τὸ Γ ὥστε τετραπλασίαν εἶναι τὴν ΑΓ τῆς ΓΒ· καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς ΑΒ ἡμικύκλιον τὸ ΑΔΒ· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Γ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΓΔ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ· καὶ ἐκκείσθω κύκλος ὁ ΕΖΗΘΚ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἔστω τῇ ΔΒ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ΕΖΗΘΚ κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον τὸ ΕΖΗΘΚ· καὶ τετμήσθωσαν αἱ ΕΖ ΖΗ ΗΘ ΘΚ ΚΕ περιφέρειαι δίχα κατὰ τὰ Λ Μ Ν Ξ Ο σημεῖα· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΛΜ ΜΝ ΝΞ ΞΟ ΟΛ ΕΟ· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΛΜΝΞΟ πεντάγωνον, καὶ δεκαγώνου ἡ ΕΟ εὐθεῖα· καὶ ἀνεστάτωσαν ἀπὸ τῶν ΕΖΗΘΚ σημείων τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαι αἱ ΕΠ ΖΡ ΗΣ ΘΤ ΚΥ ἴσαι οὖσαι τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΖΗΘΚ κύκλου· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΠΡ ΡΣ ΣΤ ΤΥ ΥΠ ΠΛ ΛΡ ΡΜ ΜΣ ΣΝ ΝΤ ΤΞ ΞΥ ΥΟ ΟΠ· καὶ ἐπεὶ ἑκατέρα τῶν ΕΠ ΚΥ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστι, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΠ τῇ ΚΥ· ἔστι δὲ αὐτῇ καὶ ἴση· αἱ δὲ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπιζευγνύουσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη εὐθεῖαι ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· ἡ ΠΥ ἄρα τῇ ΕΚ ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν· πενταγώνου δὲ ἰσοπλεύρου ἡ ΕΚ· πενταγώνου ἄρα ἰσοπλεύρου καὶ ἡ ΠΥ τοῦ εἰς τὸν ΕΖΗΘΚ κύκλον ἐγγραφομένου· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκάστη τῶν ΠΡ ΡΣ ΣΤ ΤΥ πενταγώνου ἐστὶν ἰσοπλεύρου τοῦ εἰς τὸν ΕΖΗΘΚ κύκλον ἐγγραφομένου· ἰσόπλευρον ἄρα τὸ ΠΡΣΤΥ πεντάγωνον. καὶ ἐπεὶ ἑξαγώνου μέν ἐστιν ἡ ΠΕ, δεκαγώνου δὲ ἡ ΕΟ, καί ἐστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΠΕΟ, πενταγώνου ἄρα ἐστὶν ἡ ΠΟ· ἡ γὰρ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ δύναται τήν τε τοῦ ἑξαγώνου καὶ τὴν τοῦ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΟΥ πενταγώνου ἐστὶ πλευρά· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΠΥ πενταγώνου· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΠΟΥ τρίγωνον· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἕκαστον τῶν ΠΛΡ ΡΜΣ ΣΝΤ ΤΞΥ ἰσόπλευρόν ἐστιν· καὶ ἐπεὶ πενταγώνου ἐδείχθη ἑκατέρα τῶν ΠΛ ΠΟ· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΛΟ πενταγώνου· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΠΛΟ τρίγωνον· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἕκαστον τῶν ΛΡΜ ΜΣΝ ΝΤΞ ΞΥΟ τριγώνων ἰσόπλευρόν ἐστιν· εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΕΖΗΘΚ κύκλου τὸ Φ σημεῖον· καὶ ἀπὸ τοῦ Φ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἀνεστάτω ἡ ΦΩ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη ὡς ἡ ΦΨ· καὶ ἀφῃρήσθω ἑξαγώνου μὲν ἡ ΦΧ, δεκαγώνου δὲ ἑκατέρα τῶν ΦΨ ΧΩ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΠΩ ΠΧ ΥΩ ΕΦ ΛΦ ΛΨ ΨΜ· καὶ ἐπεὶ ἑκατέρα τῶν ΦΧ ΠΕ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστι, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΦΧ τῇ ΠΕ· εἰσὶ δὲ καὶ ἴσαι· καὶ αἱ ΕΦ ΠΧ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· ἑξαγώνου δὲ ἡ ΕΦ· ἑξαγώνου ἄρα καὶ ἡ ΠΧ· καὶ ἐπεὶ ἑξαγώνου μέν ἐστιν ἡ ΠΧ, δεκαγώνου δὲ ἡ ΧΩ, καὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΠΧΩ γωνία, πενταγώνου ἄρα ἐστὶν ἡ ΠΩ·

διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΥΩ πενταγώνου ἐστίν. ἐπεὶ δὴ ἐ-
ὰν ἐπιζεύξωμεν τὰς ΦΚ, ΧΥ, ἴσαι καὶ ἀπεναντίον ἔσονται·
καί ἐστιν ἡ ΦΧ ἐκ τοῦ κέντρου οὖσα ἑξαγώνου· ἑξαγώνου
ἄρα καὶ ἡ ΧΥ. δεκαγώνου δὲ ἡ ΧΩ. καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΥΧΩ.
πενταγώνου ἄρα ἡ ΥΩ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΠΥ πενταγώνου·
ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΠΥΩ τρίγωνον. διὰ τὰ αὐτὰ
δὴ καὶ ἕκαστον τῶν λοιπῶν τριγώνων ὧν βάσεις μέν εἰσιν
αἱ ΠΡ, ΡΣ, ΣΤ, ΤΥ εὐθεῖαι, κορυφὴ δὲ τὸ Ω σημεῖον, ἰσό-
πλευρόν ἐστιν. πάλιν ἐπεὶ ἑξαγώνου μὲν ἡ ΦΛ, δεκα-
γώνου δὲ ἡ ΦΨ, καὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΛΦΨ γωνία,
πενταγώνου ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΨ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἐὰν ἐπι-
ζεύξωμεν τὴν ΜΦ οὖσαν ἑξαγώνου, συνάγεται καὶ
ἡ ΜΨ πενταγώνου. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΛΜ πενταγώνου· ἰ-
σόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΜΨ τρίγωνον. ὁμοίως δὴ
δειχθήσεται ὅτι καὶ ἕκαστον τῶν λοιπῶν τριγώνων ὧν
βάσεις μέν εἰσιν αἱ ΜΝ, ΝΞ, ΞΟ, ΟΛ, κορυφὴ δὲ τὸ Ψ ση-
μεῖον, ἰσόπλευρόν ἐστιν. συνέσταται ἄρα εἰκοσάεδρον
ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.
δεῖ δὴ αὐτὸ καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν τῇ δοθείσῃ καὶ
δεῖξαι ὅτι ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν
ἡ καλουμένη ἐλάσσων. ἐπεὶ γὰρ ἑξαγώνου ἐστὶν ἡ
ΦΧ, δεκαγώνου δὲ ἡ ΧΩ, ἡ ΦΩ ἄρα ἄκρον καὶ μέσον
λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Χ, καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆ-
μά ἐστιν ἡ ΦΧ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΩΦ πρὸς τὴν ΦΧ, οὕ-
τως ἡ ΦΧ πρὸς τὴν ΧΩ. ἴση δὲ ἡ μὲν ΦΧ τῇ ΦΛ,
ἡ δὲ ΧΩ τῇ ΦΨ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΩΦ πρὸς τὴν ΦΛ,

οὕτως ἡ ΛΦ πρὸς τὴν ΦΨ. καί εἰσιν ὀρθαὶ αἱ ὑπὸ ΩΦΛ, ΛΦΨ
γωνίαι. ἐὰν ἄρα ἐπιζεύξωμεν τὴν ΛΩ εὐθεῖαν, ὀρθὴ
ἔσται ἡ ὑπὸ ΨΛΩ γωνία διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΨΛΩ,
ΦΛΩ τριγώνων. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΩΦ πρὸς
τὴν ΦΧ, οὕτως ἡ ΦΧ πρὸς τὴν ΧΩ. ἴση δὲ ἡ μὲν ΩΦ
τῇ ΨΧ, ἡ δὲ ΦΧ τῇ ΧΠ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΨΧ πρὸς τὴν
ΧΠ, οὕτως ἡ ΠΧ πρὸς τὴν ΧΩ. καὶ διὰ τοῦτο πάλιν ἐὰν
ἐπιζεύξωμεν τὴν ΠΨ, ὀρθὴ ἔσται ἡ πρὸς τῷ Π γωνία·
τὸ ἄρα ἐπὶ τῆς ΨΩ γραφόμενον ἡμικύκλιον ἥξει καὶ
διὰ τοῦ Π. καὶ ἐὰν μενούσης τῆς ΨΩ περιενεχθὲν τὸ ἡ-
μικύκλιον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρ-
ξατο φέρεσθαι, ἥξει καὶ διὰ τοῦ Π καὶ τῶν λοιπῶν σημεί-
ων τοῦ εἰκοσαέδρου, καὶ ἔσται σφαίρᾳ περιειλημμέ-
νον τὸ εἰκοσάεδρον. λέγω δὴ ὅτι καὶ τῇ δοθείσῃ. τε-
τμήσθω γὰρ ἡ ΦΧ δίχα κατὰ τὸ α. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα γραμμὴ
ἡ ΦΩ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Χ, καὶ τὸ ἔ-
λασσον αὐτῆς ἐστι τμῆμα ἡ ΩΧ, ἡ ἄρα ΩΧ προσλα-
βοῦσα τὴν ἡμίσειαν τοῦ μείζονος τμήματος τὴν Χα,
πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τοῦ
μείζονος τμήματος· πενταπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀ-
πὸ τῆς Ωα′ τοῦ ἀπὸ τῆς α′Χ. καί ἐστι τῆς μὲν
Ωα′ διπλῆ ἡ ΩΨ, τῆς δὲ αΧ διπλῆ ἡ ΦΧ· πεν-
ταπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΩΨ τοῦ ἀπὸ τῆς ΧΦ.
καὶ ἐπεὶ τετραπλάσιόν ἐστιν ἡ ΑΓ τῆς ΓΒ, πενταπλῆ
ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΓΒ. ὡς δὲ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕ-
τως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ.



πενταπλάσιον ἄρα ἐστὶν τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΔ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΩΨ πενταπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΦΧ· καί ἐστιν ἴση ἡ ΔΒ τῇ ΦΧ· ἑκατέρα γὰρ αὐτῶν ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΖΗΘΚ κύκλου· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΨΩ. καί ἐστιν ἡ ΑΒ ἡ τῆς δοθείσης σφαίρας διάμετρος· καὶ ἡ ΨΩ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ τῆς δοθείσης σφαίρας διαμέτρῳ· τῇ ἄρα δοθείσῃ σφαίρᾳ περιείληπται τὸ εἰκοσάεδρον. λέγω δή, ὅτι ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐλάσσων. ἐπεὶ γὰρ ῥητή ἐστιν ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος, καί ἐστι δυνάμει πενταπλασίων τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΖΗΘΚ κύκλου. ῥητὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΖΗΘΚ κύκλου. ὥστε καὶ ἡ διάμετρος αὐτοῦ ῥητή ἐστιν. ἐὰν δὲ εἰς κύκλον ῥητὴν ἔχοντα τὴν διάμετρον πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐλάσσων. ἡ δὲ τοῦ ΕΖΗΘΚ πενταγώνου πλευρὰ ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου ἐστίν. ἡ ἄρα τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐλάσσων.

ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι
πο ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει πενταπλάσιον ἐστὶν τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ἀφ' οὗ τὸ εἰκοσάεδρον ἀναγέγραπται. καὶ ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος σύγκειται ἔκ τε τῆς ἑξαγώνου καὶ δύο τῶν τοῦ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων.

Δωδεκάεδρον συστήσασθαι καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν, ᾗ καὶ τὰ προειρημένα σχήματα. καὶ δεῖξαι, ὅτι ἡ τοῦ δωδεκαέδρου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἀποτομή.

ἐκκείσθωσαν τοῦ προειρημένου κύβου δύο ἐπίπεδα πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλοις τὰ ΑΒΓΔ ΓΒΕΖ. καὶ τετμήσθω ἑκάστη τῶν ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΑ ΕΖ ΕΒ ΖΓ πλευρῶν δίχα κατὰ τὰ Η Θ Κ Λ Μ Ν Ξ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΚ ΘΛ ΜΘ ΝΞ. καὶ τετμήσθω ἑκάστη τῶν ΝΟ ΟΞ ΘΠ ἄκρον καὶ μέσον λόγον κατὰ τὰ Ρ Σ Τ σημεῖα. καὶ ἔστω αὐτῶν μείζονα τμήματα τὰ ΡΟ ΟΣ ΤΠ. καὶ ἀνεστάτωσαν ἀπὸ τῶν Ρ Σ Τ

σημείων τοῖς τοῦ κύβου ἐπιπέδοις πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τὰ
ἐκτὸς μέρη τοῦ κύβου αἱ ΡΥ ΣΦ ΤΧ· καὶ κείσθωσαν ἴσαι
ταῖς ΡΟ ΟΣ ΤΠ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΥΒ ΒΧ ΧΓ ΓΧ ΦΥ·
λέγω ὅτι τὸ ΥΒΧΓΦ πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἐν ἑ-
νὶ ἐπιπέδῳ καὶ ἔτι ἰσογώνιόν ἐστιν· ἐπεζεύχθωσαν γὰρ
αἱ ΡΒ ΣΒ ΦΒ· καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΝΟ ἄκρον καὶ μέσον λόγον
τέτμηται κατὰ τὸ Ρ· καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΡΟ· τὰ
ἄρα ἀπὸ τῶν ΟΝ ΝΡ τριπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΡΟ·
ἴση δὲ ἡ μὲν ΟΝ τῇ ΝΒ· ἡ δὲ ΟΡ τῇ ΡΥ· τὰ ἄρα ἀπὸ
τῶν ΒΝ ΝΡ· τριπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΡΥ· τοῖς δὲ
ἀπὸ τῶν ΒΝ ΝΡ· τὸ ἀπὸ τῆς ΒΡ ἐστὶν ἴσον· τὸ ἄρα
ἀπὸ τῆς ΒΡ τριπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΡΥ· ὥστε
τὰ ἀπὸ τῶν ΒΡ ΡΥ τετραπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΡΥ·
τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΒΡ ΡΥ· ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΥ· τὸ
ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΥ τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΥΡ·
διπλῆ ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΥ τῆς ΡΥ· ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΦΥ τῆς
ΥΡ διπλῆ· ἐπειδήπερ καὶ ἡ ΣΡ τῆς ΟΡ τουτέστι τῆς
ΡΥ ἐστὶν διπλῆ· ἴση ἄρα ἡ ΒΥ τῇ ΥΦ· ὁμοίως δὴ
δειχθήσεται ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ΒΧ ΧΓ ΓΧ ἑκατέρᾳ
τῶν ΒΥ ΥΦ ἐστὶν ἴση· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΥΦΓΧ
πεντάγωνον· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ·
ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Ο ἑκατέρᾳ τῶν ΡΥ ΣΦ παράλ-
ληλος ἐπὶ τὰ ἐκτὸς τοῦ κύβου μέρη ἡ ΟΨ· καὶ ἐπε-
ζεύχθωσαν αἱ ΨΘ ΘΧ· λέγω ὅτι ἡ ΨΘΧ εὐθεῖά ἐστιν·
ἐπεὶ γὰρ ἡ ΘΠ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κα-
τὰ τὸ Τ· καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμά ἐστιν ἡ ΠΤ· ἔστιν

ἄρα ὡς ἡ ΘΠ πρὸς ΠΤ· οὕτως ἡ ΠΤ πρὸς τὴν ΤΘ· ἴση δὲ
ἡ μὲν ΘΠ τῇ ΘΟ· ἡ δὲ ΠΤ ἑκατέρᾳ τῶν ΤΧ ΟΨ· ἔστιν
ἄρα ὡς ἡ ΘΟ πρὸς τὴν ΟΨ· οὕτως ἡ ΧΤ πρὸς τὴν ΤΘ· καὶ
ἐστι παράλληλος ἡ μὲν ΘΟ τῇ ΤΧ· ἑκατέρα γὰρ αὐτῶν
τῷ ΒΔ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν· ἡ δὲ ΤΘ τῇ ΟΨ·
ἑκατέρα γὰρ αὐτῶν τῷ ΒΖ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς
ἐστιν· ἐὰν δὲ δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γω-
νίαν ὡς τὰ ΨΟΘ ΘΤΧ· τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευ-
ραῖς ἀνάλογον ἔχοντα· ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν
πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι· αἱ λοιπαὶ εὐθεῖαι ἐπ' εὐ-
θείας ἔσονται· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΨΘ τῇ ΘΧ· πᾶ-
σα δὲ εὐθεῖα ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ· ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ ἄ-
ρα ἐστὶ τὸ ΥΒΧΓΦ πεντάγωνον· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἰσογώνι-
όν ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΝΟ ἄκρον καὶ μέσον
λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Ρ· καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΟΡ·
ἔστιν ἄρα ὡς συναμφότερος ἡ ΝΟ ΟΡ πρὸς τὴν ΟΝ· οὕ-
τως ἡ ΝΟ πρὸς τὴν ΟΡ· ἴση δὲ ἡ ΟΡ τῇ ΟΣ· ἔστιν ἄρα
ὡς ἡ ΣΝ πρὸς τὴν ΝΟ· οὕτως ἡ ΝΟ πρὸς τὴν ΟΣ· ἡ ΝΣ
ἄρα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Ο· καὶ τὸ μεῖ-
ζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΝΟ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΝΣ ΣΟ τριπλά-
σιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΝΟ· ἴση δὲ ἡ μὲν ΝΟ τῇ ΝΒ· ἡ δὲ
ΟΣ τῇ ΣΦ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΝΣ ΣΦ τετράγωνα τρι-
πλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΝΒ· ὥστε τὰ ἀπὸ τῶν ΦΣ ΣΝ
ΝΒ τετραπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΝΒ· τοῖς δὲ ἀπὸ
τῶν ΣΝ ΝΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΣΒ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν
ΒΣ ΣΦ τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΦ· ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ ΦΣΒ γω-



μίαν. τετραπλάσιον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΝΒ· διπλῆ ἄρα ἐστὶν
ἡ ΦΒ τῆς ΒΝ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῆς ΒΝ διπλῆ. ἴση ἄρα
ἐστὶν ἡ ΒΦ τῇ ΒΓ. καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΒΥ ΥΦ δυσὶ ταῖς ΒΧ ΧΓ
ἴσαι εἰσίν. καὶ βάσις ἡ ΒΦ βάσει τῇ ΒΓ ἴση. γωνία ἄρα
ἡ ὑπὸ ΒΥΦ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΧΓ ἐστὶν ἴση. ὁμοίως
δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΥΦΓ γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ
ΒΧΓ. αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΧΓ ΒΥΦ ΥΦΓ τρεῖς γωνίαι ἴσαι
ἀλλήλαις εἰσίν. ἐὰν δὲ πενταγώνου ἰσοπλεύρου αἱ τρεῖς
γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν. ἰσογώνιον ἔσται τὸ πεντά-
γωνον. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΥΦΓΧ πεντάγωνον. ἐ-
δείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον. τὸ ἄρα ΒΥΦΓΧ πεντάγωνον.
ἰσόπλευρόν ἐστι καὶ ἰσογώνιον. καὶ ἔστιν ἐπὶ μιᾶς τοῦ κύ-
βου πλευρᾶς τῆς ΒΓ. ἐὰν ἄρα ἐφ' ἑκάστης τῶν τοῦ
κύβου δώδεκα πλευρῶν τὰ αὐτὰ κατασκευάσωμεν.
συσταθήσεταί τι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ δώδεκα πεντα-
γώνων ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον.
δεῖ δὴ αὐτὸ καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν τῇ δοθείσῃ. καὶ
δεῖξαι ὅτι ἡ τοῦ δωδεκαέδρου πλευρὰ ἄλογος
ἐστὶν ἡ καλουμένη ἀποτομή. ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ
ΨΟ. καὶ ἔστω ἡ ΨΩ. συμβάλλει ἄρα ἡ ΨΩ τῇ τοῦ κύβου
διαμέτρῳ καὶ δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας. τοῦτο γὰρ δέ-
δεικται ἐν τῷ παρατελεύτῳ θεωρήματι τοῦ ια΄ βι-
βλίου. τεμνέτωσαν κατὰ τὸ Ω. τὸ Ω ἄρα κέντρον
ἐστὶ τῆς σφαίρας τῆς περιλαμβανούσης τὸν κύβον.
καὶ ἡ ΩΨ ἡμίσεια τῆς πλευρᾶς τοῦ κύβου. ἐπεζεύ-
χθω δὴ ἡ ΥΩ. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΝΣ ἄκρον

καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Ο. καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆ-
μα ἐστὶν ἡ ΝΟ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΝΣ ΣΟ τριπλάσιά ἐστι
τοῦ ἀπὸ τῆς ΝΟ. ἴση δὲ ἡ μὲν ΝΣ τῇ ΨΩ. ἐπειδή-
περ καὶ ἡ μὲν ΝΟ τῇ ΟΩ ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ ΨΟ τῇ ΟΣ. ἀλλὰ
μὴν καὶ ἡ ΟΣ τῇ ΨΥ. ἐπεὶ καὶ τῇ ΡΟ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν
ΩΨ ΨΥ τριπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΝΟ. τοῖς δὲ ἀ-
πὸ τῶν ΩΨ ΨΥ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΥΩ. τὸ ἄρα ἀ-
πὸ τῆς ΥΩ τριπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΝΟ. ἔστιν δὲ
καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας τῆς περιλαμβανού-
σης τὸν κύβον δυνάμει τριπλασίων τῆς ἡμισείας
τῆς τοῦ κύβου πλευρᾶς. προδέδεικται γὰρ κύβον
συστήσασθαι καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ
τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει τριπλασίων ἐστὶν
τῆς πλευρᾶς τοῦ κύβου. ἡ δὲ ὅλη τῆς ὅλης. καὶ
ἡ ἡμίσεια τῆς ἡμισείας. καὶ ἐστὶν ἡ ΝΟ ἡμίσεια τῆς
τοῦ κύβου πλευρᾶς. ἡ ἄρα ΥΩ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ
κέντρου τῆς σφαίρας τῆς περιλαμβανούσης τὸν
κύβον. καὶ ἐστὶν τὸ Ω κέντρον τῆς σφαίρας τῆς περι-
λαμβανούσης τὸν κύβον. τὸ Υ ἄρα σημεῖον πρὸς
τῇ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τῆς σφαίρας. ὁμοίως δὴ δεί-
ξομεν ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν λοιπῶν γωνιῶν τοῦ δω-
δεκαέδρου πρὸς τῇ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τῆς σφαίρας.
περιείληπται ἄρα τὸ δωδεκάεδρον τῇ δοθείσῃ
σφαίρᾳ: λέγω δὴ ὅτι ἡ τοῦ δωδεκαέδρου πλευρὰ
ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἀποτομή. ἐπεὶ γὰρ τῆς ΝΟ
ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμημένης τὸ μεῖζον τμῆμα

ἐστὶν ἡ ΡΟ. τῆς δὲ ΟΞ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης
τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΟΣ. ὥστε καὶ τῆς ΝΞ ἄκρον καὶ
μέσον λόγον τεμνομένης τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΡΣ.
οἷον ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΟΝ πρὸς τὴν ΟΡ, ἡ ΟΡ πρὸς τὴν ΡΝ, καὶ
τὰ διπλάσια· τὰ γὰρ μέρη τοῖς ἰσάκις πολλαπλασί-
οις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ὡς ἄρα ἡ ΝΞ πρὸς τὴν ΡΣ,
οὕτως ἡ ΡΣ πρὸς συναμφότερον τὴν ΝΡ, ΣΞ. μείζων
δὲ ἡ ΝΞ τῆς ΡΣ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΡΣ συναμφοτέρου
τῆς ΝΡ, ΣΞ. ἡ ΝΞ ἄρα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται,
καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμά ἐστιν ἡ ΡΣ. ἴση δὲ ἡ ΡΣ τῇ
ΥΦ· τῆς ἄρα ΝΞ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης,
τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΥΦ. καὶ ἐπεὶ ῥητή ἐστιν ἡ τῆς σφαί-
ρας διάμετρος καί ἐστι δυνάμει τριπλασίων τῆς τοῦ κύ-
βου πλευρᾶς· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΝΞ πλευρὰ οὖσα τοῦ κύ-
βου. ἐὰν δὲ ῥητὴ
γραμμὴ ἄκρον καὶ
μέσον λόγον τμη-
θῇ, ἑκάτερον
τῶν τμημάτων
ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη
ἀποτομή. ἡ ΥΦ ἄ-
ρα πλευρὰ οὖσα
τοῦ δωδεκαέδρου
ἄλογός ἐστιν ἀποτομή.

ΠΟ Ἐκ δὴ τούτου φανερόν
ὅτι ἡ τοῦ κύβου

πλευρᾶς ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης, τὸ μεῖζον τμῆ-
μά ἐστιν ἡ τοῦ δωδεκαέδρου πλευρά· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

✝ ΤΑΣ ΠΛΕΥΡΑΣ ΤΩΝ ΠΕΝΤΕ ΣΧΗΜΑΤΩΝ ΕΚ-
ΘΕΣΘΑΙ ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΝΑΙ ΠΡΟΣ ΑΛΛΗΛΑΣ.

Ἐκκείσθω ἡ τῆς δοθείσης σφαίρας διάμετρος ἡ ΑΒ, καὶ
τετμήσθω κατὰ τὸ Γ, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν ΑΓ τῇ
ΓΒ, κατὰ δὲ τὸ Δ, ὥστε διπλασίονα εἶναι τὴν ΑΔ
τῆς ΔΒ, καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς ΑΒ ἡμικύκλιον τὸ
ΑΕΒ, καὶ ἀπὸ τῶν Γ, Δ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ
ΓΕ, ΔΖ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ, ΖΕ, ΕΒ. καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν
ἡ ΑΔ τῆς ΔΒ, τριπλῆ ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΔΒ· ἀναστρέ-
ψαντι ἡμιολία ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΑ τῆς ΑΔ. ὡς δὲ ἡ ΒΑ πρὸς
τὴν ΑΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ·
ἰσογώνιον γάρ ἐστι τὸ ΑΖΒ τρίγωνον τῷ ΑΖΔ τριγώ-
νῳ· ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τοῦ ἀπὸ τῆς
ΑΖ. ἔστι δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει ἡμι-
ολία τῆς πλευρᾶς τῆς πυραμίδος. καί ἐστιν ἡ ΑΒ ἡ τῆς
σφαίρας διάμετρος· ἡ ΑΖ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ πλευρᾷ
τῆς πυραμίδος. πάλιν ἐπεὶ διπλασίων ἐστὶν ἡ ΑΔ
τῆς ΔΒ, τριπλῆ ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΒΔ. ὡς δὲ ἡ ΑΒ
πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
ΖΒ· τριπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τοῦ ἀπὸ τῆς
ΖΒ. ἔστι δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει τρι-
πλασίων τῆς τοῦ κύβου πλευρᾶς· καί ἐστιν ἡ ΑΒ ἡ τῆς
σφαίρας διάμετρος· ἡ ΒΖ ἄρα τοῦ κύβου ἐστὶ πλευρά.
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ, διπλῆ ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ

τῆς ΒΓ· ὡς δὲ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ. οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΕ· διπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ
τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ· ἔστιν δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος
δυνάμει διπλασίων τῆς τοῦ ὀκταέδρου πλευρᾶς· καὶ
ἔστιν ἡ ΑΒ ἡ τῆς δοθείσης σφαίρας διάμετρος· ἡ ΒΕ
ἄρα τοῦ ὀκταέδρου ἐστὶ πλευρά· ἤχθω δὴ ἀπὸ τοῦ Α
σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΗ· καὶ κείσθω
ἡ ΑΗ ἴση τῇ ΑΒ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΓ· καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ
τὴν ΑΒ κάθετος ἤχθω ἡ ΘΚ· καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ
ΗΑ τῆς ΑΓ· ἴση γὰρ ἡ ΗΑ τῇ ΑΒ· ὡς δὲ ἡ ΗΑ πρὸς
τὴν ΑΓ. οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς τὴν ΚΓ· διπλῆ ἄρα
καὶ ἡ ΘΚ τῆς ΚΓ· τετραπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ
τῆς ΘΚ τοῦ ἀπὸ τῆς ΚΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΘΚ
ΚΓ ὅ ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΘΓ· πενταπλάσιόν ἐστι
τοῦ ἀπὸ τῆς ΚΓ· ἴση δὲ ἡ ΘΓ τῇ ΓΒ· πενταπλά-
σιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΚ· καὶ
ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ΑΒ τῆς ΓΒ· ὧν ἡ ΑΔ τῆς ΔΒ ἐστιν
διπλῆ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΔ λοιπῆς τῆς ΔΓ ἐστι διπλῆ·
τριπλῆ ἄρα ἡ ΒΓ τῆς ΓΔ· ἐνναπλάσιον ἄρα τὸ
ἀπὸ τῆς ΒΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ· πενταπλάσιον δὲ
τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΚ· μεῖζον ἄρα τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΓΚ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΚ
τῆς ΓΔ· κείσθω τῇ ΓΚ ἴση ἡ ΓΛ· καὶ ἀπὸ τοῦ Λ τῇ
ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΛΜ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΜΒ· καὶ
ἐπεὶ πενταπλάσιόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τοῦ ἀπὸ τῆς
ΓΚ· καὶ ἐστι τῆς μὲν ΒΓ διπλῆ ἡ ΑΒ· τῆς δὲ ΓΚ διπλῆ

ἡ ΚΛ· πενταπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τοῦ ἀπὸ τῆς
ΚΛ· ἔστιν δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει πενταπλα-
σίων τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀφ' οὗ τὸ εἰκο-
σάεδρον ἀναγέγραπται· καὶ ἔστιν ἡ ΑΒ ἡ τῆς σφαίρας
διάμετρος· ἡ ΚΛ ἄρα ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶ τοῦ κύκλου·
ἀφ' οὗ τὸ εἰκοσάεδρον ἀναγέγραπται· ἡ ΚΛ ἄρα ἑξα-
γώνου ἐστὶ πλευρὰ τοῦ εἰρημένου κύκλου· καὶ ἐπεὶ ἡ τῆς
σφαίρας διάμετρος σύγκειται ἔκ τε τῆς τοῦ ἑξαγώ-
νου καὶ δύο τῶν τοῦ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν εἰρημένον
κύκλον ἐγγραφομένων· καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΑΒ ἡ τῆς σφαί-
ρας διάμετρος· ἡ δὲ ΚΛ ἑξαγώνου πλευρά· καὶ ἴση
ἡ ΑΚ τῇ ΛΒ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΚ ΛΒ δεκαγώνου
ἐστὶ πλευρὰ τοῦ ἐγγραφομένου εἰς τὸν κύκλον ἀφ' οὗ
τὸ εἰκοσάεδρον ἀναγέγραπται· καὶ ἐπεὶ δεκαγώνου
μὲν ἡ ΛΒ ἑξαγώνου δὲ ἡ ΜΛ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ΚΛ ἐπεὶ
καὶ τῇ ΘΚ· ἴσον γὰρ ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου· καὶ
ἔστιν ἑκατέρα τῶν ΘΚ ΚΛ διπλασίων τῆς ΚΓ· πεν-
ταγώνου ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΒ· ἡ δὲ τοῦ πενταγώνου ἐστὶν ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου·
ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΒ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΒ κύβου
ἐστὶ πλευρά· τετμήσθω ἄκρον καὶ μέσον λόγον κατὰ τὸ Ν·
καὶ ἔστω μεῖζον τμῆμα τὸ ΝΒ· ἡ ΝΒ ἄρα δωδεκαέδρου
ἐστὶ πλευρά· καὶ ἐπεὶ ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος ἐδεί-
χθη τῆς μὲν ΑΖ πλευρᾶς τῆς πυραμίδος δυνάμει
ἡμιολία· τῆς δὲ τοῦ ὀκταέδρου τῆς ΒΕ δυνάμει δι-
πλασίων· τῆς δὲ τοῦ κύβου τῆς ΖΒ δυνάμει τριπλα-
σίων· οἵων ἄρα ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει

μείζ[ων]. τοιούτων ἡ μὲν τῆς πυραμίδος τεσσάρων, ἡ δὲ τοῦ ὀκταέδρου τριῶν, ἡ δὲ τοῦ κύβου δύο. ἡ μὲν ἄρα τῆς πυραμίδος πλευρὰ τῆς μὲν τοῦ ὀκταέδρου πλευρᾶς δυνάμει ἐστὶν ἐπίτριτος, τῆς δὲ τοῦ κύβου δυνάμει διπλῆ· ἡ δὲ τοῦ ὀκταέδρου τῆς τοῦ κύβου δυνάμει ἡμιολία. αἱ μὲν οὖν εἰρημέναι τῶν τριῶν σχημάτων πλευραί, λέγω δὴ πυραμίδος καὶ ὀκταέδρου καὶ κύβου, πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ἐν λόγοις ῥητοῖς. αἱ δὲ λοιπαὶ δύο, λέγω δὴ ἥ τε τοῦ εἰκοσαέδρου καὶ ἡ τοῦ δωδεκαέδρου, οὔτε πρὸς ἀλλήλας οὔτε πρὸς τὰς προειρημένας εἰσὶν ἐν λόγοις ῥητοῖς· ἄλογοι γάρ εἰσιν, ἡ μὲν ἐλάσσων, ἡ δὲ ἀποτομή.

Ὅτι δὲ μείζων ἐστὶν ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰ ἡ ΜΒ τῆς τοῦ δωδεκαέδρου τῆς ΝΒ, δείξομεν οὕτως. ἐπεὶ γὰρ ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΖΔΒ τρίγωνον τῷ ΖΑΒ τριγώνῳ, ἀνάλογόν ἐστιν ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΖ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς τὴν ΒΑ. ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΑ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΖ· ἀνάπαλιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ. τριπλῆ δὲ ἡ ΑΒ τῆς ΒΔ· τριπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΖΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΔ. ἔστι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ τετραπλάσιον· διπλῆ γὰρ ἡ ΑΔ τῆς ΔΒ. μεῖζον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΒ· μείζων ἄρα ἡ ΑΔ τῆς ΖΒ· πολλῷ ἄρα ἡ ΑΛ τῆς ΖΒ μείζων ἐστίν. καὶ τῆς μὲν ΑΛ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΚΛ· ἐπειδήπερ ἡ μὲν ΛΚ ἑξαγώνου ἐστίν, ἡ δὲ ΚΑ δεκαγώνου· τῆς δὲ ΖΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΝΒ· μείζων ἄρα ἡ ΚΛ τῆς ΝΒ. ἴση δὲ ἡ ΚΛ τῇ ΛΜ· μείζων ἄρα ἡ ΛΜ τῆς ΝΒ. τῆς δὲ ΛΜ μείζων ἐστὶν ἡ ΜΒ· πολλῷ ἄρα ἡ ΜΒ πλευρὰ οὖσα τοῦ εἰκοσαέδρου μείζων ἐστὶ τῆς ΝΒ πλευρᾶς οὔσης τοῦ δωδεκαέδρου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

+ ἄλλως ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΜΒ τῆς ΝΒ.

Ἐπεὶ γὰρ διπλῆ ἐστιν ἡ ΑΔ τῆς ΔΒ, τριπλῆ ἄρα ἡ ΑΒ τῆς ΒΔ. ὡς δὲ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΖ· διὰ τὸ ἰσογώνιον εἶναι τὸ ΖΑΒ τρίγωνον τῷ ΖΔΒ τριγώνῳ· τριπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΖ. ἐδείχθη δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΚΛ πενταπλάσιον· τὰ πέντε ἄρα τὰ ἀπὸ τῆς ΚΛ τρισὶ τοῖς ἀπὸ τῆς ΖΒ ἴσα ἐστίν. ἀλλὰ τρία τὰ ἀπὸ τῆς ΖΒ. ἓξ τῶν ἀπὸ τῆς ΝΒ

μείζονά ἐστιν· καὶ πέντε ἄρα τὰ ἀπὸ τῆς ΚΛ ἓξ τῶν ἀ-
πὸ τῆς ΝΒ μείζονά ἐστιν· ὥστε καὶ ἕν, τὸ ἀπὸ τῆς ΚΛ
ἑνὸς τοῦ ἀπὸ τῆς ΝΒ μεῖζόν ἐστι· μείζων ἄρα ἡ ΚΛ
τῆς ΝΒ. ἴση δὲ ἡ ΚΛ τῇ ΛΜ· μείζων ἄρα ἡ ΛΜ τῆς
ΝΒ· πολλῷ ἄρα ἡ ΜΒ τῆς ΝΒ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

Ὅτι δὲ τρία τὰ ἀπὸ τῆς ΖΒ ἓξ τῶν ἀπὸ τῆς ΒΝ μεί-
ζονά ἐστι, δείξομεν οὕτως· ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ
ΒΝ τῆς ΝΖ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΖΒΝ μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀ-
πὸ τῆς ΒΖΝ· τὰ ἄρα ὑπὸ ΖΒΝ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΖΝ (ΒΖΝ) μεῖ-
ζόν ἐστιν ἢ διπλάσιον τοῦ ὑπὸ ΖΒΝ· ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ
ΖΒΝ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΖΝ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΖ ἐστίν· τὸ δὲ
ὑπὸ ΒΖΝ τὸ ἀπὸ τῆς
ΝΒ ἐστίν· τὸ ἄρα ἀπὸ
τῆς ΖΒ τοῦ ἀπὸ τῆς
ΒΝ μεῖζόν ἐστιν ἢ διπλά-
σιον· ἓν ἄρα τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΖΒ δύο τῶν
ἀπὸ ΒΝ μεῖζόν ἐστιν·
ὥστε καὶ τρία τὰ ἀ-
πὸ τῆς ΖΒ ἓξ τῶν
ἀπὸ ΒΝ μείζονά ἐστιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

ἄκρῳ καὶ μέσῳ λόγῳ τετμημένη ἡ ΒΖ κατὰ τὸ Ν· καὶ τὸ ὑπὸ τῆς ἄκρ(ας) ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσ(ης)

Λέγω δὴ ὅτι παρὰ τὰ εἰρημένα πέντε σχήματα οὐ
συσταθήσεται ἕτερον σχῆμα περιεχόμενον ὑπὸ ἰσο-
πλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων ἴσων ἀλλήλοις· ὑπὸ μὲν
γὰρ δύο τριγώνων ἀλλ' οὐδὲ ἄλλων δύο ἐπιπέδων
στερεὰ γωνία οὐ συνίσταται. ὑπὸ δὲ τριῶν τριγώ-

ιγ 370

νων ἡ τῆς πυραμίδος· ὑπὸ δὲ τεσσάρων ἡ τοῦ ὀ-
κταέδρου· ὑπὸ δὲ πέντε ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου· ὑπὸ
δὲ ἓξ τριγώνων ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων πρὸς
ἑνὶ σημείῳ συνισταμένων οὐκ ἔσται στερεὰ γωνί-
α· οὔσης γὰρ τῆς τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου γωνί-
ας διμοίρου ὀρθῆς, ἔσονται αἱ ἓξ τέτρασιν ὀρθαῖς
ἴσαι· ὅπερ ἀδύνατον· ἅπασα γὰρ στερεὰ γωνία
ὑπὸ ἐλασσόνων ἢ τεσσάρων ὀρθῶν περιέχεται.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ οὐδὲ ὑπὸ πλειόνων ἢ ἓξ γωνιῶν ἐ-
πιπέδων στερεὰ γωνία συνίσταται. ὑπὸ δὲ τε-
τραγώνων τριῶν ἡ τοῦ κύβου γωνία περιέχεται·
ὑπὸ δὲ τεσσάρων ἀδύνατον· ἔσονται γὰρ πάλιν
τέσσαρες ὀρθαί. ὑπὸ δὲ πενταγώνων ἰσοπλεύ-
ρων καὶ ἰσογωνίων ὑπὸ μὲν τριῶν ἡ τοῦ δωδε-
καέδρου· ὑπὸ δὲ τεσσάρων ἀδύνατον· οὔσης
γὰρ τῆς τοῦ πενταγώνου ἰσοπλεύρου γωνίας ὀρθῆς
καὶ πέμπτου, ἔσονται αἱ τέσσαρες γωνίαι τεσσάρων
ὀρθῶν μείζους· ὅπερ ἀδύνατον. οὐδὲ μὴν ὑπὸ
πολυγώνων ἑτέρων σχημάτων περισχεθήσεται στε-
ρεὰ γωνία διὰ τὸ αὐτὸ ἄτοπον. οὐκ ἄρα παρὰ τὰ
εἰρημένα πέντε σχήματα ἕτερον σχῆμα στερε-
ὸν συσταθήσεται ὑπὸ ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων
περιεχόμενον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

Ὅτι δὲ ἡ τοῦ ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου πενταγώνου
γωνία ὀρθή ἐστι καὶ πέμπτου, οὕτω δεικτέον· ἔστω
γὰρ πεντάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕ

καὶ περιγεγράφθω περὶ αὐτὸ κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕ. καὶ εἰλή-
φθω αὐτοῦ τὸ κέντρον τὸ Ζ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΑ
ΖΒ ΖΓ ΖΔ ΖΕ. δίχα ἄρα τέμνουσιν τὰς πρὸς τοῖς
ΑΒΓΔΕ τοῦ πενταγώνου γωνίας. καὶ ἐπεὶ αἱ πρὸς
τῷ Ζ πέντε γωνίαι τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν καὶ
εἰσὶν ἴσαι. μία ἄρα αὐτῶν ὡς ἡ ὑπὸ ΑΖΒ μιᾶς ὀρ-
θῆς ἐστι παρὰ πέμπτον. λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ ΖΑΒ
ΑΒΖ μιᾶς εἰσὶν ὀρ-
θῆς καὶ πέμπτου·
ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΖΑΒ
τῇ ὑπὸ ΖΒΓ. καὶ
ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ
ΑΒΓ τοῦ πενταγώ-
νου γωνία
μιᾶς ἐστιν ὀρθῆς
καὶ πέμπτου. ὅπερ
ἔδει δεῖξαι:~

† ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ
ΤΗΣ ΘΕΩΝΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ
~: ΙΓ :~

† ὙΨΙΚΛΕΟΥΣ ΤΟ ΕΙΣ ΕΥΚΛΕΙΔΗΝ
ΑΝΑΦΕΡΟΜΕΝΟΝ:~

Βασιλείδης ὁ Τύριος ὦ Πρώταρχε παραγενηθεὶς εἰς
ἀλεξάνδρειαν καὶ συσταθεὶς τῷ πατρὶ ἡμῶν διὰ τὴν
ἀπὸ τοῦ μαθήματος συγγένειαν. συνδιέτριψεν αὐ-
τῷ τὸν πλεῖστον τῆς ἐπιδημίας χρόνον. καί ποτε
ζητοῦντες τὸ ὑπὸ ἀπολλωνίου γραφὲν περὶ τῆς
συγκρίσεως τοῦ δωδεκαέδρου καὶ τοῦ εἰκοσαέδρου
τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων τίνα λό-
γον ἔχει ταῦτα πρὸς ἄλληλα. ἔδοξαν ταῦτα μὴ ὀρ-
θῶς γεγραφέναι τὸν ἀπολλώνιον. αὐτοὶ δὲ ταῦτα
διακαθάραντες ἔγραψαν ὡς ἦν ἀκούειν τοῦ πα-
τρός. ἐγὼ δὲ ὕστερον περιέπεσον ἑτέρῳ βιβλίῳ ὑ-
πὸ ἀπολλωνίου ἐκδεδομένῳ καὶ περιέχοντι ἀπόδει-
ξιν ὑγιῶς περὶ τοῦ ὑποκειμένου. καὶ μεγάλως ἐψυ-
χαγωγήθην ἐπὶ τῇ τοῦ προβλήματος ζητήσει.
τὸ μὲν ὑπὸ ἀπολλωνίου ἐκδοθέν. ἔοικεν κοινῇ
σκοπεῖν. καὶ γὰρ περιφέρεται. τὰ δ' ὑφ' ἡμῶν δο-
κοῦν ὕστερον γεγράφθαι φιλοπόνως ὅσα δοκεῖ μοι
ὑπομνηματισάμενος ἔκρινα προσφωνῆσαί σοι.
διὰ τὴν ἐν ἅπασι μαθήμασι. μάλιστα δὲ ἐν γεω-
μετρίᾳ προκοπὴν ἐμπείρως κρινοῦντι τὰ ῥηθη-
σόμενα. διὰ δὲ τὴν πρὸς τὸν πατέρα συνήθειαν καὶ
τὴν πρὸς ἡμᾶς εὔνοιαν εὐμενῶς ἀκουσομένῳ τῆς
πραγματείας. καιρὸς δ' ἂν εἴη τοῦ προοιμίου μὲν πε-
παῦσθαι. τῆς δὲ συντάξεως ἄρχεσθαι:~
Ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου κύκλου τινὸς ἐπὶ τὴν τοῦ πενταγώ-
νου πλευρὰν τοῦ εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγρα-

καθέτου ἀγομένη, ἡμίσειά ἐστι συναμφοτέρου τῆς ἐκ
τοῦ κέντρου καὶ τῆς τοῦ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν αὐτὸν
κύκλον ἐγγραφομένων· ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ τοῦ
ΑΒΓ κύκλου πενταγώνου ἰσοπλεύρου πλευρὰ ἡ ΒΓ,
καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Δ, καὶ ἐπὶ τὴν
ΒΓ κάθετος ἤχθω ἡ ΔΕ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ᾽ εὐθείας
τῇ ΔΕ εὐθεῖα ἡ ΔΕΖ· λέγω ὅτι ἡ ΔΕ ἡμίσειά ἐστιν
τῆς τοῦ ἑξαγώνου καὶ τοῦ δεκαγώνου πλευρᾶς τῶν
εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων· ἐπεζεύχθω-
σαν γὰρ αἱ ΔΓ ΓΖ, καὶ κείσθω τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΗΕ, καὶ
ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Γ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΓ· ἐπεὶ πεντα-
πλασία ἐστὶν ὅλου τοῦ κύκλου ἡ περιφέρεια τῆς
ΑΖΓ περιφερείας, καί ἐστι τῆς μὲν ὅλου τοῦ κύκλου
περιφερείας ἡμίσεια ἡ ΑΓΖ, τῆς δὲ ΒΖΓ ἡμίσεια
ἡ ΖΓ, καὶ ἡ ΑΖΓ ἄρα περιφέρεια πενταπλασία ἐστὶ
τῆς ΖΓ περιφερείας· τετραπλῆ ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ
τῆς ΖΓ· ὡς δὲ ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΖΓ, οὕτως ἡ ὑπὸ
ΑΔΓ πρὸς τὴν ὑπὸ ΖΔΓ γωνίαν· τετραπλῆ ἄρα
ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΔΓ τῆς ὑπὸ ΖΔΓ· διπλῆ δὲ ἡ ὑπὸ
ΑΔΓ τῆς ὑπὸ ΕΖΓ· διπλῆ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΕΖΓ τῆς
ΗΔΓ· ἐστὶν δὲ ἡ ὑπὸ ΕΖΓ ἴση τῇ ὑπὸ ΕΗΓ· διπλῆ
ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΗΓ τῆς ὑπὸ ΗΔΓ· ἴση ἄρα ἡ ΔΗ τῇ
ΗΓ· ἀλλὰ ἡ ΗΓ τῇ ΖΓ ἐστὶν ἴση· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΔΗ
τῇ ΖΓ· ἐστὶν δὲ καὶ ἡ ΗΕ τῇ ΕΖ ἴση· ἴση ἄρα ἡ
ΔΕ συναμφοτέροις τῇ ΕΖΓ· κοινὴ προσκεί-
σθω ἡ ΔΕ· συναμφότερος ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΖΓ δι-

πλῆ τῆς ΔΕ· καὶ ἐστιν ἡ μὲν ΔΖ ἴση τῇ τοῦ ἑξαγώνου· ἡ
δὲ ΖΓ ἴση τῇ τοῦ δεκαγώνου· ἡ ΔΕ ἄρα ἡμίσειά ἐστι
τῆς τε τοῦ ἑξαγώνου καὶ
τῆς τοῦ δεκαγώνου τῶν εἰς
τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγρα-
φομένων· φανερὸν
δὴ ἐκ τῶν ἐν τῷ τρισ-
καιδεκάτῳ κειμένων
θεωρημάτων, ὅτι ἡ
ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύ-
κλου ἐπὶ τὴν πλευρὰν
τοῦ τριγώνου τοῦ ἰσο-
πλεύρου κάθετος ἀγομένη, ἡμίσειά ἐστι τῆς ἐκ τοῦ κέν-
τρου τοῦ κύκλου :–

Ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τό τε τοῦ δωδεκαέδρου πεν-
τάγωνον καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον τῶν εἰς τὴν
αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων· τοῦτο δὲ γράφεται
ὑπὸ μὲν Ἀρισταίου ἐν τῷ ἐπιγραφομένῳ πέντε
σχημάτων συγκρίσει· ὑπὸ δὲ Ἀπολλωνίου ἐν τῇ δευ-
τέρᾳ ἐκδόσει τῆς συγκρίσεως τοῦ δωδεκαέδρου
πρὸς τὸ εἰκοσάεδρον· ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου
ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειαν, οὕ-
τως καὶ αὐτὸ τὸ δωδεκάεδρον πρὸς τὸ εἰκοσάεδρον·
διὰ τὸ τὴν αὐτὴν εἶναι κάθετον ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς
σφαίρας ἐπί τε τὸ τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον καὶ τὸ
τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον· γραπτέον δὲ καὶ ἡμῖν ὅτι

τοῖς. ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τό τε τοῦ δωδε-
καέδρου πεντάγωνον καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον
τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων. προγρα-
φέντος τοῦδε· ἐὰν εἰς κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρον
ἐγγραφῇ, τὸ ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ πενταγώνου καὶ τὸ
ἀπὸ τῆς ὑπὸ δύο πλευρῶν τοῦ πενταγώνου ὑποτεινού-
σης εὐθείας, πενταπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέν-
τρου τοῦ κύκλου· ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ ἐν τῷ ΑΒΓ κύκλῳ
πενταγώνου πλευρὰ ἔστω ἡ ΑΓ. καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ
κύκλου τὸ Δ. καὶ ἐπὶ τὴν ΑΓ κάθετος ἡ ΔΖ. καὶ ἐκβεβλήσθω
ἐπὶ τὸ ΒΕ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ. λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ
τετράγωνα, πενταπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ ΔΕ τετραγώνου·
ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ. δωδε-
καγώνου ἄρα ἡ ΑΕ. καὶ
ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ΒΕ
τῆς ΒΔ, τετραπλάσι-
ον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΒΕ
τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ· τῷ
δὲ ἀπὸ τῆς ΒΕ ἴσα
ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΕ·
τετραπλάσια ἄρα τὰ
ἀπὸ ΒΑ ΑΕ τοῦ ἀπὸ ΔΕ·
πενταπλάσια ἄρα δὲ τὰ
ἀπὸ ΔΕ ΕΑ· ἴσον τὸ ἀπὸ ΑΓ. πενταπλάσια ἄρα ἐστὶ τὰ
ἀπὸ ΒΑ ΑΓ τοῦ ἀπὸ ΔΕ :–
τούτου δὲ δεδειγμένου. δεικτέον ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος περι-
λαμβάνει τό τε τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον καὶ τὸ τοῦ εἰ-
κοσαέδρου τρίγωνον τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγρα-
φομένων· ἐκκείσθω ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος ἡ ΑΒ·
καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν δωδεκάεδρόν τε
καὶ εἰκοσάεδρον· καὶ ἔστω ἐν μὲν τῷ τοῦ δωδεκαέδρου πεν-
τάγωνον τὸ ΓΔΕΖΗ· εἰκοσαέδρου δὲ τρίγωνον τὸ ΚΛΘ·
λέγω ὅτι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν περὶ αὐτὰ κύκλων ἴ-
σαι εἰσίν. τουτέστιν ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει
τό τε ΓΔΕΖΗ πεντάγωνον καὶ τὸ ΚΛΘ τρίγωνον· ἐπε-
ζεύχθω ἡ ΔΗ. κύβου ἄρα πλευρὰ ἡ ΔΗ· ἐκκείσθω δή
τις εὐθεῖα ἡ ΜΝ. ὥστε πενταπλάσιον εἶναι τὸ ἀπὸ ΑΒ
τοῦ ἀπὸ ΜΝ· ἔστιν δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυ-
νάμει πενταπλασία τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου
ἀφ' οὗ τὸ εἰκοσάεδρον ἀναγέγραπται· τετμήσθω ἡ
ΜΝ ἄκρον καὶ μέσον λόγον κατὰ τὸ Ξ. καὶ ἔστω τὸ μεῖζον
τμῆμα ἡ ΜΞ. δεκαγώνου ἄρα ἡ ΜΞ· καὶ ἐπεὶ πεντα-
πλάσιόν τὸ ἀπὸ ΑΒ τοῦ ΜΝ· τριπλάσιον δὲ τὸ ἀπὸ
ΒΑ τοῦ ἀπὸ ΔΗ. τρία ἄρα τὰ ἀπὸ ΔΗ ἴσα πέντε
τοῖς ἀπὸ ΜΝ· ὡς δὲ τρία τὰ ἀπὸ ΔΗ πρὸς τρία τὰ
ἀπὸ ΓΗ. οὕτως ἐστὶ πέντε τὰ ἀπὸ ΜΝ πρὸς πέντε
τὰ ἀπὸ ΜΞ· πέντε ἄρα τὰ ἀπὸ ΚΛ ἴσα ἐστὶ τρισὶ τοῖς
ἀπὸ ΔΗ καὶ τρισὶ τοῖς ἀπὸ ΓΗ· ἀλλὰ πέντε μὲν τὰ ἀ-
πὸ ΚΛ ἴσα. ἐστὶν δὲ καὶ πέντε τοῖς ἀπὸ τῶν ἐκ τοῦ
κέντρου τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸ ΚΛΘ τρίγω-
νον κύκλου. τρία δὲ τὰ ἀπὸ ΔΗ καὶ τρία τὰ ἀπὸ ΓΗ ἴ-
σα ἐστὶ δὲ καὶ πέντε τοῖς ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου



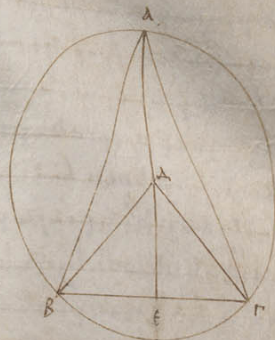
τοῦ περιγραφομένου κύκλου περὶ τὸ ΓΔΕΖΗ· προεδεί-
χθη γὰρ τὰ ἀπὸ τῆς ΔΗ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΗ πενταπλάσια τοῦ
ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸ
πεντάγωνον τὸ ΓΔΕΖΗ· δεκαπενταπλάσια ἄρα τὰ ἀπὸ τῆς
ἐκ τοῦ κέντρου ἴσα ἐστὶ τοῖς δεκαπενταπλασίοις τοῖς ἀπὸ τῆς
ἐκ τοῦ κέντρου· ἴσον ἄρα ἐστὶν ἑνὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ
τοῦ κέντρου· καὶ ἄρα διάμετρος ἴση ἐστὶν τῇ διαμέτρῳ·
ὁ αὐτὸς ἄρα κύκλος περιλαμβάνει τό τε τοῦ δωδε-
καέδρου πεντάγωνον καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγω-
νον τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων :–

Θ Α Γ Λ Κ Δ Η Μ Ν Ξ Β Ε Ζ

Ἐὰν ᾖ πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον. καὶ πε-
ρὶ τοῦτο κύκλος. καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετος ἐπὶ μί-
αν πλευρὰν ἀχθῇ. τὸ τριακοντάκις ὑπὸ μιᾶς τῶν
πλευρῶν καὶ τῆς καθέτου ἴσον ἐστὶ τῇ τοῦ δωδεκαέ-
δρου ἐπιφανείᾳ. ἔστω πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε

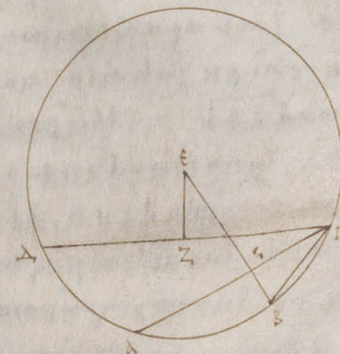
καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕ. καὶ περὶ τὸ πεντάγωνον κύκλος. καὶ
εἰλήφθω τὸ κέντρον τὸ Ζ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὴν ΓΔ κά-
θετος ἤχθω ἡ ΖΗ· λέγω ὅτι τριακοντάκις ὑπὸ ΓΔ ΗΖ
ἴσον δώδεκα πενταγώνοις τοῖς ΑΒΓΔΕ· ἐπεζεύχθω-
σαν αἱ ΓΖ ΖΔ· ἐπεὶ τὸ ὑπὸ ΓΔ ΗΖ διπλάσιόν ἐστι τοῦ
ΓΔΖ τριγώνου. τὸ ἄρα πεντάκις ὑπὸ ΓΔ ΖΗ δέκα
τρίγωνά ἐστιν ἴσα· τὰ δὲ δέκα τρίγωνα. δύο ἐστὶ
πεντάγωνα καὶ πέντε ἑξάκις· τὸ ἄρα τριακοντάκις
ὑπὸ ΓΔ ΗΖ ἴσον ἐστὶ δώδεκα πενταγώνοις· δώδεκα
δὲ πεντάγωνα. ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐστὶν ἐπιφάνει-
α· τὸ ἄρα τριακοντάκις ὑπὸ ΓΔ ΖΗ ἴσον ἐστὶ τῇ τοῦ
δωδεκαέδρου ἐπιφανείᾳ. ὁμοίως δὴ δείξομεν
ὅτι καὶ ἐὰν ᾖ τρίγωνον ἰσόπλευρον ὡς τὸ ΑΒΓ καὶ πε-
ρὶ αὐτὸ κύκλος. καὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Δ. καὶ κάθε-
τος ἡ ΔΕ. τὸ τριακοντάκις ὑπὸ ΒΓ ΔΕ ἴσον ἐστὶ τῇ
τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφανείᾳ· ἐπεὶ γὰρ πάλιν τὸ ὑ-
πὸ ΔΕ ΒΓ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΔΒΓ. δύο ἄρα τρίγωνα ἴ-
σα ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΔΕ ΒΓ δεκαπεντάκις· ἓξ ἄρα τρί-
γωνα τὰ ΔΒΓ. ἴσα ἐστὶ τρισὶ τοῖς ὑπὸ ΔΕ ΒΓ· ἓξ δὲ
τρίγωνα ὡς τὰ ΔΓΒ. ἴσα ἐστὶ δυσὶ τοῖς ΔΒΓ καὶ πεντεκαιδε-
κάκις· τὸ ἄρα τριακοντάκις ὑπὸ ΔΕ ΒΓ ἴσον ἐστὶν εἴκο-
σι τοῖς ΔΒΓ τριγώνοις τουτέστι τῇ τοῦ εἰκοσαέδρου
ἐπιφανείᾳ· ὥστε ἐστὶν ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφά-
νεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειαν. οὕτως
τὸ ὑπὸ ΓΔ ΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΓ ΔΕ· ἐκ δὴ τούτου φα-
νερὸν ὅτι ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς

τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειαν. οὕτως τὸ ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ πενταγώνου καὶ τῆς ὑπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ περὶ τὸ πεντάγωνον κύκλου ἐπ' αὐτὴν καθέτου γενομένης πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ εἰκοσαέδρου καὶ τῆς ὑπὸ τοῦ κέντρου τοῦ περὶ τὸ τρίγωνον κύκλου ἐπ' αὐτὴν καθέτου ἀγομένης τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων εἰκοσαέδρου καὶ δωδεκαέδρου:—



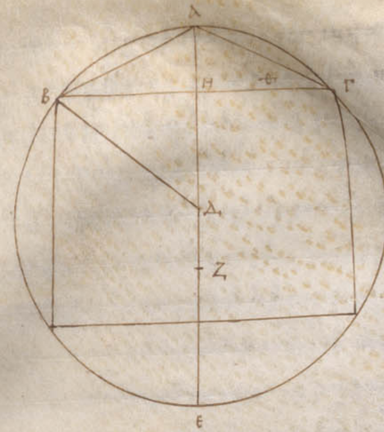
Τούτου δειχθέντος, δεικτέον ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτως ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν. ἐκκείσθω κύκλος περιλαμβάνων τό τε τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων ὁ ΑΒΓ. καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον τριγώνου μὲν ἰσοπλεύρου πλευρὰ ἡ ΓΔ, πενταγώνου δὲ ἡ ΑΓ. καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Ε. καὶ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ

τὰς ΑΓ ΓΔ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΕΖ ΗΕ. καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας τῇ ΕΗ εὐθεῖα ἡ ΗΒ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. καὶ ἐκκείσθω κύβου πλευρὰ ἡ Θ. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτως ἡ Θ πρὸς τὴν ΓΔ. ἐπεὶ γὰρ συναμφοτέρου τῆς ΕΒΓ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΒΕ, καὶ ἔστι συναμφοτέρου μὲν τῆς ΕΒΓ ἡμίσεια ἡ ΕΗ, τῆς δὲ ΒΕ ἡμίσεια ἡ ΕΖ, καὶ τῆς ΕΗ ἄρα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΕΖ. ἔστι δὲ καὶ τῆς Θ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμημένης τὸ μεῖζον τμῆμα ἡ ΓΔ, ὡς ἐν τοῖς δωδεκαέδροις ἐδείχθη. ὡς ἄρα ἡ Θ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΕΖ. ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ Θ ΖΕ τῷ ὑπὸ ΓΔ ΕΗ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Θ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ Θ ΕΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΔ ΖΕ, τῷ δὲ ὑπὸ Θ ΕΖ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΓΔ ΗΕ, ὡς ἄρα ἡ Θ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΔ ΗΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΔ ΖΕ, τουτέστιν ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειαν, οὕτως ἡ Θ πρὸς τὴν ΓΔ:—



Ἄλλως δεῖξαι ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφα-

μία πρὸς μίαν τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειαν. οὕτως ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς μίαν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰν προγραφέντος τοῦ δε. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ. καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον πενταγώνου ἰσοπλεύρου πλευραὶ αἱ ΑΒ ΑΓ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Δ. καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Δ ἐπεζεύχθω εὐθεῖα ἡ ΑΔ. καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας τῇ ΑΔ εὐθεῖα καὶ κείσθω τῆς μὲν ΑΔ εὐθείας ἡμίσεια ἡ ΔΖ. ἡ δὲ ΗΓ τῆς ΓΘ τριπλῆ ἔστω. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ ΑΖ ΒΘ ἴσον ἐστὶ τῷ πενταγώνῳ. ἀπὸ γὰρ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Δ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ. ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ΑΔ τῆς ΔΖ. ἡμιολία ἄρα ἐστὶν τῆς ΑΔ ἡ ΑΖ. πάλιν ἐπεὶ τριπλῆ ἐστιν ἡ ΗΓ τῆς ΓΘ. διπλῆ δὲ ἡ ΗΘ τῆς ΘΓ. ἡμιολία ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΓ τῆς ΘΗ. ὡς ἄρα ἡ ΖΑ πρὸς ΑΔ. οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΘ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΑΖ ΘΗ τῷ ὑπὸ ΔΑ ΓΗ. ἡ δὲ ΓΗ τῇ ΒΗ ἴση ἐστίν. τὸ ἄρα ὑπὸ ΔΑ ΒΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΑΖ ΘΗ. τὸ δὲ ὑπὸ ΔΑ ΒΗ δύο ἐστὶ τρίγωνα ὡς τὰ ΑΒΔ. καὶ τὸ ὑπὸ ΑΖ ΗΘ ἄρα δύο ἐστὶ τὰ ΑΒΔ. πέντε ἄρα τὰ ὑπὸ ΑΖ ΗΘ. δέκα τρίγωνά ἐστι. δέκα δὲ τρίγωνα. δύο ἐστὶ πεντάγωνα. πέντε ἄρα τὰ ὑπὸ ΑΖ ΗΘ δύο πενταγώνοις ἴσα ἐστίν. καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ΗΘ τῆς ΘΓ τὸ ὑπὸ ΑΖ ΗΘ. διπλοῦν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΑΖ ΘΓ. δύο ἄρα τὰ ὑπὸ ΑΖ ΘΓ ἴσα ἐστὶν ἑνὶ τῷ ὑπὸ ΑΖ ΘΗ. πέντε τοῖς ὑπὸ ΑΖ ΗΘ τουτέστιν δύο πενταγώνοις. ὥστε πέντε τὰ ὑπὸ ΑΘ ΘΓ ἴσα ἐστὶν ἑνὶ πενταγώνῳ. πεντάκις δὲ τὰ ὑπὸ ΑΖ ΘΓ. ἴσα ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΖ ΘΒ. ἐπεὶ δὴ πενταπλῆ ἐστιν ἡ ΘΒ τῆς ΘΓ. καὶ κοινὸν ὕψος ἐστὶν ἡ ΑΖ. τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΖ ΒΘ ἴσον ἐστὶν ἑνὶ πενταγώνῳ :—



τούτου δειχθέντος. νῦν ἐκκείσθω κύκλος ὁ περιλαμβάνων τό τε τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων. καὶ ἐγγεγράφθωσαν εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον πενταγώνου ἰσοπλεύρου πλευραὶ αἱ ΒΑ ΑΓ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Ε. καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Ε ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ. καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΕ ἐπὶ τὸ Ζ. καὶ ἔστω ἡ ΑΕ τῆς ΕΗ διπλῆ. τριπλῆ δὲ ἡ ΚΓ τῆς ΓΘ. καὶ ἀπὸ τοῦ Η τῇ ΑΖ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΛΜ. τριγώνου ἄρα ἐστὶν ἰσοπλεύρου ἡ ΛΜ. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶν τὸ ΑΛΜ τρίγωνον. καὶ ἐπεὶ τὸ μὲν ὑπὸ ΑΗ ΘΒ ἴσον ἐστὶ τῷ πενταγώνῳ. τὸ δὲ ὑπὸ ΑΗΛ τῷ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΑΗ ΘΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΛΗΑ. οὕτως τὸ πεντάγωνον πρὸς τὸ τρίγωνον. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΑΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΛΗΑ. ἡ ΒΘ πρὸς ΛΗ. καὶ ὡς ἄρα δώδεκα αἱ ΘΒ πρὸς εἴκοσι τὰς ΛΗ. οὕτως δωδεκάκις πεν-



τάγωνα πρὸς τὰ εἴκοσι τρίγωνα. τουτέστιν ἡ τοῦ δωδεκαέ-
δρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου· καὶ ἐπεὶ δωδε-
κάκις μὲν αἱ ΒΘ. δεκάκις δὲ αἱ ΒΓ· ἡ μὲν γὰρ ΒΘ τῆς ΘΓ ἐστὶ
πενταπλῆ. ἡ δὲ ΒΓ τῆς ΘΓ ἑξαπλῆ· δωδεκάκις ἄρα
αἱ ΒΘ ἴσαι εἰσὶν δεκάκις ταῖς ΒΓ· εἰκοσάκις δὲ ἡ ΔΗ ΔΕ καὶ ἑ-
σὶν αἱ ΛΜ. διπλῆ ἄρα ἡ ΛΜ τῆς ΔΗ· ὡς ἄρα δεκάκις
αἱ ΒΓ πρὸς δεκάκις τὰς ΛΜ. τουτέστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΛΜ.
οὕτως ἡ τοῦ δωδεκαέδρου
ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ
εἰκοσαέδρου ἐπιφάνει-
αν· καί ἐστιν ἡ μὲν ΒΓ. ἡ
τοῦ κύβου πλευρά· ἡ
δὲ ΛΜ. ἡ τοῦ εἰκοσαέ-
δρου ἐπιφάνεια· καὶ ὡς
ἄρα ἡ τοῦ δωδεκαέδρου
ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ
εἰκοσαέδρου ἐπιφάνει-
αν. οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς
ΛΜ τουτέστιν ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσα-
έδρου πλευράν :—

Δεικτέον δὴ ὅτι κἂν εὐθεῖα ἡ ὁποιαοῦν τμηθῇ ὡς ἡ ἄ-
κρον καὶ μέσον λόγον. ὃν λόγον ἔχει ἡ δυναμένη τὸ ἀ-
πὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς
τὴν δυναμένην. τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ἐ-
λάσσονος τμήματος. τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἡ τοῦ κύ-
βου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν· ἔστω

κύβος ὁ ΑΒ περιλαμβανόμενον τό τε τοῦ δωδεκαέδρου πεν-
τάγωνον καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον τῶν εἰς τὴν αὐ-
τὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων· καὶ ἐκκείσθω τὸ κέντρον
τοῦ κύκλου τὸ Γ. καὶ προσεκβεβλήσθω τις ἀπὸ τοῦ Γ
ὡς ἔτυχεν εὐθεῖα ἡ ΓΒ. καὶ τετμήσθω ἄκρον καὶ μέσον λόγον κα-
τὰ τὸ Δ. καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα ἐστὶν ἡ ΓΔ. δεκαγώνου ἄ-
ρα ἐστὶ πλευρὰ ἡ ΓΔ τοῦ εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομέ-
νου· ἐκκείσθω δὴ εἰκοσαέδρου πλευρὰ ἡ Ε. δωδεκαέ-
δρου δὲ ἡ Ζ. κύβου δὲ ἡ Η. ἡ μὲν ἄρα Ε τριγώνου
ἰσοπλεύρου ἐστὶ πλευρά· ἡ δὲ Ζ πενταγώνου τοῦ εἰς τὸν
αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένου· ἡ δὲ Ζ τῆς Η μεῖζόν ἐστι
τμῆμα· καὶ ἐπεὶ ἡ Ε ἴση ἐστὶν τῇ τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώ-
νου πλευρᾷ. ἡ δὲ τοῦ τριγώνου τοῦ ἰσοπλεύρου πλευ-
ρὰ δυνάμει τριπλασίων ἐστὶ τῆς ΒΓ. τριπλάσιον ἄρα
ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Ε τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ἔστιν δὲ καὶ τὰ ἀπὸ
ΒΓΔ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ ΓΔ· καὶ ἐναλλάξ· ὡς ἄρα τὸ
ἀπὸ Ε πρὸς τὰ ἀπὸ ΓΒ ΒΔ. οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ
ἀπὸ ΓΔ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ. οὕτως ἐστὶν
τὸ ἀπὸ Η πρὸς τὸ ἀπὸ Ζ· μεῖζον γάρ ἐστι τμῆμα ἡ Ζ
τῆς Η· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ Ε πρὸς τὰ ἀπὸ ΓΒ ΒΔ. οὕτως
τὸ ἀπὸ Η πρὸς τὸ ἀπὸ Ζ· καὶ ἐναλλὰξ καὶ ἀνάπαλιν· ὡς
ἄρα τὸ ἀπὸ Η πρὸς τὸ ἀπὸ Ε. οὕτως τὸ ἀπὸ Ζ πρὸς
τὰ ἀπὸ ΓΒ ΒΔ· τὰ δὲ ἀπὸ Ζ ἴσα εἰσὶν τοῖς ἀπὸ ΒΓΔ·
ἡ γὰρ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ δύναται τήν τε τοῦ
ἑξαγώνου πλευρὰν καὶ τὴν τοῦ δεκαγώνου· ὡς ἄρα
τὸ ἀπὸ Η πρὸς τὸ ἀπὸ Ε. οὕτως τὰ ἀπὸ ΒΓΔ πρὸς τὸ

ἀπὸ ΓΑΒ· ὡς δὲ τὰ ἀπὸ ΒΓΔ πρὸς τὰ ἀπὸ ΓΑΒ. οὕτως
εὐθείας ἡ ὅλη ὡς τοῦν ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομέ-
νης ἡ δυναμένη τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ μείζο-
νος τμήματος πρὸς τὴν δυναμένην τὸ ἀπὸ τῆς ὅ-
λης καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος· καὶ ὡς ἄρα
τὸ ἀπὸ τῆς Η πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ε. οὕτως εὐθείας ἡ
δὴ ὡς τοῦν ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης ἡ δυ-
ναμένη τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος
τμήματος πρὸς τὴν δυναμένην τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης
καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος· καὶ ἔστιν ἡ μὲν
Η κύβου πλευρά, ἡ δὲ Ε εἰκοσαέδρου· ἐὰν ἄρα
εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, ἔστιν ὡς ἡ δυ-
ναμένη τὴν
ὅλην καὶ τὸ μεί-
ζον τμῆμα
πρὸς τὴν δυ-
ναμένην τὴν
ὅλην καὶ τὸ ἐ-
λάσσον τμῆ-
μα, οὕτως
ἡ τοῦ κύβου
πλευρὰ πρὸς
τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγρα-
φομένων :—

Α Γ Δ Β Ε Κ Ζ Η

Δεικτέον δὴ νῦν ὅτι ὡς ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν
τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτως τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέ-

δρου πρὸς τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου· ἐπεὶ γὰρ ἴσοι κύκλοι
περιλαμβάνουσι τό τε τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον
καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖ-
ραν ἐγγραφομένων· ἐν δὲ ταῖς σφαίραις οἱ ἴσοι κύκλοι
ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου· αἱ γὰρ ἀπὸ τοῦ κέν-
τρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὰ τῶν κύκλων ἐπίπεδα κάθε-
τοι ἀγόμεναι, ἴσαι τέ εἰσιν καὶ ἐπὶ τὰ κέντρα τῶν κύκλων
πίπτουσιν· ὥστε αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας
ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τοῦ περιλαμβάνοντος τό τε
τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον καὶ τὸ τοῦ δωδεκαέδρου
πεντάγωνον ἴσαι εἰσὶν· τουτέστιν αἱ κάθετοι· ἰσοϋψεῖς
ἄρα εἰσὶν αἱ πυραμίδες αἱ βάσεις ἔχουσαι τὰ τοῦ δω-
δεκαέδρου πεντάγωνα καὶ αἱ βάσεις ἔχουσαι τὰ τοῦ
εἰκοσαέδρου τρίγωνα· αἱ δὲ ἰσοϋψεῖς πυραμίδες
πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις· ὡς ἄρα τὸ πεντά-
γωνον πρὸς τὸ τρίγωνον, οὕτως ἡ πυραμὶς ἧς βά-
σις μέν ἐστι τὸ τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, κορυ-
φὴ δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, πρὸς τὴν πυραμί-
δα ἧς βάσις ἐστὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον, κο-
ρυφὴ δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας· καὶ ὡς ἄρα δώδε-
κα πεντάγωνα πρὸς εἴκοσι τρίγωνα, οὕτως δώ-
δεκα πυραμίδες πενταγώνους βάσεις ἔχουσαι πρὸς
εἴκοσι πυραμίδας τριγώνους βάσεις ἐχούσας· καὶ
δώδεκα πεντάγωνα ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνει-
ά ἐστιν· εἴκοσι δὲ τρίγωνα ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπι-
φάνειά ἐστιν· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπι-



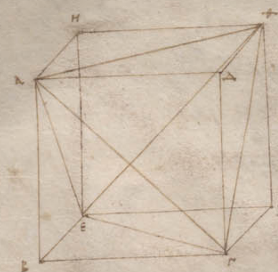
φάνειαι πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειαν. οὕτως δώδεκα πυραμίδες πενταγώνους βάσεις ἔχουσαι πρὸς εἴκοσι πυραμίδας τριγώνους βάσεις ἐχούσας πρὸς δώδεκα μὲν πυραμίδας πενταγώνους βάσεις ἐχούσας. καὶ ἔστι τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου· εἴκοσι δὲ πυραμίδες τριγώνους βάσεις ἔχουσαι, τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου· καὶ ὡς ἄρα ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτως τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου· ὡς δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτως ἐδείχθη ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν· καὶ ὡς ἄρα ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν, οὕτως τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου. καὶ ἑξῆς:—

Ὅτι ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῶσιν, ἐν ἀναλογίᾳ ἔσονται τῇ ὑποκειμένῃ· δείξομεν οὕτως. τετμήσθω γὰρ ἡ μὲν ΑΒ εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον κατὰ τὸ Γ, τὸ δὲ μεῖζον τμῆμα αὐτῆς ἔστω ἡ ΑΓ· ὁμοίως δὲ καὶ ἡ ΔΕ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμήσθω κατὰ τὸ Ζ, καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα αὐτῆς ἔστω ἡ ΔΖ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὅλη ἡ ΑΒ πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα τὴν ΑΓ, οὕτως ὅλη ἡ ΔΕ πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα τὴν ΔΖ. ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΑΓ, τὸ δὲ ὑπὸ ΔΕΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΔΖ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΑΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΔΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΖ· καὶ ὡς τὸ τετράκις ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἐστίν, οὕτως τὸ τετράκις ὑπὸ ΔΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΖ· καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς τὸ τετράκις ὑπὸ ΑΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ, οὕτως τὸ τετράκις ὑπὸ ΔΕΖ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΖ· ὡς δὲ ἡ συναμφότερος ἡ ΔΕΖ πρὸς ΔΖ... ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΔΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΖ· ὥστε καὶ ὡς συναμφότερος ἡ ΑΒΓ πρὸς ΑΓ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΔΕΖ πρὸς ΔΖ· συνθέντι ὡς συναμφότεροι αἱ ΑΒΓ μετὰ ΑΓ πρὸς ΑΓ, οὕτως συναμφότεραι αἱ ΔΕΖ μετὰ τῆς ΔΖ πρὸς ΔΖ, τουτέστιν δύο αἱ ΔΕ πρὸς ΔΖ· καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἡμίση, τουτέστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς ΔΖ:—

Δεδειγμένου δὴ τούτου ὅτι εὐθείας ἧς δήποτε οὔσης ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθείσης, ὃν λόγον ἔχει ἡ δυναμένη τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν δυναμένην τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος, τοῦτον ἔχει ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν· δεδειγμένου δὴ τούτου ὅτι ὡς ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν, οὕτως ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειαν, τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων [illegible] ... δεδειγμένου δὲ καὶ τοῦ δὲ ὅτι ὡς ἡ τοῦ [illegible]

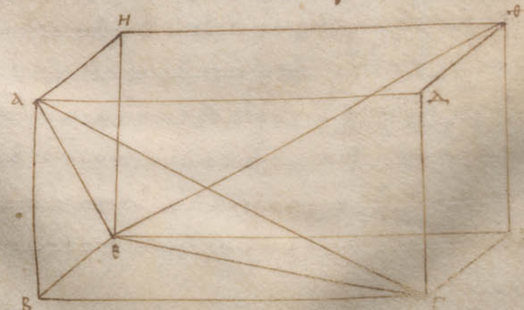
ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειαν· καὶ αὐ-
τὸ τὸ δωδεκάεδρον πρὸς τὸ εἰκοσάεδρον· διὰ τὸ ὑπὸ
τοῦ αὐτοῦ κύκλου περιλαμβάνεσθαι τό τε τοῦ δωδεκαέ-
δρου πεντάγωνον καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον·
δεικτέον ὅτι ἐὰν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφῇ δωδε-
κάεδρόν τε καὶ εἰκοσάεδρον· λόγον ἕξουσιν ὃν εὐθείας οἱ-
ασδήποτε οὔσης ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθείσης ἡ δυ-
ναμένη τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμή-
ματος πρὸς τὴν δυναμένην τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ
ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος· τούτων δὴ πάντων
γνωρίμων ἡμῖν γενομένων. δεικτέον ὅτι ἐὰν εἰς τὴν αὐ-
τὴν σφαῖραν ἐγγραφῇ δωδεκάεδρον καὶ εἰκοσάεδρον.
τὸ δωδεκάεδρον πρὸς τὸ εἰκοσάεδρον λόγον ἕξει ὃν
εὐθείας οἱασδήποτε οὔσης ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνο-
μένης ἡ δυναμένη τὴν ὅλην καὶ τὸ ἔλαττον τμῆμα·
ὡς γάρ ἐστιν τὸ δωδεκάεδρον πρὸς τὸ εἰκοσάεδρον.
οὕτως ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ
εἰκοσαέδρου· ὡς δὲ ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν
τοῦ εἰκοσαέδρου. οὕτως ἐστὶν εὐθείας ἡσδήποτε οὔσης
ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης ἡ δυναμένη τὴν
ὅλην καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα. πρὸς τὴν δυναμένην τὴν
ὅλην καὶ τὸ ἔλαττον τμῆμα· ὡς ἄρα τὸ δωδεκάε-
δρον πρὸς τὸ εἰκοσάεδρον τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν
ἐγγραφομένων. οὕτως εὐθείας ἡσδήποτε οὔσης ἄ-
κρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης. ἡ δυναμένη τὴν
ὅλην καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὴν δυναμένην τὴν
ὅλην καὶ τὸ ἔλαττον τμῆμα :–

αὕτη ἀκριβ(ὴς) ἡ κάτω :–



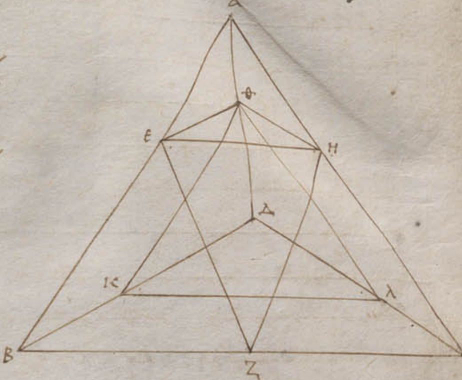
+ Εὐκλείδου ιε :

Εἰς τὸν δοθέντα κύβον πυραμίδα ἐγγράψαι· ἔστω ὁ δοθεὶς
κύβος ὁ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ· δεῖ δὴ εἰς αὐτὸν πυραμίδα ἐγγράψαι· ἐ-
πεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΑΕ, ΓΕ, ΑΘ, ΕΘ, ΘΓ· φανερὸν δὴ ὅ-
τι τὰ ΑΕΓ, ΑΘΓ,
ΑΘΕ τρίγωνα
ἰσόπλευρά ἐστιν·
τετραγώνων γάρ
εἰσιν διάμετροι
αἱ πλευραί· τοῦ



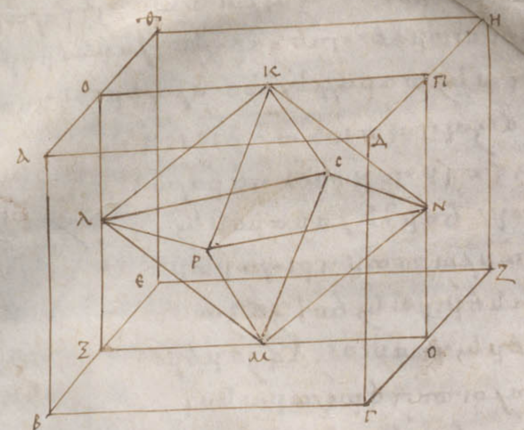
ραμὶς ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΕΓΘ. καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν δοθέντα κύβον :~

Εἰς τὴν δοθεῖσαν πυραμίδα ὀκτάεδρον ἐγγράψαι· ἔστω ἡ δοθεῖσα πυραμὶς ἡ ΑΒΓΔ (καὶ τετμήσθω) δίχα τοῖς ΕΖΗΘΚΛ σημείοις· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΚ ΘΛ ΕΖ ΖΗ καὶ αἱ λοιπαί· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ διπλῆ ἐστιν ἑκατέρας τῶν ΘΚ ΗΖ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΚ τῇ ΗΖ καὶ παράλληλος· ὁμοίως καὶ ἡ ΘΗ τῇ ΖΚ ἴση ἐστὶ καὶ παράλληλος· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΚΖΗ. λέγω ὅτι καὶ ὀρθογώνιον· ἐπεὶ γὰρ ἀπὸ τῆς ΚΛ καὶ ΘΟ ἀχθεῖσιν ἐπὶ τὰ ἐπίπεδα τὰ ΕΖ ΒΗ ΖΓ ΕΗ ΕΖ ΘΚ ΚΛ ΛΗ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ἐπὶ τοῦ ΘΚΖΗ τετραγώνου ἰσόπλευρα :~



Εἰς τὸν δοθέντα κύβον ὀκτάεδρον ἐγγράψαι· ἔστω ὁ δοθεὶς κύβος ὁ ΑΒΓΔ ΕΖΗΘ· καὶ εἰλήφθω τὰ κέντρα ἑκάστου τῶν τετραγώνων τὰ Κ Λ Μ Ν Ν Κ· λέγω ὅτι τὸ ΚΛΜΝ τετράγωνόν ἐστιν· ἤχθωσαν διὰ τῶν ΚΛ παράλληλοι αἱ ΞΟ ΠΟ· ἐπεὶ οὖν διπλῆ ἐστιν ἡ μὲν ΠΟ τῆς ΘΚ, ἡ δὲ ΞΟ τῆς ΘΛ, ἴση δέ ἐστι τοῦ ἀπὸ ΛΘ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΘΚ τῇ ΘΛ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΚΛ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΘΛ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ἀπὸ ΜΛ διπλάσιον τοῦ ΛΞ· ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΛ τῷ ἀπὸ ΜΛ· ἰσό-

πλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΛΜΝ. καὶ φανερὸν ὅτι καὶ ὀρθογώνιον· εἰλήφθω τῶν ΒΔ ΕΗ δύο τετραγώνων τὰ κέντρα τὰ ΡC. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΡΛ ΡΜ ΡΚ ΡΝ CΚ CΛ CΜ CΝ· καὶ φανερὸν ὅτι ἰσόπλευρά ἐστι τὰ ποιοῦντα τὸ ὀκτάεδρον τρίγωνα· τῷ γὰρ αὐτῷ λόγῳ ἀποδείξομεν :~



Εἰς τὸ δοθὲν ὀκτάεδρον κύβον ἐγγράψαι· εἰλήφθω τῶν περὶ τὰ ΑΒΓ ΑΓΔ ΑΒΕ τρίγωνα κύκλων τὰ κέντρα τὰ Η Θ Κ Λ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΘ ΗΚ ΘΛ ΛΚ· λέγω ὅτι τὸ ΗΘΚΛ τετράγωνόν ἐστιν· ἤχθωσαν διὰ τῶν ΗΘΚΛ ταῖς ΒΓ ΒΕ ΓΔ ΓΕ παράλληλοι αἱ ΜΟ ΜΝ ΝΞ ΞΟ· ἐπεὶ οὖν ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, ἡ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Θ κέντρον τοῦ περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον κύκλου δίχα τέμνει τὴν πρὸς τῷ Α τῷ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου· ἴση ἄρα ἡ ΝΘ τῇ ΜΘ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΝΘ τῇ ΘΗ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΘΜ τῇ ΗΜ· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΘΜ τῇ ΜΝ ἴση ἐστίν· καὶ ἔστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΗΜΘ· δῆλον φανερὸν ὅτι ἡ ΗΘ ἴση ἐστὶ τῇ ΗΚ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ λοιπαί· ἐπεὶ οὖν παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ [illegible]



ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ. καὶ ἐπεὶ ἥμισύ ἐστιν ἑκατέρα τῶν
ὑπὸ ΗΘΝ, ΝΘΛ ὀρθῆς, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΛΘ ὀρθή
ἐστιν. ὁμοίως καὶ αἱ λοιπαί. τετράγωνον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΘΚΛ.
δυναμένου δὲ τὰ ἐξ ἀρχῆς λαμβανόμενα τῷ ΗΘΚΛ κέν-
τρα καὶ παράλληλοι ἀγόμεναι ταῖς ΜΝ, ΝΞ, ΞΟ ἐπι-
ζευχθήσονται ταῖς ΗΘ, ΘΛ, ΛΚ, ΚΗ
καὶ ἔσται τὸ ΗΘΚΛ τετράγω-
νον. ἐὰν δὴ λαμβάνωμεν καὶ
τῶν λοιπῶν τριγώνων
τὰ κέντρα καὶ ἐπιζεύξω-
μεν κατὰ ταῦτα. δείξομεν
τὰ λοιπὰ τετράγωνα καὶ
ἕξομεν εἰς τὸ δοθὲν
ὀκτάεδρον κύβον ἐγ-
γεγραμμένον. ὅπερ ἔ-
δει ποιῆσαι :—

Εἰς τὸ δοθὲν εἰκοσάεδρον. δωδεκάεδρον ἐγγράψαι. ἐκ-
κείσθω πεντάγωνον τοῦ εἰκοσαέδρου τὸ ΑΒΓΔΕ. καὶ
τὰ κέντρα τῶν κύκλων τῶν περὶ τὰ ΑΖΕ, ΑΖΒ, ΒΖΓ,
ΖΓΔ, ΔΖΕ τρίγωνα τὰ Η, Θ, Κ, Λ, Μ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν
αἱ ΗΘ, ΘΚ, ΚΛ, ΛΜ, ΜΗ. καὶ πάλιν ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΗ,
ΖΘ, ΖΚ. ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ Ξ, Ν, Ο. δίχα δὴ
τμηθήσονται αἱ ΕΑ, ΑΒ, ΒΓ τοῖς Ξ, Ν, Ο σημείοις. καὶ
ὡς ἡ ΝΞ πρὸς ΝΟ, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς ΘΚ. ἴση
ἄρα καὶ ἡ ΘΗ τῇ ΘΚ. ὁμοίως δὲ καὶ αἱ λοιπαί. τοῦ
ΗΘΚΛΜ πενταγώνου πλευραὶ ἴσαι δειχθήσονται.

λέγω ὅτι καὶ ἰσογώνιοι. ἐπεὶ γὰρ δύο αἱ ΝΞ, ΝΟ παρὰ
δύο τὰς ΗΘ, ΘΚ ἴσας γωνίας περιέχουσιν. καὶ τὰ λοιπά·
ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓΔΕ
φανερὰ μένοντος καθέτου κειμένη ἡ τοῦ πεντα-
γώνου ἐπὶ ἐπίπεδον καθέτου ... κύκλου. ἐὰν
ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ περὶ τὸ πεντάγωνον καθ' ὃ συμβάλλει ἡ ἀπὸ
δὴ ἀπὸ τοῦ Ν ἐπὶ τὸ σημεῖον καθ' ὃ συμβάλλει ἡ ἀπὸ
τοῦ Ζ κάθετος ἐπιζεύξωμεν καὶ διὰ τοῦ Θ παράλληλον
αὐτῇ ἀγάγωμεν. φανερὸν ὅτι συμβάλλει τῇ ἀπὸ
τοῦ Ζ καθέτῳ. καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Ε παράλληλος ὀρθὴν
γωνίαν περιέξει μετὰ τῆς ἀπὸ τοῦ Ζ καθέτου· πα-
λιν ἐὰν ἐπιζεύξωμεν ἀπὸ τῶν Ζ, Η ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ
περὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγω-
νον κύκλον καὶ ἐπὶ τὸ ση-
μεῖον καθ' ὃ συμβάλλει
ἡ ἀπὸ τοῦ Θ τῇ ἀπὸ
τοῦ Η ἐπιζευγνυμένη
ὀρθὴ ἔσται περιέξει με-
τὰ τῆς αὐτῆς ἐξ οὗ
φανερὸν ὅτι ἐν ἑνὶ
ἐπιπέδῳ ἐστὶν τὸ
ΗΘΚΛΜ πεντάγω-
νον :—

Δέδεικται ἡμῖν ὅτι ἑκάστης ἐστὶ τὴν πόσας πλευρὰς
ἔχει τὸ εἰκοσάεδρον. φήσομεν οὕτως· φανερὸν
ὅτι ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων περιέχεται τὸ εἰκοσάεδρον
καὶ ὅτι ἕκαστον τρίγωνον ὑπὸ τριῶν εὐθειῶν περι-

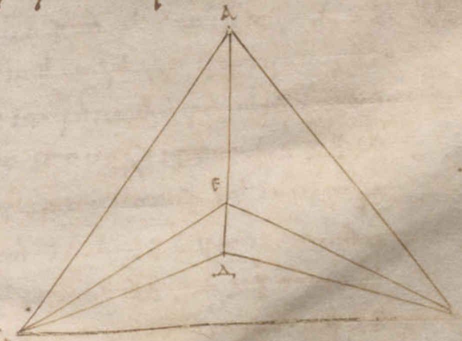
χρὴ δ' οὖν ἡμᾶς πολλαπλασιάσαι τὰ εἴκοσι τρίγωνα
ἐπὶ τὰς πλευρὰς τοῦ τριγώνου. γίνεται δὲ ἑξήκον-
τα. ὧν ἥμισυ γίνεται τριάκοντα. Ὁμοίως δὲ καὶ
ἐπὶ δωδεκαέδρου. πάλιν ἐπειδὴ δώδεκα πεντά-
γωνα περιέχουσι τὸ δωδεκάεδρον. πάλιν δὲ ἕκα-
στον πεντάγωνον ἔχει πέντε εὐθείας. ποιοῦμεν δωδε-
κάκις πέντε. γίνονται ἑξήκοντα. πάλιν τὸ ἥμι-
συ. γίνεται τριάκοντα. διὰ τί δὲ τὸ ἥμισυ ποιοῦ-
μεν. ἐπειδὴ ἑκάστη πλευρὰ ἤτε ἢ τριγώνου ἢ πεν-
ταγώνου ἢ τετραγώνου ὡς ἐπὶ κύβου ἐκ δευτέρου λαμ-
βάνεται. Ὁμοίως δὲ τῇ αὐτῇ μεθόδῳ καὶ ἐπὶ τοῦ κύ-
βου καὶ ἐπὶ τῆς πυραμίδος καὶ τοῦ ὀκταέδρου ταῦτα
ποιήσας, εὑρήσεις τὰς πλευράς. Ἐὰν δὲ βουληθῇς
πάλιν ἑκάστου τῶν πέντε σχημάτων εὑρεῖν τὰς
γωνίας. πάλιν ταῦτα ποιήσας μέριζε παρὰ
τὰ ἐπίπεδα τὰ περιέχοντα μίαν γωνίαν τοῦ στερε-
οῦ. οἷον ἐπειδὴ τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου γωνίαν περι-
έχουσι πέντε τρίγωνα. μέριζε παρὰ τὰ πέντε.
γίνονται δώδεκα γωνίαι τοῦ εἰκοσαέδρου. ἐπεὶ δὲ
τοῦ δωδεκαέδρου τρία πεντάγωνα περιέχουσι
τὴν γωνίαν. μέρισον παρὰ τὰ τρία. καὶ ἕξεις εἴκο-
σι γωνίας οὔσας τοῦ δωδεκαέδρου. Ὁμοίως δὲ
καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν εὑρήσεις τὰς γωνίας. Ἐζητή-
θη πῶς ἐφ' ἑκάστου τῶν πέντε στερεῶν σχημάτων
[illegible] ἐπιπέδων τῶν περιεχόντων ὁποσοιοῦν οἱ δὲ
[illegible] καὶ ἐγκλίσεως ἐστὶν ἣ κέκλιται πρὸς ἀλ-

[illegible] τὰς περιέχονται ἐπίπεδα ἑκάστου τῶν σχημάτων
ἡ δὲ εὕρεσις ὡς Ἰσίδωρος ὁ ἡμέτερος ὑφηγήσατο
μέγας διδάσκαλος, ἔχει τὸν τρόπον τοῦτον. Ὅτι μὲν
ἐπὶ τοῦ κύκλου κατ' ὀρθὴν γωνίαν τέμνουσιν τὰ περι-
έχοντα αὐτὸν ἐπίπεδα ἀλλήλας, φανερόν. ἐπεὶ δὲ
τῆς πυραμίδος ἐκτεθέντος ἑνὸς τριγώνου κέν-
τροις τοῖς πέρασι τῆς μιᾶς πλευρᾶς. διαστήματι δὲ
τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν ἀγομένῃ κα-
θέτῳ περιφέρειαι γραφεῖσαι, τέμνουσαι ἀλλή-
λας. καὶ ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὰ κέντρα ἐπιζευγνύ-
μεναι εὐθεῖαι. περιέξουσιν τὴν κλίσιν τῶν περιε-
χόντων τὴν πυραμίδα ἐπιπέδων. ἐπὶ δὲ τοῦ ὀκτα-
έδρου ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ τριγώνου ἀναγρα-
φέντος τετραγώνου κέντροις τοῖς πέρασι τῆς δια-
γωνίου. διαστήματι δὲ ὁμοίως τῇ τοῦ τριγώνου κα-
θέτῳ γραφεῖσαι περιφέρειαι. καὶ πάλιν ἀπὸ
τῆς κοινῆς τομῆς ἐπὶ τὰ κέντρα ἐπιζευγνύμε-
ναι εὐθεῖαι. περιέξουσιν τὴν λείπουσαν [illegible] δύο
ὀρθὰς τῆς ἐπιζητουμένης κλίσεως. ἐπὶ δὲ τοῦ εἰ-
κοσαέδρου ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ τριγώνου ἀνα-
γραφέντος πενταγώνου. ἐπιζευχθεῖσα ἡ ὑπὸ δύο
πλευρὰς ὑποτείνουσα εὐθεῖα καὶ κέντροις τοῖς πέ-
ρασιν αὐτῆς. διαστήματι δὲ τῇ τοῦ τριγώνου κα-
θέτῳ γραφεισῶν περιφερειῶν ἀπὸ τῆς κοινῆς
τομῆς ἐπὶ τὰ κέντρα ἐπιζευγνύμεναι. [illegible]
τὴν λείπουσαν [illegible] ὁμοίως [illegible] δύο [illegible]



ἑκάστου τῶν μιᾶς τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιπέδων· ἐπὶ δὲ τοῦ δωδεκαέ-
δρου ἐκτεθέντος ἑνὸς πενταγώνου ἐπιζευχθείσης
ὁμοίως τῆς ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτεινούσης [illegible]
κέντροις τοῖς πέρασιν αὐτῆς. διαστήματι δὲ τῇ ἀ-
γομένῃ καθέτῳ ἀπὸ τῆς διχοτομίας αὐτῆς ἐπὶ
τὴν παράλληλον αὐτῇ πλευρὰν τοῦ πενταγώνου γε-
γράφθωσαν περιφέρειαι. καὶ αἱ ἀπὸ τοῦ σημείου κα-
θ' ὃ συμβάλλουσιν ἀλλήλαις ἐπὶ τὰ κέντρα ἐπιζευγνύ-
μεναι ὁμοίως περιέξουσι τὴν λείπουσαν εἰς
δύο ὀρθὰς τῆς κλίσεως τῶν ἐπιπέδων τοῦ δωδε-
καέδρου. Οὕτω μὲν οὖν ὁ εἰρημένος ἐλλογιμώτατος ἀ-
νὴρ τὸν περὶ τῶν εἰρημένων ἀποδέδωκε λόγον.
σαφοῦς ἐφ' ἑκάστοις φαινομένης αὐτοῖς τῆς ἀπο-
δείξεως· ἐπειδὴ οὐ πρόδηλον γενέσθαι τὴν ἐν αὐ-
τοῖς ἀποδεικτικὴν θεωρίαν, τὸν λόγον ἐφ' ἑκάστῳ
σαφηνίσω. καὶ πρότερον ἐπὶ τῆς πυραμίδος. νε-
νοήσθω πυραμὶς ὑπὸ τεσσάρων ἰσοπλεύρων τριγώ-
νων περιεχομένη ἡ ΑΒΓΔ. τοῦ ΑΒΓ κατεστρω-
μένου· κορυφῆς δὲ τοῦ Δ. καὶ τμηθείσης τῆς ΔΑ
πλευρᾶς δίχα κατὰ τὸ Ε, ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΕ ΕΓ.
ἐπεὶ ἰσόπλευρά ἐστι τὰ ΔΑΒ ΔΑΓ τρίγωνα καὶ δίχα
τέμνεται ἡ ΔΑ, αἱ ΒΕ ΓΕ ἄρα κάθετοί εἰσιν ἐπὶ τὴν
ΔΑ. λέγω ὅτι ἡ ὑπὸ ΒΕΓ γωνία ὀξεῖά ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ
διπλῆ ἐστιν ἡ ΔΓ τῆς ΔΕ, τετραπλάσιόν ἐστι τὸ ἀ-
πὸ τῆς ΔΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ. ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ
ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ ΔΕ ΕΓ, καὶ τὸ ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ

λόγον ἔχει ὃν Δ πρὸς Γ. καὶ ἐστὶν ἴση ἡ ΓΕ τῇ ΕΒ· τὸ ἄ-
ρα ἀπὸ ΒΓ ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ ΒΕ ΕΓ· ὀξεῖα ἄρα
ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΕΓ. ἐπεὶ οὖν δύο ἐπιπέδων τῶν ΑΒΔ
ΑΔΓ κοινὴ τομή ἐστιν ἡ ΔΑ, καὶ τῇ κοινῇ τομῇ
πρὸς ὀρθὰς ἐν ἑκατέρῳ τῶν ἐπιπέδων ἠγμέναι
εἰσὶν αἱ ΒΕ ΕΓ καὶ ὀξεῖαν γωνίαν περιέχουσιν, ἡ ὑ-
πὸ ΒΕΓ ἄρα γωνία κλίσις ἐστὶ τῶν ἐπιπέδων·
καὶ ἐστὶ δεδομένη. δέδοται γὰρ ἡ ΒΓ πλευρὰ οὖσα
τοῦ τριγώνου. καὶ ἑκατέρα τῶν ΒΕ ΕΓ κάθετος οὖ-
σα τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου. κέντροις τοίνυν
τοῖς ΒΓ, τουτέστι τοῖς πέρασι τῆς μιᾶς πλευρᾶς,
διαστήματι δὲ τῇ τοῦ τριγώνου καθέτῳ γραφό-
μεναι περιφέρειαι τέμνουσιν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε
σημεῖον. καὶ αἱ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ ΒΓ ἐπιζευγνύμεναι
περιέξουσι τὴν κλίσιν τῶν ἐπιπέδων. τοῦ-
το δὲ ἦν τὸ ζητούμενον. καὶ ὅτι μὲν κέντροις τοῖς ΒΓ
διαστήματι δὲ τῇ τοῦ τριγώνου καθέτῳ γραφό-
μενοι κύκλοι τέμνουσιν ἀλλήλους, φανερόν. ἑκα-
τέρα γὰρ τῶν ΒΕ ΕΓ μεί-
ζων ἐστὶ τῆς ἡμισείας
τῆς ΒΓ. οἱ δὲ κέντροις
τοῖς ΒΓ, διαστήματι δὲ
τῇ ἡμισείᾳ τῆς ΒΓ γρα-
φόμενοι κύκλοι, ἐφάπτον-
ται ἀλλήλων. εἰ δὲ ἐλάττων
ἦ, οὐδὲ ἐφάπτονται οὐδὲ

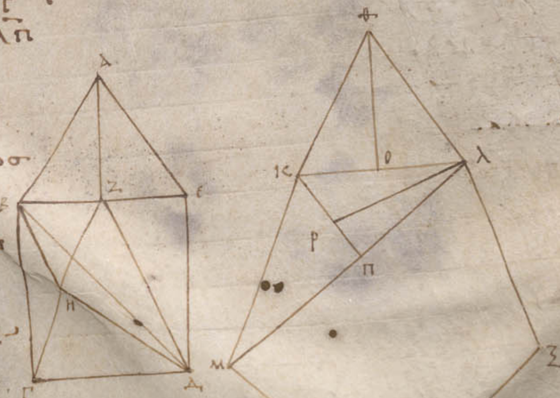


τέμνουσιν ἐφαρμόζον. πάντως τέμνουσιν. καὶ οὕτως
ὁ [...] τῆς πυραμίδος σαφὴς ἐστὶ καὶ ἀκόλουθος τοῖς
[...]ζειν φαίνεται λόγος :~
ἐπεὶ οὖν δὴ πάλιν ἐπὶ τετραγώνου τοῦ ΑΒΓΔ πυρα-
μὶς κορυφὴν ἔχουσα τὸ Ε καὶ περιεχομένη ὑπὸ
δ̄ τῶν ἰσοπλεύρων τριγώνων ἴσας πλευρὰς αὐτῆ
ἡ ΑΒΓΔΕ πυραμὶς ἥμισυ ὀκταέδρου ἴσας πλευράς· ἐπεὶ δὴ
αἱ πλευραὶ ἑνὸς τριγώνου ἡ ΑΕ δίχα κατὰ τὸ Ζ· τετμήσθω ἡ
ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΖ ΔΖ· ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ΒΖ ΔΖ καὶ
κάθετοι ἐπὶ τὴν ΑΕ· λέγω ὅτι ἡ ὑπὸ ΒΖΔ γωνία
ἀμβλεῖα ἐστίν. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΒΔ· καὶ ἐπεὶ τετρά-
γωνόν ἐστι τὸ ΑΓ. διάμετρος δὲ ἡ ΒΔ. τὸ ἀπὸ ΒΔ δι-
πλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΑ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΔΑ
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ λόγον ἔχει ὃν ἔχει ὁ ἐπίτριτος
τοῦ ἀριθμοῦ ὃν Δ πρὸς Γ· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ ἄρα
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ λόγον ἔχει ὃν η πρὸς γ· ἀλλὰ
ἴση δὲ ἡ ΔΖ τῇ ΖΒ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΔ τῶν ἀπὸ
τῶν ΒΖ ΖΔ μεῖζόν ἐστιν. καὶ ἀμβλεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ
ΒΖΔ γωνία· καὶ ἐπεὶ δύο ἐπίπεδα τῶν ΑΒΕ ΑΔΕ
τέμνοντα ἄλληλα κοινὴ τομή ἐστιν ἡ ΑΕ καὶ πρὸς ὀρ-
θὰς αὐτῇ ἐν ἑκατέρῳ τῶν ἐπιπέδων ἠγμέναι εἰσὶν
αἱ ΒΖ ΖΔ περιέχουσαι ἀμβλεῖαν. ἡ ὑπὸ ΒΖΔ ἄρα
[...] ἐλάσσων ἐστὶν δύο ὀρθῶν τῆς κλί-
σεως τῶν ΑΒΕ ΑΔΕ ἐπιπέδων· ἔστιν ἄρα δοθεῖ-
ση ὑπὸ ΒΖΔ. δέδοται καὶ ἡ εἰρημένη κλίσις· ἐπεὶ οὖν
[...]γωνον τοῦ ὀκταέδρου καὶ μία πλευ-

ρά ἐστι τοῦ ὀκταέδρου ἡ ΑΔ. καὶ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνον ἄρα
γέγραπται τὸ ΑΓ. δέδοται ἡ ΒΔ διάμετρος οὖσα τοῦ
τετραγώνου. ἀλλὰ μὴν καὶ αἱ ΒΖ ΖΔ κάθετοι τοῦ τριγώνου
τετραγώνου. ἀλλὰ μὴν καὶ αἱ ΒΖ ΖΔ κάθετοι
ὀρθαὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΖΕ γωνία δέδοται· ἀναγραφέντος
ἄρα τετραγώνου ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ τριγώνου ὡς
τοῦ ΑΓ. καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς διαμέτρου ὡς τῆς ΒΔ.
διὰ τὸ ἡμικύκλιον δὲ τῇ τοῦ τριγώνου
ἐν κέντροις τοῖς Β Δ. διαστήματι δὲ τῇ τοῦ τριγώ-
νου καθέτῳ κύκλοι γραφόμενοι. τέμνουσιν ἀλλή-
λους κατὰ τὸ Ζ· καὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὰ κέντρα ἐπιζευ-
γνύμεναι εὐθεῖαι περιέξουσι τὴν κλίσιν τὴν ὑπὸ ΒΖΔ
ἡ τις ἐστὶν ἐλάσσων ὡς εἴρηται δύο ὀρθῶν
τῆς τῶν ἐπιπέδων κλίσεως. καὶ ἐνταῦθα δὲ σαφές
ὅτι ὡς ἑκατέρα τῶν ΒΖ ΖΔ μείζων ἐστὶ τῆς ἡμισεί-
ας τῆς ΒΔ. καὶ διὰ τοῦτο ἐπὶ τῆς ὀργανικῆς κατα-
σκευῆς ἀνάγκη τέμνειν τοὺς κύκλους ἀλλήλους. καὶ
ἐπειδὴ τὸ ἀπὸ ΔΕ ζεύγνυται δεῖ δεῖξον γενόμενον ὡς ἡ ΒΔ
πρὸς μὲν τὴν ΔΖ δυ-
νάμει λόγον ἔχει ὃν Η
πρὸς Γ. τῆς δὲ ἡμι-
σείας τῆς ΒΔ. δυνά-
μει ἐστὶ τετραπλασία·
ὥστε διὰ τοῦτο μείζο-
να γίνεσθαι ἑκατέ-
ραν τῶν ΒΖ ΖΔ τῆς
ἡμισείας τῆς ΒΔ. καὶ
τέμνειν ἐπὶ τοῦ ὀκταέδρου :~

ἐπὶ δὲ τοῦ εἰκοσαέδρου μενομένου τοῦ πενταγώνου ἰσοπλεύ-
ρου τε καὶ ἰσογωνίου τὸ ΑΒΓΔΕ· ἐπὶ δὲ τούτου πυρα-
μὶς κορυφὴν ἔχουσα τὸ Ζ· ὡς τὰ περιέχοντα αὐτὴν
τρίγωνα ἰσόπλευρα εἶναι· ἔσται δὴ ἡ ΑΒΓΔΕ πυρα-
μὶς μέρος εἰκοσαέδρου σχήματος· τετμήσθω δὴ
μία πλευρὰ ἑνὸς τριγώνου ἡ ΖΓ δίχα κατὰ τὸ Η·
καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΗ ΗΔ· ἴσαι τε οὖσαι καὶ κάθετοι
γινόμεναι ἐπὶ τὴν ΓΖ· λέγω ὅτι ἡ ὑπὸ ΒΗΔ γωνία
ἀμβλεῖά ἐστιν· καὶ ἐστὶν αὐτόθεν φανερόν· ἐπιζευχθεί-
σα γὰρ ἡ ΒΔ ἀμβλεῖαν μὲν ὑποτείνει τὴν ὑπὸ ΒΑΔ
τοῦ πενταγώνου γωνίαν· ταύτης δὲ μείζων ἡ ὑπὸ
ΒΗΔ· ἐλάττονες γὰρ αἱ ΒΗ ΗΔ τῶν ΒΓ ΓΔ· ὁμοίως
δὴ τοῖς πρὸ τούτου ὅτι ἡ ὑπὸ ΒΗΔ γωνία ἡ κλίσις
ἐστὶν ἐκ τῶν δύο ὀρθῶν τῆς κλίσεως τῶν ΒΗΖ ΖΗΔ
τριγώνων ταύτης δοθείσης δεδομένη· ἀπὸ γὰρ
τῆς πλευρᾶς τοῦ τριγώνου τοῦ εἰκοσαέδρου ἀνα-
γραφέντος πενταγώνου ἐπιζευχθείσης τῆς ὑπὸ
δύο πλευρὰς ὑποτεινούσης τοῦ πενταγώνου ὡς
ἐπὶ τῆς καταγραφῆς τῆς ΒΔ δεδομένης· ὁμοί-
ως δὲ καὶ τῶν ΒΗ ΗΔ καθέτων τῶν τριγώνων· δέ-
δοται καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΔ· ἐγγεγραμμένοις τοῖς πέρα-
σιν τῆς ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτεινούσης τοῦ
πενταγώνου ὡς τῆς ΒΔ· διαστήματι δὲ τῇ τοῦ
τριγώνου καθέτῳ κύκλοι γραφῶσιν· τέμνουσιν
ἀλλήλους ὡς κατὰ τὸ Η· καὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὰ ΒΔ
ἐπιζευγνύμεναι εὐθεῖαι· περιέξουσι τὴν ζητουμένην

σαν ἐλάσσονα δύο ὀρθῶν τὴν τῶν ἐπιπέδων κλίσιν· καὶ
ἐνταῦθα δὲ εὑρημένης καταγραφῆς δείκνυται ὅτι
ἑκατέρα τῶν ΒΗ ΗΔ μείζων ἐστὶ τῆς ἡμισείας τῆς
ΒΓΔ· ἔστω δὲ καὶ ἐπὶ τῆς ὀργανικῆς κατασκευῆς
ἀποδειχθῆναι μενομένου χωρίς· ἰσόπλευρον μὲν
τρίγωνον τὸ ΘΚΛ· ἀπὸ δὲ τῆς ΚΛ πεντάγωνον ἀ-
ναγεγράφθω τὸ ΚΜΝΞΛ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΜΛ· καὶ ἤ-
χθω κάθετος τοῦ ΘΚΛ τριγώνου ἡ ΘΟ· λέγω ὅτι
ἡ ΘΟ μείζων ἐστὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΜΛ· ἀχθείσης ἀ-
πὸ τοῦ Κ ἐπὶ τὴν ΜΛ καθέτου τῆς ΚΠ· ἐπεὶ ἡ ὑπὸ
ΘΚΟ τρίτου ἐστὶν ὀρθῆς τουτέστι τῆς ὑπὸ ΚΘΟ·
ΚΛΠ μείζων ἐστὶ τρίτου ὀρθῆς· ἴση ἡ ὑπὸ ΠΛΡ· ἡ ἄρα ΠΛ
συμβαίνει τῇ ὑπὸ ΚΘΟ ἴση ἡ ὑπὸ ΠΛΡ· ἡ ἄρα ΡΛ·
κάθετος ἐστὶν ἰσοπλεύρου τριγώνου. οὗ πλευρὰ ἡ ΡΛ·
ὥστε τὸ ἀπὸ ΡΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΠ λόγον ἔχει ὃν ὁ Δ
πρὸς Γ· μείζων δὲ ἡ ΜΛ τῆς ΛΡ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΜΛ
πρὸς Γ· μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὁ Δ πρὸς Γ
πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΚ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὁ Δ πρὸς Γ· ἡ ἄρα ΜΛ
ἔχει δὲ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΟ ὁ Δ πρὸς Γ· ἡ ἄρα ΜΛ
πρὸς ἣν ΛΠ
μείζονα
λόγον ἔχει
ἤπερ πρὸς
τὴν ΘΟ·
μείζων ἄ-
ρα ἡ ΘΟ
τῆς ΛΠ·





ἐπὶ … τοῦ δωδεκαέδρου. οὕτως μὲν οὖν ἐκκείσθω ἡ τετρά-
γωνος τοῦ κύβου πλευρά, τὸ δὲ δωδεκάεδρον ἀναγράφθαι
… ΑΒΓΔ καὶ δύο ἐπίπεδα τοῦ δωδεκαέδρου ἀναγράφθαι
… μένος δὴ καὶ ἐπὶ … τοῦ δωδεκαέδρου τὰ
… πενταγώνου. τετμήσθω ἡ ΖΗ δίχα
κατὰ τὸ Κ καὶ ἀπὸ τοῦ Κ τῇ ΖΗ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω-
σαν ἐν ἑκατέρῳ τῶν ἐπιπέδων αἱ ΚΛ ΚΜ. καὶ ἐπε-
ζεύχθω ἡ ΜΛ. φημὶ δὴ πρῶτον ὅτι ἡ ὑπὸ ΜΚΛ
γωνία ἀμβλεῖα ἐστί. δέδεικται γὰρ ἐν τῷ ιγ΄ τῶν
… τῶν στοιχείων ἐν τῇ συστάσει τοῦ δωδεκα-
έδρου. ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Κ κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ
ΑΒΓΔ τετράγωνον, ἡμίσεια ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ
πενταγώνου. ὥστε ἐλάττων ἐστὶ τῆς ἡμισείας
τῆς ΜΛ. καὶ διὰ τοῦτο ἡ ὑπὸ ΜΚΛ γωνία ἀμβλεῖα
ἐστίν. συμπερασματικῶς δέδεικται δὲ ἐν αὐτῷ τῷ θεωρή-
ματι ὅτι καὶ τὸ μὲν ἀπὸ ΚΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡ-
μισείας τῆς πλευρᾶς τοῦ κύβου καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡ-
μισείας τῆς πλευρᾶς τοῦ πενταγώνου. ὥστε τὴν
… τὴν ΚΛ καὶ τὴν ΚΜ ἴσας οὔσας, μείζονας εἶ-
ναι τῆς ἡμισείας τῆς ΜΛ. τῆς ἄρα ὑπὸ ΜΚΛ γω-
νίας … ἐλάττους δύο ὀρθῶν. καὶ …
… τῶν ἐπιπέδων … δεδομένη. ἐπεὶ
… πλευρὰ τοῦ ΑΒΓΔ τετραγώνου ἡ ὑποτείνουσα
… δύο πλευρὰς τοῦ πενταγώνου. δέδοται
… πεντάγωνον, δέδοται ἄρα ἡ ΜΛ. δέδοται
… ἑκατέρα τῶν ΜΚ ΚΛ. κάθετοι γάρ εἰσιν ἀπὸ

τῆς διχοτομίας τῆς ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτεινούσης
ἐπὶ τὴν παράλληλον αὐτῇ πλευρὰν τοῦ πενταγώνου
… δέδοται ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΛΚΜ …
… δύο ὀρθῶν τῆς …
… καὶ ὅσῳ ἄρα ἐπὶ τῆς ὀρθογωνίου …
… τοῦ πενταγώνου ἐπὶ
… ὑποτεινούσης ὑπὸ δύο πλευρὰς. …
… τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ δύο πλευρὰς … πρὸς τοῖς
… τῇ πλευρᾷ τοῦ κύβου … τῇ ἀπὸ τῆς διχο-
τομίας αὐτῆς. … κάθετοι ἐπὶ τὴν παράλληλον αὐτῇ
τομίας ἀγομένῃ … κατὰ γραφὴν
τοῦ πενταγώνου πλευρὰν … περιφέρειαν … ἀπὸ τοῦ
… ΚΜ γραφεῖσαι περιφέρειαι … κέντρα
… τῶν περιφερειῶν … ἐπι-
ζεύξαι εὐθείας περιεχούσας … ὅτι
… δύο ὀρθῶν τῆς κλίσεως τῶν ἐπιπέδων. ὅτι
γὰρ ἡ ΚΛ κάθετος μείζων ἐστὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΜΛ
… ἐν τοῖς στοιχείοις συμπεράσματι δέδεικται
τοῦτο:—



ἐγράφη χειρὶ Στεφάνου κληρικοῦ μη(νὶ) Σεπτεμβρίῳ ἰν(δικτιῶνος) ζ ἔτει κ(όσμου) ,ςτϟζ·

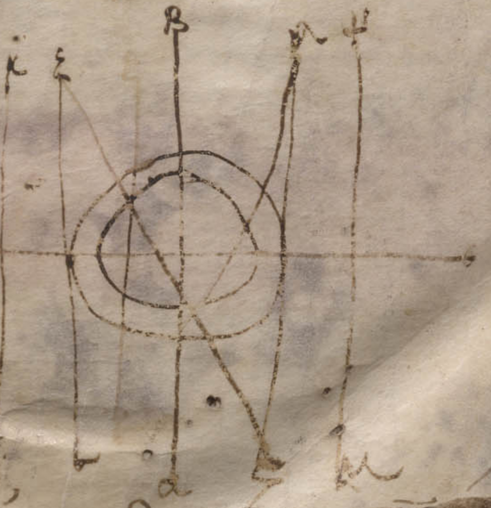
ἐγράφη χειρὶ Στεφάνου κληρικοῦ μη(νὶ) Σεπτεμβρίῳ ... ,ςτϟζ·

ἐκτησάμην Ἀρέθας Πατρεὺς τὴν παροῦσαν βίβλον νο(μισμάτων) δ

[redacted]

Εὐκλείδης νόον ὀξὺν ἀειζώοις γράμμασι
πάντα τὰ δ' ἀτρεκέως ἐξερέεινε βροτοῖς
ὅππως ἄλλ' ἐπ' ἄλλα τό τ' ἠλεθόως φύσις συμβαίνειν
σχήμασιν ἢ ὀγκοις· θεμέλιόν γε τὸ δὲ
πάσης μέν τ' ἐστὶν ἀγλαΐης σοφίης κόσμῳ δὲ
παντὶ ἑῆς προλιπὼν σύμβολον εὐμαθίης:



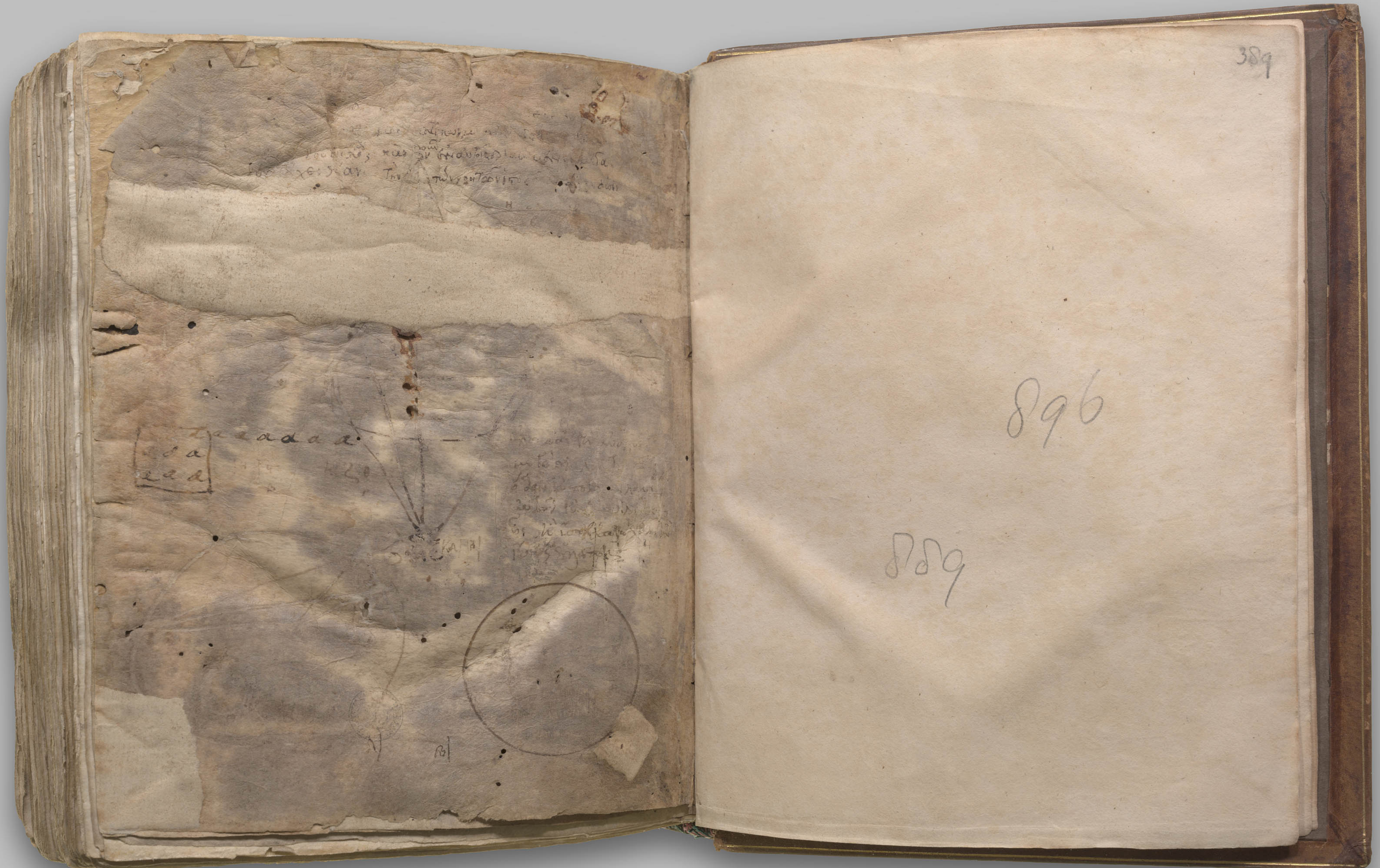


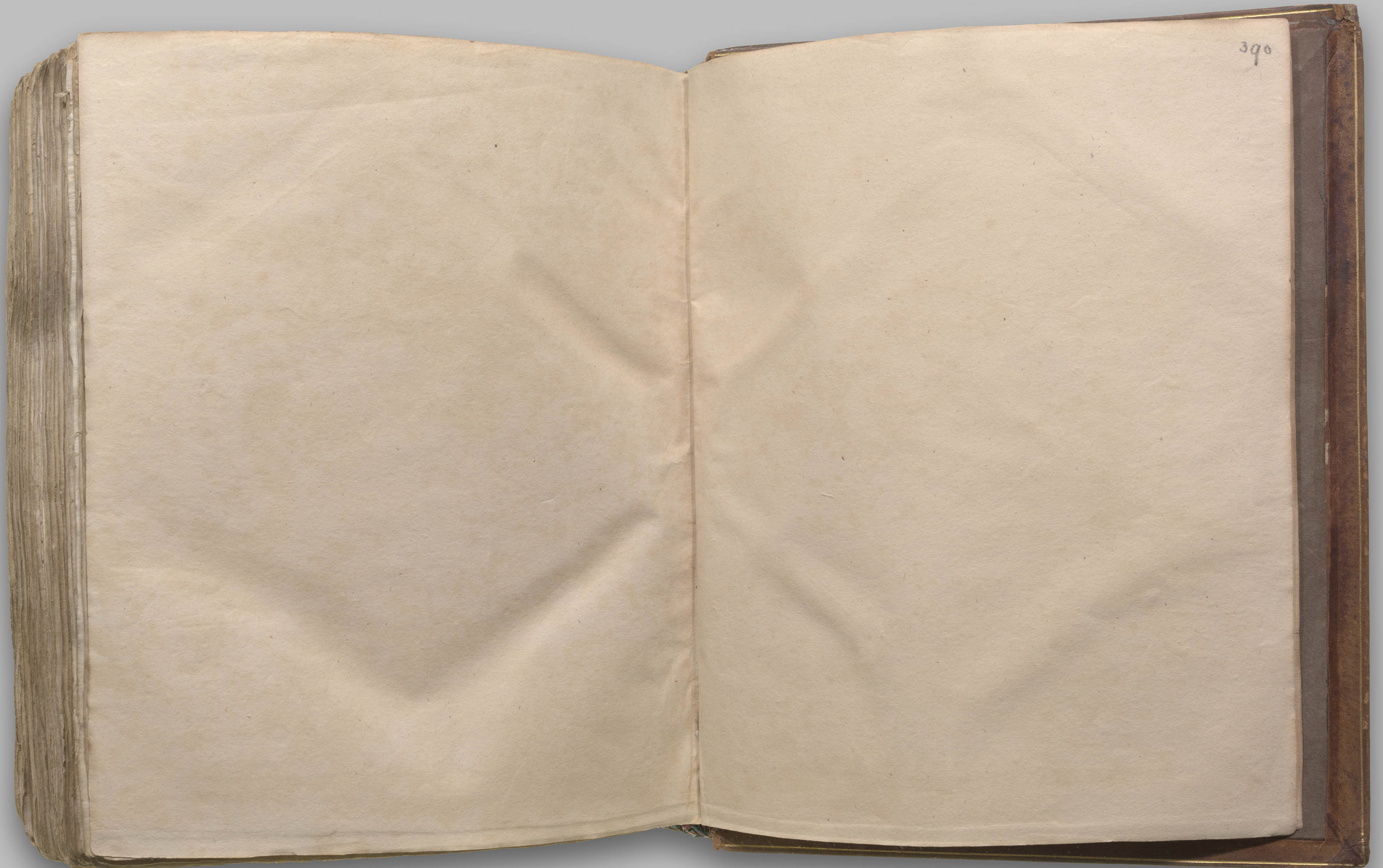
[redacted]





[redacted]


389


390

391
(ult.)

